

Abschnittsnummern einiger statistischer Verfahren

Gezählte Beobachtungen Häufigkeiten	Aufgabe	Gemessene Beobachtungen Mefwerte
1.2, 5.6, 5.7 (7.1)	Beschreibung einer Stichprobe	1.2, 2., 3.1 bis 3.4 5.3 bis 5.5 (7.1)
Unabhängige Stichproben: 6.7, 6.9, 6.10, 6.12 (7.3) Verbundene Stichproben: 6.13	Vergleich zweier Stichproben	Unabhängige Stichproben: 6.2, 6.3, 6.4 (7.2) Verbundene Stichproben: 6.5, 6.6
6.8, 6.11	Vergleich mehrerer Stichproben	6.3, Anhang (9.)
6.10, 6.11	Prüfung auf Unabhängigkeit	8.1 bis 8.8 (mit Regression)

Lothar Sachs Statistische Methoden

Lothar Sachs

Statistische Methoden

Mit 5 Abbildungen,
25 Tabellen und einer Klapptafel

Vierte, neubearbeitete Auflage



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg GmbH

Dr. habil. Dr. rer. nat. Lothar Sachs

AMS Subject Classification (1970) : 62-01

ISBN 978-3-540-09226-1 ISBN 978-3-642-96504-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-96504-3

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek. *Sachs, Lothar*: Statistische Methoden/
Lothar Sachs. – 4., neubearb. Aufl.

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funk-
sendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der
Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Ver-
wertung, vorbehalten. Bei Vervielfältigungen für gewerbliche Zwecke ist gemäß § 54
UrhG eine Vergütung an den Verlag zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu ver-
einbaren ist.

© by Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1970, 1972, 1976, 1979

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1979

Gesamtherstellung: Zehnersche Buchdruckerei, Speyer.
2144/3140–543210

Meinen Eltern

Vorwort zur vierten Auflage

Auch die 4. Auflage enthält wieder zahlreiche methodische Verbesserungen und Ergänzungen. Den Mitarbeitern des Springer-Verlages sei für ihr bereitwilliges Eingehen auf alle Wünsche des Autors besonders gedankt.

Klausdorf, im Januar 1979

Lothar Sachs

Bemerkung

Die 5., neubearbeitete und erweiterte Auflage meiner „Angewandten Statistik“ (mit ausführlicher Bibliographie [S. 437–495]) wird durch einige Abschnitte dieses Taschenbuches ergänzt (vgl. S. 2–4, 7, 12, 14, 15, 17, 22, 32, 34, 51–55, 64, 66–69, 73–75, 90–97, 99–101, 104–105).

Vorwort zur ersten Auflage

Dieses Büchlein enthält die wichtigsten einfachen Methoden der Statistik, die in erstaunlich vielen Fällen ausreichen. Weitere Methoden sowie Literatur bringt mein ausführliches Lehrbuch: **Statistische Auswertungsmethoden**, 2. neubearbeitete und erweiterte Auflage, Springer 1969.

Folgende Tafeln sind mit freundlicher Erlaubnis übernommen worden: Die 95%-Vertrauensgrenzen für den Mittelwert der Poissonverteilung, E.L. Crow and R.S. Gardner, Confidence intervals for the expectation of a poisson variable, *Biometrika* **46** (1959), 441–453, table 1, pp. 448–453. Kritische Schranken für Multiple Vergleiche, B.J. McDonald and W.A. Thompson, jr., Rank sum multiple comparisons in one- and two-way classifications, *Biometrika* **54** (1967), 487–495, tables 2 and 3, pp. 490–492 sowie R. E. Odeh, The distribution of the maximum sum of ranks, *Technometrics* **9** (1967), 271–278, table II, p. 277. Den Herren Autoren und Herausgebern sei bestens gedankt.

Den Herren Prof. Dr. K. Stange, Aachen, und zweien seiner Mitarbeiter, Herrn Dipl.-Math. Deutler und Herrn Dr.-Ing. Wilrich sowie Herrn Dr. O. Ludwig, Bad Nauheim, die das Manuskript einer kritischen Durchsicht unterzogen und einige Anregungen zu seiner Verbesserung gegeben haben, sei herzlich gedankt. Für alle möglichen Unzulänglichkeiten des Büchleins bin ich allein verantwortlich. Hinweise und Vorschläge des Lesers sind mir stets willkommen.

Recht herzlich gedankt sei meinem Chef, Herrn Prof. Dr. G. Griesser, Kiel, für das wohlwollende Interesse an der Entstehung dieses Büchleins. Den Herren des Springer-Verlages danke ich für die sehr erfreuliche Zusammenarbeit.

Kiel, im Februar 1970

Lothar Sachs

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen und Ziele statistischer Methoden	
1.1	Aufgaben der Statistik	1
1.2	Gestaltung statistischer Tabellen	2
1.3	Rechenhilfen und mathematische Zeichen	4
1.4	Wahrscheinlichkeit	5
1.5	Unabhängigkeit	6
1.6	Merkmal, Grundgesamtheit, Stichprobe	7
1.7	Zufallsstichprobe, systematischer Fehler, Parameter	8
1.8	Zufallszahlen zur Gewinnung einer Zufallsstichprobe	9
1.9	Stichproben-Auswahlverfahren	13
1.10	Randomisierung	16

2	Mittelwerte und Variabilität, unklassifizierte Beobachtungen	
	Bedeutung und Berechnung des Mittelwertes, der Varianz, der Standardabweichung, des Medians, der Spannweite, des geometrischen Mittels, des harmonischen Mittels, des Variationskoeffizienten, des relativen Variationskoeffizienten, des Standardfehlers des Mittelwertes, der gewogenen Varianz und des gewogenen Mittelwertes.	19

3	Häufigkeitsverteilung und Summenhäufigkeitsverteilung	
3.1	Klassenbildung und Histogramm	23
3.2	Wahrscheinlichkeitsnetz	25
3.3	Berechnung des Medians	27
3.4	Berechnung des Mittelwertes und der Varianz	28

4	Normalverteilung	
4.1	Eigenschaften der Normalverteilung	29
4.2	Bedeutung der Normalverteilung	31
4.3	Normalisierende Transformationen	32
4.4	Spannweite und Normalverteilung	33

5

Vertrauensbereiche

5.1	Punktschätzung und Intervallschätzung	35
5.2	Bedeutung des Vertrauensbereiches	35
5.3	Der Vertrauensbereich des Mittelwertes	36
5.4	Der Vertrauensbereich des Medians	38
5.5	Der Vertrauensbereich der Varianz, der Standardabweichung und des Variationskoeffizienten	39
5.6	Der Vertrauensbereich einer relativen Häufigkeit	40
5.7	Der Vertrauensbereich für Lambda	42
5.8	Vertrauensbereich und Test	43

6

Statistische Tests

6.1	Der statistische Test	44
	Gemessene Beobachtungen: Beurteilung von Meßreihen	
6.2	F-Test, der Vergleich zweier Varianzen unabhängiger Stichproben	48
6.3	t-Test für den Vergleich zweier Mittelwerte unabhängiger Stichproben	50
6.4	Vertrauensbereich für die Differenz zweier Mittelwerte unabhängiger Stichproben	54
6.5	t-Test für paarweise angeordnete Meßwerte	56
6.6	Vorzeichentest für gepaarte Beobachtungen	58
	Gezählte Beobachtungen: Beurteilung von Häufigkeiten	
6.7	Vergleich zweier Häufigkeiten	60
6.8	Vergleich mehrerer Häufigkeiten	62
6.9	Vergleich zweier relativer Häufigkeiten	63
6.10	Vierfelder- χ^2 -Test auf Unabhängigkeit oder Homogenität	64
6.11	Mehrfelder- χ^2 -Test auf Unabhängigkeit oder Homogenität	70
6.12	χ^2 -Anpassungstest	73
6.13	Prüfung auf 1/2 für verbundene Stichproben von Alternativdaten	74

7

Wieviel Beobachtungen werden benötigt?

7.1	Mindestzahl von Beobachtungen zur Schätzung einer Standardabweichung, eines Mittelwertes und einer relativen Häufigkeit	76
7.2	Mindestzahl von Beobachtungen für den Vergleich zweier Mittelwerte	77

7.3	Mindestzahl von Beobachtungen für den Vergleich zweier relativer Häufigkeiten	79
-----	---	----

8 Korrelation und Regression

	Beurteilung linearer Zusammenhänge	
8.1	Funktionaler Zusammenhang	81
8.2	Stochastischer Zusammenhang	81
8.3	Korrelation	81
8.4	Regression	82
8.5	Grafische Darstellung	84
8.6	Berechnungen: Korrelation und Regression	85
8.7	Prüfung des Korrelationskoeffizienten	88
8.8	Linearer und parabolischer Trend mit $\sum_{x=0}$	90

9 Anhang: Schnellverfahren für den Vergleich mehrerer Mittelwerte

1.	Einwegklassifizierung	94
2.	Zweiwegklassifizierung	95
	Hinweis: Varianzanalyse (Einwegklassifizierung) und Scheffé-Test	98

	Schlußbemerkung	99
	Sachverzeichnis	102
	Zum Gebrauch der Klapptafel	104
	Klapptafel	107

WICHTIGE SYMBOLE in der Reihenfolge ihres Auftretens

E	Zufälliges Ereignis	6
P	Wahrscheinlichkeit (engl. probability)	6
n	Stichprobenumfang, Umfang einer Stichprobe	9
μ	(my) Arithmetisches Mittel der Grundgesamtheit	9
\bar{x}	(x quer) Stichprobenmittelwert, arithmetisches Mittel einer Stichprobe	9
σ^2	(sigma hoch 2) Sigma-Quadrat, Varianz der Grundgesamtheit	19
s^2	Stichprobenvarianz, Varianz einer Stichprobe	19
σ	(sigma) Standardabweichung der Grundgesamtheit	19
s	Standardabweichung einer Stichprobe	19
$\tilde{\mu}$	(my Schlange) Median der Grundgesamtheit	19
\tilde{x}	(x Schlange) Median einer Stichprobe	19
γ	(gamma) Variationskoeffizient der Grundgesamtheit	19
V	Variationskoeffizient einer Stichprobe	19
\sum	Summe (Summenzeichen, Großbuchstabe Sigma)	20
R	Spannweite (engl. range)	21
$s_{\bar{x}}$	(s-x-quer) Standardfehler des arithmetischen Mittels einer Stichprobe	22
α	(alpha) Irrtumswahrscheinlichkeit	30
z	Standardnormalvariable	31
VB	Vertrauensbereich (z. B. 95 %-VB)	35
v	(ny) Freiheitsgrad (FG)	37
$t_{v;\alpha}$	Kritische Schranke der t -Verteilung	37
π	(pi) Relative Häufigkeit (Wahrscheinlichkeit) in der Grundgesamtheit	40
\hat{p}	(p Dach) Relative Häufigkeit in einer Stichprobe (Schätzwerte werden gern mit einem Zirkumflex oder Dach gekennzeichnet)	40
$F_{v_1; v_2; \alpha}$	Kritische Schranke der F -Verteilung	41
λ	(lambda) Parameter der Poisson-Verteilung	42
H_0	Nullhypothese	44
H_A	Arbeitshypothese, Alternativhypothese	44
β	(beta) Die Wahrscheinlichkeit, eine falsche H_0 beizubehalten	45

\hat{F}	Varianzverhältnis, Prüfgröße des F -Tests	49
\hat{t}	Prüfgröße des t -Tests	51
χ^2	(chi hoch 2) Chi-Quadrat	53
χ^2	Prüfgröße des χ^2 -Tests	
$\chi^2_{v;\alpha}$	Kritische Schranke der χ^2 -Verteilung	53
\hat{z}	Prüfgröße des z -Tests (Prüfung anhand der Standardnormalverteilung)	60
z_α	Kritische Schranke der Standardnormalverteilung	60
a, b, c, d	Besetzungszahlen einer Vierfeldertafel	65
z_β	Kritische Schranke der Standardnormalverteilung	78
ρ	(rho) Korrelationskoeffizient der Grundgesamtheit	82
r	Korrelationskoeffizient einer Stichprobe	82
$\hat{y} = a + b_y x$	Aus n Beobachtungspaaren (x, y) geschätzte Regressionsgerade zur Voraussage von \hat{y} aus x	84
$\sigma^2_{y \cdot x}$	Restvarianz der Grundgesamtheit	85
$s^2_{y \cdot x}$	Stichproben-Restvarianz	85
$r_{v;\alpha}$	Kritische Schranke des Korrelationskoeffizienten	89