

This series aims to report new developments in mathematical economics and operations research and teaching quickly, informally and at a high level. The type of material considered for publication includes:

1. Preliminary drafts of original papers and monographs
2. Lectures on a new field, or presenting a new angle on a classical field
3. Seminar work-outs
4. Reports of meetings

Texts which are out of print but still in demand may also be considered if they fall within these categories.

The timeliness of a manuscript is more important than its form, which may be unfinished or tentative. Thus, in some instances, proofs may be merely outlined and results presented which have been or will later be published elsewhere.

Publication of *Lecture Notes* is intended as a service to the international mathematical community, in that a commercial publisher, Springer-Verlag, can offer a wider distribution to documents which would otherwise have a restricted readership. Once published and copyrighted, they can be documented in the scientific literature.

Manuscripts

Manuscripts are reproduced by a photographic process; they must therefore be typed with extreme care. Symbols not on the typewriter should be inserted by hand in indelible black ink. Corrections to the typescript should be made by sticking the amended text over the old one, or by obliterating errors with white correcting fluid. Should the text, or any part of it, have to be retyped, the author will be reimbursed upon publication of the volume. Authors receive 75 free copies.

The typescript is reduced slightly in size during reproduction; best results will not be obtained unless the text on any one page is kept within the overall limit of 18 x 26.5 cm (7 x 10 1/2 inches). The publishers will be pleased to supply on request special stationery with the typing area outlined.

Manuscripts in English, German or French should be sent to Prof. Dr. M. Beckmann, Department of Economics, Brown University, Providence, Rhode Island 02912/USA or Prof. Dr. H. P. Künzi, Institut für Operations Research und elektronische Datenverarbeitung der Universität Zürich, Sumatrastraße 30, 8006 Zürich.

Die „*Lecture Notes*“ sollen rasch und informell, aber auf hohem Niveau, über neue Entwicklungen der mathematischen Ökonometrie und Unternehmensforschung berichten, wobei insbesondere auch Berichte und Darstellungen der für die praktische Anwendung interessanten Methoden erwünscht sind. Zur Veröffentlichung kommen:

1. Vorläufige Fassungen von Originalarbeiten und Monographien.
2. Spezielle Vorlesungen über ein neues Gebiet oder ein klassisches Gebiet in neuer Betrachtungsweise.
3. Seminararbeiten.
4. Vorträge von Tagungen.

Ferner kommen auch ältere vergriffene spezielle Vorlesungen, Seminare und Berichte in Frage, wenn nach ihnen eine anhaltende Nachfrage besteht.

Die Beiträge dürfen im Interesse einer größeren Aktualität durchaus den Charakter des Unfertigen und Vorläufigen haben. Sie brauchen Beweise unter Umständen nur zu skizzieren und dürfen auch Ergebnisse enthalten, die in ähnlicher Form schon erschienen sind oder später erscheinen sollen.

Die Herausgabe der „*Lecture Notes*“ Serie durch den Springer-Verlag stellt eine Dienstleistung an die mathematischen Institute dar, indem der Springer-Verlag für ausreichende Lagerhaltung sorgt und einen großen internationalen Kreis von Interessenten erfassen kann. Durch Anzeigen in Fachzeitschriften, Aufnahme in Kataloge und durch Anmeldung zum Copyright sowie durch die Versendung von Besprechungsexemplaren wird eine lückenlose Dokumentation in den wissenschaftlichen Bibliotheken ermöglicht.

Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems

Economics, Computer Science, Information and Control

Edited by M. Beckmann, Providence and H. P. Künzi, Zürich

47

H. A. Nour Eldin

Eidg. Technische Hochschule Zürich

Optimierung linearer Regelsysteme mit quadratischer Zielfunktion

Habilitationsschrift an der Abteilung für Elektrotechnik
der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, 1971



Springer-Verlag
Berlin · Heidelberg · New York 1971

Advisory Board

H. Albach · A. V. Balakrishnan · F. Ferschl · R. E. Kalman · W. Krelle · N. Wirth

AMS Subject Classifications (1970): 34H05, 49Axx, 49Dxx, 93Cxx

ISBN-13: 978-3-540-05465-8

e-ISBN-13: 978-3-642-95212-8

DOI: 10.1007/978-3-642-95212-8

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the material is concerned, specifically those of translation, reprinting, re-use of illustrations, broadcasting, reproduction by photocopying machine or similar means, and storage in data banks.

Under § 54 of the German Copyright Law where copies are made for other than private use, a fee is payable to the publisher, the amount of the fee to be determined by agreement with the publisher.

© by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1971. Library of Congress Catalog Card Number 79-160177.
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1971

Offsetdruck: Julius Beltz, Hemsbach/Bergstr.

V O R W O R T

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Optimierung linearer Regelsysteme mit quadratischer Zielfunktion, unter Berücksichtigung, dass die Zustands- bzw. Steuergrößen begrenzt sein können. Ferner ist man auch frei, die Endbedingungen vorzuschreiben.

Um dieses Problem zu lösen, hat der Autor eine direkte Optimierungsmethode entwickelt, welche das Problem auf eine quadratische (oder konvexe) Programmierungsaufgabe überträgt, deren Lösung mit Hilfe von Methoden des Operations Research bekannt ist.

Der Verfasser zeigt dann, wie man diese Methode auf Systeme mit Totzeiten, Systeme mit verteiltem Parameter, abgetasteten Systemen sowie auf Systeme unter dem Einfluss von Rauschen anwendet. Verschiedene praktische Aufgaben können damit gelöst werden, wovon ein Beispiel in dieser Arbeit behandelt wird.

Der Autor hat mit dieser Arbeit einen neuen Weg für die Lösung dieser wichtigen Regelungsaufgaben geebnet und seine Methoden haben in verschiedenen Arbeiten am Lehrstuhl für Automatik Anwendung gefunden.

Ich hoffe, dass diese wertvolle Arbeit auf weites Interesse stösst.

Institut für Automatik und
Industrielle Elektronik der ETH

Prof.Dr. M.Mansour

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
------------	---

KAPITEL 1

1.	<u>Die Optimierungsaufgabe für lineare kontinuierliche Regelsysteme mit quadratischen Zielfunktionen</u>	15
1.1	Die Formulierung der Optimierungsaufgabe	15
1.2	Die Einschränkung der Form des Steuer- vektors $\underline{u}(t)$	19
1.3	Die Lösung der ZS-Optimierungsaufgabe	23
	a) Die Konvexität der Zielfunktion	26
	a.1. Die starken Bedingungen	26
	a.2. Die schwachen Bedingungen	29
	b) Die Lösung für die optimale Steuer- grösse	32
1.4	Die Lösung der ZR-Optimierungsaufgabe	38
1.5	Die optimale Zustandsregelung durch das konvexe Rückführungsprogramm	41
1.6	Das optimale "Tracking"-Problem	48
1.7	Eine spezielle Lösung des konvexen Pro- gramms für beschränkte Steuerenergie	57
1.8	Ein Beispiel für ein System zweiter Ordnung	63

KAPITEL 2

2.	<u>Die Anwendung der konvexen Rückführungsmethode auf verschiedene lineare Regelprozesse</u>	70
2.1	Die Optimierung von Regelsystemen mit Totzeitgliedern	71
2.1.1	Die Formulierung der Optimierungsaufgabe	74
2.1.2	Die Lösung der Optimierungsaufgabe	75
2.1.3	Beispiele für die optimale Steuerung mit Totzeit	82
2.2	Die Optimierung von Regelsystemen mit verteilten Parametern	86
2.2.1	Die Beschreibung eines Regelsystems mit verteilten Parametern	86
2.2.2	Die bekannte Optimierungsmethode für quadratische Zielfunktion	88
2.2.3	Die neue Lösung der Optimierungsaufgabe	90
	a) Die Lösung der partiellen Differentialgleichung	91
	b) Die Formulierung des Optimierungsproblems	92
	c) Die Auswertung der Zielfunktion	93
	d) Die Konvexität der Zielfunktion	95
	e) Der optimale Steuervektor	97
2.2.4	Ein Beispiel mit der Wellengleichung	98

2.3	Die Optimierung von getasteten Regelsystemen	104
2.3.1	Die Formulierung der Optimierungsaufgabe	106
2.3.2	Die Lösung der ZS-Aufgabe	106
	a) Die Konvexität der Zielfunktion	108
	b) Die Lösung für die optimale Steuer- grösse	112
2.3.3	Die Lösung der ZR-Aufgabe	115

KAPITEL 3

3.	<u>Die Optimierung unter dem Einfluss von Rauschen</u>	117
3.1	Die Optimierung mit Eingangsrauschen	117
3.1.1	Die Lösung der Optimierungsaufgabe mit Eingangsrauschen	119
3.2	Die optimale Zustandsregelung mit fehler- hafter Zustandsmessung	123
3.2.1	Die Eigenschaften des optimalen Vektors $\hat{\underline{U}}_0$	126
3.2.2	Eine quasi-optimale Lösung der Optimie- rungsaufgabe	131

KAPITEL 4

4.	<u>Anwendung des Rückführungsprogramms für die automatische Landung von Verkehrsflugzeugen</u>	138
4.1	Die Landungsphasen für Verkehrsflugzeuge	138
4.2	Der Einfluss der Anfangsbedingungen	139
4.3	Das Flugzeug als Regelstrecke	141
4.4	Die Wahl der Zielfunktion	143
4.5	Die Optimierungsaufgabe	144
4.6	Die Landungskurven mit dem automatischen Landungssystem	148
	<u>Zusammenfassung</u>	154
	<u>Schrifttum</u>	158