

This series aims to report new developments in mathematical economics and operations research and teaching quickly, informally and at a high level. The type of material considered for publication includes:

1. Preliminary drafts of original papers and monographs
2. Lectures on a new field, or presenting a new angle on a classical field
3. Seminar work-outs
4. Reports of meetings

Texts which are out of print but still in demand may also be considered if they fall within these categories.

The timeliness of a manuscript is more important than its form, which may be unfinished or tentative. Thus, in some instances, proofs may be merely outlined and results presented which have been or will later be published elsewhere.

Publication of *Lecture Notes* is intended as a service to the international mathematical community, in that a commercial publisher, Springer-Verlag, can offer a wider distribution to documents which would otherwise have a restricted readership. Once published and copyrighted, they can be documented in the scientific literature.

Manuscripts

Manuscripts are reproduced by a photographic process; they must therefore be typed with extreme care. Symbols not on the typewriter should be inserted by hand in indelible black ink. Corrections to the typescript should be made by sticking the amended text over the old one, or by obliterating errors with white correcting fluid. Should the text, or any part of it, have to be retyped, the author will be reimbursed upon publication of the volume. Authors receive 75 free copies.

The typescript is reduced slightly in size during reproduction; best results will not be obtained unless the text on any one page is kept within the overall limit of 18 x 26.5 cm (7 x 10 1/2 inches). The publishers will be pleased to supply on request special stationery with the typing area outlined.

Manuscripts in English, German or French should be sent to Prof. Dr. M. Beckmann, Department of Economics, Brown University, Providence, Rhode Island 02912/USA or Prof. Dr. H. P. Künzi, Institut für Operations Research und elektronische Datenverarbeitung der Universität Zürich, Sumatrastraße 30, 8006 Zürich.

Die „*Lecture Notes*“ sollen rasch und informell, aber auf hohem Niveau, über neue Entwicklungen der mathematischen Ökonometrie und Unternehmensforschung berichten, wobei insbesondere auch Berichte und Darstellungen der für die praktische Anwendung interessanten Methoden erwünscht sind. Zur Veröffentlichung kommen:

1. Vorläufige Fassungen von Originalarbeiten und Monographien.
2. Spezielle Vorlesungen über ein neues Gebiet oder ein klassisches Gebiet in neuer Betrachtungsweise.
3. Seminararbeiten.
4. Vorträge von Tagungen.

Ferner kommen auch ältere vergriffene spezielle Vorlesungen, Seminare und Berichte in Frage, wenn nach ihnen eine anhaltende Nachfrage besteht.

Die Beiträge dürfen im Interesse einer größeren Aktualität durchaus den Charakter des Unfertigen und Vorläufigen haben. Sie brauchen Beweise unter Umständen nur zu skizzieren und dürfen auch Ergebnisse enthalten, die in ähnlicher Form schon erschienen sind oder später erscheinen sollen.

Die Herausgabe der „*Lecture Notes*“ Serie durch den Springer-Verlag stellt eine Dienstleistung an die mathematischen Institute dar, indem der Springer-Verlag für ausreichende Lagerhaltung sorgt und einen großen internationalen Kreis von Interessenten erfassen kann. Durch Anzeigen in Fachzeitschriften, Aufnahme in Kataloge und durch Anmeldung zum Copyright sowie durch die Versendung von Besprechungsexemplaren wird eine lückenlose Dokumentation in den wissenschaftlichen Bibliotheken ermöglicht.

Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems

Economics, Computer Science, Information and Control

Edited by M. Beckmann, Providence and H. P. Künzi, Zürich

45

K. Wendler

Universität Mannheim

**Hauptaustauschschritte
(Principal Pivoting)**



Springer-Verlag

Berlin · Heidelberg · New York 1971

Advisory Board

H. Albach · A. V. Balakrishnan · F. Ferschl · R. E. Kalman · W. Krelle · N. Wirth

AMS Subject Classifications (1970): 90Cxx, 65Fxx, 68A10

ISBN-13: 978-3-540-05431-3

e-ISBN-13: 978-3-642-95211-1

DOI: 10.1007/978-3-642-95211-1

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the material is concerned, specifically those of translation, reprinting, re-use of illustrations, broadcasting, reproduction by photocopying machine or similar means, and storage in data banks.

Under § 54 of the German Copyright Law where copies are made for other than private use, a fee is payable to the publisher, the amount of the fee to be determined by agreement with the publisher.

© by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1971. Library of Congress Catalog Card Number 77-157072.

Offsetdruck: Julius Beltz, Hemsbach/Bergstr.

V o r w o r t

In den letzten Jahren ist in einer Reihe von Arbeiten [3, 5, 6, 10, 15] die Bedeutung der Hauptaustauschschritte (principal pivotal transforms) in der Optimierungstheorie herausgestellt worden. In theoretischer Hinsicht besteht sie in einer Reihe von Invarianzsätzen für diese Transformation sowie in einer Reihe von Existenzsätzen für Lösungen des sog. Fundamentalproblems, für die der Algorithmus der Hauptaustauschschritte (z.B. von GRAVES [10]) konstruktive Beweise liefert. Die Konvergenz- und Degenerationsproblematik ist eine interessante Erweiterung der entsprechenden Gegebenheiten beim Simplexverfahren.

Diese Arbeit soll einerseits eine einheitliche Darstellung des Problemkreises sein, beginnend mit dem grundlegenden Begriff der kombinatorischen Äquivalenz zwischen Matrizen. Sie enthält aber auch einige Ansatzpunkte für weitere Untersuchungen, etwa über die durch den Algorithmus induzierte Entartungsstruktur des Fundamentalproblems.

Fräulein D. Krämer möchte ich für die Erstellung des Manuskripts meinen Dank aussprechen.

Bonn, im Dezember 1970

K. Wandler

I n h a l t

Zusammenfassung	3
Bezeichnungen	6
1. Kombinatorisch äquivalente Matrizen	7
2. Der Graph der kombinatorisch äquivalenten Matrizen und Hauptaustauschschritte	15
3. Ein Verfahren der Hauptaustauschschritte zur Lösung quadratischer und linearer Optimierungsaufgaben	22
4. Konvergenz des Verfahrens	32
5. Die Entartungsproblematik des Verfahrens	41
6. Matrizen mit nichtnegativen (positiven) Hauptminoren	49
7. Über das Fundamentalproblem	57
Literatur	64