

ISBN-13: 978-3-642-89158-8      e-ISBN-13: 978-3-642-91014-2  
DOI: 10.1007/978-3-642-91014-2

**Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1931**

## Vorwort.

Die mathematische Literatur besitzt eine große Zahl brauchbarer Lehrbücher über die Funktionentheorie, die ja eines ihrer wichtigsten Gebiete darstellt. Das vorliegende Buch beabsichtigt nicht, die Zahl dieser Lehrbücher zu vermehren. Vielmehr ist sein Ziel im Doppeltitel zu suchen. In der Entwicklung der exakten Wissenschaften spielen funktionentheoretische Methoden eine stets wachsende Rolle. Während der Physiker durch seine Ausbildung häufig in enge Beziehung zur Funktionenlehre getreten ist, fehlt dem Techniker in der Regel eine genügende Kenntnis dieser mathematischen Methoden. Es gibt allerdings seit längerer Zeit einige besonders auf technische Aufgaben zugeschnittene Verfahren der angewandten Mathematik, die letzten Endes auf den Sätzen der Funktionentheorie beruhen. Die Entwicklung der theoretischen Technik drängt jedoch selbst immer mehr dazu, diese speziellen Verfahren von ihren Sondersymbolen zu befreien und sie von einem höheren Standpunkt aus als Zweig der allgemeinen Mathematik zu betrachten.

Das Außeninstitut der Technischen Hochschule Berlin und der Elektrotechnische Verein Berlin haben auf Anregungen vieler in der Praxis tätigen Ingenieure im Wintersemester 1929/30 den Versuch gemacht, durch eine gleichzeitige Darstellung dieses Gebietes sowohl von seiten der reinen Mathematik als auch der Anwendungen dem oben genannten Ziel näher zu kommen. Nach acht einführenden mathematischen Vorträgen von Herrn R. Rothe folgte eine Reihe Anwendungen, die jeweils in einer Doppelstunde behandelt wurden. Die beschränkte Zeit zwang jeden der Vortragenden zu äußerster Kürze, so daß der vorgetragene Stoff nur als erste Einführung gelten kann. Damit ist bereits ausgesprochen, daß die im Text angegebene Literatur nicht nur einen Quellennachweis darstellt, sondern zur Erweiterung und Vertiefung des Stoffes unentbehrlich ist.

Die Abgrenzung der Anwendungen ergab sich teils aus Rücksicht auf den Hörerkreis — die Mehrzahl der Hörer waren Mitglieder des Elektrotechnischen Vereins —, teils durch die Wahl der Vortragenden. So findet man fast ausschließlich elektrotechnische Anwendungen, zumal da ein zweiter der Strömungslehre gewidmeter Vortrag im Druck ausfallen mußte.

Die Drucklegung der Vorträge gab die Gelegenheit, manche Fragen ausführlicher zu behandeln, als es beim Vortrag selbst möglich war. Dadurch wird den Hörern der Vortragsreihe die Möglichkeit geboten, durch die Lektüre den Vortragsstoff in geschlossenerer Form zu verarbeiten.

Die Herausgeber danken Herrn Geheimrat Professor Dr. E. Orlich und Herrn Oberingenieur Dr. e. h. C. Trettin für die vielen Anregungen, Ermunterungen und Unterstützungen bei der Herausgabe der Vorträge. Ebenso sei der Verlagsbuchhandlung Julius Springer für ihr Entgegenkommen bei der Drucklegung herzlichst gedankt.

Berlin, im Oktober 1931.

Die Herausgeber.

# Funktionentheorie und ihre Anwendung in der Technik

Vorträge von

R. Rothe, Berlin · W. Schottky, Berlin · K. Pohlhausen, Berlin  
E. Weber, Brooklyn · F. Ollendorff, Berlin · F. Noether, Breslau

Veranstaltet durch das

Außeninstitut der Technischen Hochschule zu Berlin in  
Gemeinschaft mit dem Elektrotechnischen Verein, E. V.  
zu Berlin

Herausgegeben von

**R. Rothe   F. Ollendorff   K. Pohlhausen**

Mit 108 Textabbildungen

# Inhaltsverzeichnis.

Erster Teil.

## Mathematische Grundlagen.

Von R. Rothe, Berlin.

	Seite
<b>A. Komplexe Zahlen und Veränderliche; analytische Funktionen . .</b>	<b>1</b>
1. Erklärung der komplexen Zahlen und ihre Deutung als Vektoren S. 1. — 2. Bemerkungen zur Multiplikation und Division komplexer Zahlen S. 2. — 3. Wurzelausziehung und Kreisteilung S. 3. — 4. Komplexe Veränderliche und Funktionen S. 4. — 5. Stetigkeit komplexer Funktionen S. 4. — 6. Differenzierbarkeit komplexer Funktionen S. 5. — 7. Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen S. 5. — 8. Potentialgleichung S. 6. — 9. Konstruktion analytischer Funktionen. Exponentialfunktion S. 6. — 10. Weitere Beispiele analytischer Funktionen. Elementare Funktionen S. 7. — 11. Eindeutige und mehrdeutige Funktionen. Abbildung der $z$ -Ebene auf die $w$ -Ebene S. 9.	
<b>B. Linienintegrale im Reellen. Zusammenhänge mit der Potentialtheorie und der Strömungslehre . . . . .</b>	<b>10</b>
1. Linienintegrale reeller Funktionen S. 10. — 2. Der Integralsatz von Gauß S. 11. — 3. Der Greensche Satz S. 12. — 4. Integrabilitätsbedingung S. 12. — 5. Veranschaulichung durch ein Vektorfeld; Wirbelstärke und Potential S. 13. — 6. Quellung eines Vektorfeldes S. 14. — 7. Potentialgleichung S. 14. — 8. Das wirbel- und quellenfreie ebene Vektorfeld S. 15. — 9. Beispiel eines ebenen wirbel- und quellenfreien Vektorfeldes S. 16. — 10. Aufgabe aus der Flugtechnik S. 16.	
<b>C. Integrationen im Komplexen . . . . .</b>	<b>17</b>
1. Unbestimmtes Integral im Komplexen S. 17. — 2. Bestimmtes Integral im Komplexen S. 17. — 3. Der Hauptsatz der Funktionentheorie S. 18. — 4. Fortsetzung. Beweis der Behauptung 1 S. 19. — 5. Fortsetzung. Beweis der Behauptungen 2 und 3 S. 20. — 6. Mehrfach zusammenhängende Bereiche S. 21. — 7. Beispiele zum Hauptsatze der Funktionentheorie S. 22. — 8. Abschätzung des Integralwertes S. 23. — 9. Bemerkungen zum Hauptsatze der Funktionentheorie S. 23. — 10. Die Cauchysche Integralformel S. 25. — 11. Das Poissonsche Integral S. 26. — 12. Ableitungen einer analytischen Funktion S. 28. — 13. Fortsetzung. Beispiele S. 29. — 14. Beweis des Satzes von Morera S. 31. — 15. Darstellung einer analytischen Funktion durch die Cauchysche Integralformel S. 31.	
<b>D. Potenzreihen im Komplexen . . . . .</b>	<b>32</b>
1. Allgemeines über unendliche Reihe im Komplexen S. 32. — 2. Gleichmäßige Konvergenz S. 33. — 3. Darstellung einer analytischen Funktion durch eine gleichmäßig konvergente Reihe gegebener analytischer Funktionen (Doppelreihensatz von Weierstraß) S. 34. — 4. Verallgemeinerung S. 35. — 5. Potenzreihen S. 37. — 6. Potenzreihenentwicklung analytischer Funktionen (Taylorsche Reihe) S. 38. — 7. Analytische Fortsetzung S. 39.	

	Seite
<b>E. Laurentsche Reihe. Residuensätze. Singuläre Stellen . . . . .</b>	<b>41</b>
1. Die Laurentsche Reihe S. 41. — 2. Beispiele Laurentscher Reihenentwicklungen S. 43. — 3. Das Residuum S. 43. — 4. Der Residuensatz S. 44. — 5. Singuläre Stellen einer analytischen Funktion S. 45. — 6. Der „unendlich ferne“ Punkt S. 47. — 7. Satz von Liouville S. 48. — 8. Bemerkungen über mehrdeutige Funktionen S. 48.	
<b>F. Anwendungen und vermischte Sätze . . . . .</b>	<b>50</b>
1. Berechnung eines bestimmten Integrals S. 50. — 2. Hakenintegrale S. 52. — 3. Stoßfunktion S. 54. — 4. Lineare Differentialgleichungen und die sogenannte Heavisidesche Operatorenrechnung S. 55. — 5. Gekoppelte Schwingungen S. 56. — 6. Lineare homogene Systeme mit festen Koeffizienten S. 58. — 8. Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten, die durch Stoßfunktionen erregt werden S. 59. — 9. Die Formel von Heaviside und K. W. Wagner S. 61. — 10. Beweis der Heaviside-Wagnerschen Formel S. 63. — 11. Ergänzung zu Nr. 8 S. 65. — 12. Konforme Abbildung S. 66. — 13. Beispiele der konformen Abbildung S. 67. — 14. Fortsetzung: Linear gebrochene Funktionen S. 68. — 15. Abbildungen Riemannscher Flächen S. 69. — 16. Konforme Abbildungen eines konvexen Polygons auf eine Halbebene S. 70. — 17. Konforme Abbildung eines konvexen Polygons auf den Einheitskreis S. 72. — 18. Abbildung des Innern des Polygons S. 73. — 19. Das Schwarzsche Spiegelungsprinzip S. 74.	

### Zweiter Teil.

### Anwendungen.

<b>A. Aufbau elektrischer und magnetischer Felder aus Quellenlinienpotentialen. Von W. Schottky, Berlin . . . . .</b>	<b>76</b>
1. Stellung der Aufgabe S. 76. — 2. Definition und Eigenschaften des Quelllinienpotentials S. 76. — 3. Deutung des Quelllinienpotentials als elektrisches Potential S. 77. — 4. Aufbau elektrischer Felder aus Quelllinienpotentialen. Der Zylinderkondensator S. 78. — 5. Zusammensetzung von Feldern aus mehreren Quelllinienpotentialen S. 79. — 6. Das Gitterpotential einer Verstärkerröhre S. 81. — 7. Berechnung des Durchgriffes einer Verstärkerröhre S. 83. — 8. Berechnung des Verstärkeröhrenfeldes mittels der konformen Abbildung S. 85. — 9. Potentiale von ebenen Quelllinienreihen S. 86. — 10. Anwendungen der einfach unendlichen Quelllinienreihe S. 88. — 11. Die Rolle von Quelllinienpotentialen bei der Berechnung von Stromfeldern S. 11. — 12. Berechnung der Stromfelder zwischen axialsymmetrischen Eisenmassen S. 91. — 13. Grenzen der funktionentheoretischen Methode S. 94.	
<b>B. Zweidimensionale Strömungsfelder. Von K. Pohlhausen, Berlin . . . . .</b>	<b>94</b>
1. Stellung der Aufgabe S. 94. — 2. Grundlagen und Bezeichnungen S. 95. — 3. Axial-symmetrische Strömungen S. 96. — 4. Die Quell- und Senkenströmung S. 97. — 5. Quell- und Senkenströmung mit Parallelströmung S. 98. — 6. Strömung um einen Kreis S. 99. — 7. Strömung um einen Kreiszyylinder mit Zirkulation S. 101. — 8. Bernoullische Gleichung und Kutta-Joukowskyscher Satz S. 103. — 9. Konforme Abbildung von Strömungsfeldern S. 104. — 10. Die konforme Abbildung S. 105. — 11. Strömung um eine ebene Platte S. 106. — 12. Die Kuttasche Bedingung S. 107. — 13. Joukowsky-Profile S. 108. — 14. Zweidimen-	

	Seite
sionale Strömung mit Strahlbildung S. 111. — 15. Literatur über zwei-dimensionale Strömungsfelder S. 114.	
<b>C. Felddausbildung an Kanten. Von E. Weber, Brooklyn . . . . .</b>	<b>114</b>
1. Stellung der Aufgabe S. 114. — 2. Abbildung polygonaler Bereiche auf die Halbebene S. 116. — 3. Kraftlinienverlauf am Rande eines Schenkelpoles S. 118. — 4. Übertragung des Feldes Kante gegen Ebene auf andere Aufgaben S. 125. — 5. Der Plattenkondensator S. 126. — 6. Das magnetische Feld einer Nut S. 129. — 7. Literatur S. 132.	
<b>D. Komplexe Behandlung elektrischer und thermischer Ausgleichsvorgänge. Von F. Ollendorff, Berlin . . . . .</b>	<b>133</b>
1. Stellung der Aufgabe S. 133. — 2. Physik der Ausgleichsvorgänge in Temperatur- und Wirbelstromfeldern S. 135. — 3. Physikalische Bedeutung der komplexen Stoßdarstellung S. 135. — 4. Maschinenmodell der Erwärmungstheorie S. 136. — 5. Die Erwärmungskurve bei reiner Leitungs-Wärmeabfuhr S. 137. — 6. Die Erwärmungskurve bei äußerer Kühlung S. 141. — 7. Die Erwärmungskurve bei innerer Kühlung S. 144. — 8. Einschalten einer Maschine mit Wirbelstromläufer S. 147. — 9. Zusammenfassung S. 152. — 10. Literatur S. 154.	
<b>E. Ausbreitung elektrischer Wellen über der Erde. Von F. Noether, Breslau . . . . .</b>	<b>154</b>
1. Stellung der Aufgabe S. 154. — 2. Ansatz und Grenzbedingungen S. 155. — 3. Analytische Darstellung des primären Antennenfeldes S. 157. — 4. Erfüllung der Grenzbedingungen S. 161. — 5. Diskussion der Lösung S. 163. — 6. Asymptotische Berechnung der Lösung S. 166.	
<b>Sachverzeichnis. . . . .</b>	<b>171</b>