



Grundlehren der
mathematischen Wissenschaften 98

A Series of Comprehensive Studies in Mathematics

Walter Saxer

Versicherungsmathematik

Zweiter Teil



Reprint

Springer-Verlag

Berlin Heidelberg New York 1979

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek:

Saxer, Walter:

Versicherungsmathematik / Walter Saxer. – Reprint. – Berlin, Heidelberg, New York: Springer.
Teil 2. – Reprint [d. Ausg.] Berlin, Göttingen, Heidelberg, Springer, 1958. – 1979.
(Grundlehren der mathematischen Wissenschaften; Bd. 98)

ISBN 978-3-642-88632-4 ISBN 978-3-642-88631-7 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-642-88631-7

AMS Subject Classifications (1970): 62 Po 5

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Bei Vervielfältigungen für gewerbliche Zwecke ist gem. § 54 UrhG eine Vergütung an den Verlag zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© by Springer-Verlag OHG, Berlin · Göttingen · Heidelberg 1958 –

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1958

Reprographischer Nachdruck: Proff GmbH & Co. KG, Bad Honnef

Einband: Graphischer Betrieb Konrad Triltsch, Würzburg

NY/3014-54321

DIE GRUNDLEHREN DER
MATHEMATISCHEN
WISSENSCHAFTEN

IN EINZELDARSTELLUNGEN MIT BESONDERER
BERÜCKSICHTIGUNG DER ANWENDUNGSGBIETE

HERAUSGEGEBEN VON
R. GRAMMEL · E. HOPF · H. HOPF · W. MAGNUS
F. K. SCHMIDT · B. L. VAN DER WAERDEN

BAND XCVIII

VERSICHERUNGSMATHEMATIK II

VON
WALTER SAXER



SPRINGER-VERLAG
BERLIN · GOTTINGEN · HEIDELBERG
1958

VERSICHERUNGS- MATHEMATIK

VON

DR. WALTER SAXER

O. PROFESSOR AN DER EIDG. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

ZWEITER TEIL

MIT EINEM ANHANG VON

DR. HEINRICH JECKLIN

TITULAR-PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT ZÜRICH



SPRINGER-VERLAG
BERLIN · GOTTINGEN · HEIDELBERG
1958

Vorwort.

(Zu Versicherungsmathematik II.)

In diesem „höheren“ Band der Versicherungsmathematik haben wir uns durch geeignete Stoffauswahl vor allem das Ziel gesteckt, die Versicherungsmathematiker davon zu überzeugen, daß wichtige technische Probleme der Versicherungspraxis nur durch Verwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie und Resultate aus der mathematischen Statistik gelöst werden können. Daneben wollten wir die mathematischen Eigenschaften derjenigen Funktionen beschreiben, die im wesentlichen in der Versicherungsmathematik benutzt werden und mit Hilfe eines geeigneten Integralbegriffes eine einheitliche Darstellung der kontinuierlichen und diskontinuierlichen Methode geben. Das Kapitel über die Risikoversicherungen gibt zum erstenmal in einem Lehrbuch eine mathematische Theorie der Unfall- und Sachversicherung. Die Kapitel über die Ausgleichung von Sterbetafeln und der von Herrn JECKLIN verfaßte Anhang über die Versicherung erhöhter Risiken dürften vor allem auch den Praktiker interessieren.

Die einzelnen Kapitel sind weitgehend unabhängig voneinander und können einzeln verstanden werden. Lediglich der im ersten Kapitel definierte Begriff der Versicherungsfunktion wird durchgehend benutzt. Zwecks Unabhängigkeit der einzelnen Kapitel wurden mit Absicht gelegentlich gewisse Aussagen wiederholt.

Es mag auffallen, daß wir im Kapitel über die Mathematik allgemeiner Risikoversicherungen nur bestimmte Teile der Risikotheorie zur Darstellung brachten. Angesichts der Tatsache, daß ausgezeichnete moderne Darstellungen der Risikotheorie¹ vorliegen, haben wir auf ihre vollständige Aufnahme in dieses Kapitel verzichtet. Ferner werden in dieser Theorie maßtheoretische Begriffe und Sätze vorausgesetzt, deren Kenntnis für das Verständnis dieses Buches nicht unerläßlich ist.

Es kann von einem Leser dann verstanden werden, wenn er über die üblichen Kenntnisse in der Differential- und Integralrechnung verfügt und die einfachsten Begriffe der Funktionentheorie sowie der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der mathematischen Statistik und ihre Zusammenhänge kennt.

¹ Von H. CRAMÉR und L. SCHMETTERER.

Bei der Herausgabe dieses Buches habe ich die Unterstützung zahlreicher Kollegen erfahren. Das Eidg. Statistische Amt in Bern hat, wie im ersten Bande, die Aufnahme von Tabellen aus seinen Publikationen gestattet. Herr Prof. SCHÄRF, St. Louis, USA, hat die beiden ersten Kapitel einer kritischen Durchsicht unterzogen und zahlreiche Verbesserungen veranlaßt. Die Herren Prof. WEGMÜLLER und Dr. HÜSSER, Bern, haben in analoger Weise das 5. Kapitel gelesen. Mein früherer Assistent, Herr H. BÜHLMANN, half mir bei der Ausarbeitung des 3. Kapitels und verfaßte die darin enthaltenen Beispiele. Die Herren Prof. JECKLIN und Dr. NEUHAUS, Zürich, haben mir wertvolle Literatur verschafft. Zu ganz besonderem Dank bin ich meinem Assistenten, Herrn J. KUPPER, verpflichtet, der das ganze Manuskript einer kritischen Durchsicht unterzog, zahlreiche Verbesserungen veranlaßte und auch die Korrekturen kontrollierte. In verdankenswerter Weise haben schließlich die Herren Dr. P. STRICKLER und Dr. H. LOEFFEL die Korrektur des Anhanges besorgt.

Dem Verlag gilt mein herzlicher Dank für die Berücksichtigung meiner Wünsche bei der Drucklegung des Buches.

Zürich, April 1958.

W. SAXER.

Inhaltsverzeichnis.

INHALTSVERZEICHNIS DES HAUPTTEILES.

I. Theorie der Versicherungsfunktionen.

1.1. Stetige Funktionen	2
1.2. Einseitig stetige und stückweise stetige Funktionen	5
1.3. Funktionen von beschränkter Schwankung	8
1.4. Differenzierbare Funktionen	12
1.5. Definition der Versicherungsfunktionen	13
1.6. Definition der Integrale von STIELTJES und SCHÄRF	16
1.7. STIELTJES-SCHÄRFSche Integrale für V -Funktionen	19
1.8. Iterierte STIELTJES-SCHÄRFSche Integrale von V -Funktionen	22

II. Mathematik der Lebensversicherung.

2.1. Darstellung der Grundgrößen der Mathematik der Lebensversicherung	27
2.2. Darstellung einer allgemeinen Versicherung und ihrer Reserve	33
2.3. Funktionalgleichungen der Reserve	37
2.4. Prämienzerlegung in Spar- und Risikoteil	42
2.5. Variation der Rechnungsgrundlagen und ihr Einfluß auf Reserve und Gewinnbildung	44
2.6. Anwendung der Variationsformeln	49

III. Mathematik allgemeiner Risikoversicherungen.

3.1. Definition der Verteilungsfunktionen und ihre wichtigsten Eigenschaften	53
3.2. Die Binomial-Verteilung	62
3.3. Die Normalverteilung	66
3.4. Die logarithmische Normalverteilung	71
3.5. Die F -Verteilung	72
3.6. Die POISSON-Verteilung	74
3.7. Die verallgemeinerte und zusammengesetzte POISSON-Verteilung	82
3.8. Der Risikoprozeß	88
3.9. Prämien allgemeiner Risikoversicherungen	95
3.10. Schwankungsreserven	98
3.11. Bestimmung der Risikogewinne	100
3.12. Numerische Berechnungen	105

IV. Erneuerungstheorie.

4.1. Grundlegende Gleichungen des Erneuerungsprozesses	107
4.2. Diskontinuierlicher Erneuerungsprozeß bei einer endlichen Ausscheidungsordnung	111
4.3. Diskontinuierlicher Erneuerungsprozeß bei einer unendlichen Ausscheidungsordnung, erzeugende Funktionen	115
4.4. Wahrscheinlichkeitstheoretische Stabilisierungskriterien	119
4.5. Lösung der Erneuerungs-Integralgleichung mittels sukzessiver Approximationen	124
4.6. Lösung der Erneuerungs-Integralgleichung mittels LAPLACE-Transformation 133	
4.7. Wahrscheinlichkeitstheoretische Formulierung des Erneuerungsprozesses	138
4.8. Verallgemeinerung der Erneuerungsungleichung und numerische Werte . . .	140

V. Ausgleichung von Sterbetafeln.

5.1. Statistische Auffassung einer Sterbetafel	149
5.2. Zusammenstellung der Ausgleichsmethoden	151
5.3. Die Interpolationsformeln von NEWTON und KARUP	153
5.4. Das mechanische Ausgleichsverfahren von G. KING	157
5.5. Sterbeformeln	159
5.6. Darstellung einiger analytischer Ausgleichsmethoden	161
5.7. Orthogonale Polynome	169
5.8. Ausgleichung mittels orthogonaler Polynome	178
5.9. Darstellung eines gemischten Ausgleichsverfahrens	182
5.10. Beurteilung der Güte einer Ausgleichung	190

INHALTSVERZEICHNIS DES ANHANGES.

Grundlagen und Technik der Behandlung erhöhter Risiken in der Lebensversicherung.**I. Grundlagen.**

A.1.1. Grundsätzliche Fragen	198
A.1.2. Die statistische Bemessung des Risikos	203
Einleitung	203
a) Sterblichkeitsstatistik nach Gruppen gleichen Erschwerungsgrundes	205
b) Sterblichkeitsstatistik nach Gruppen gleichen Übersterblichkeitsgrades	207
c) Statistik der Todesursachen	212
A.1.3. Arbeitshypothesen	215
Einleitung	215
a) Sterbetafeln für bestimmte Erschwerungsgründe	215
b) Methode der Alterserhöhung	219
c) Methode der multiplikativen Sterblichkeitserhöhung	219
d) Methode der additiven Sterblichkeitserhöhung	223

II. Technik.

A.2.1. Die Sonderprämie für erhöhtes Risiko	225
Einleitung	225
a) Herleitung einiger einfacher Näherungsformeln	227
b) Konstante multiplikative Sterblichkeitserhöhung	232
c) Der konstanten multiplikativen Übersterblichkeit entsprechende Alterserhöhung	236
d) Konstante additive Sterblichkeitserhöhung	239
e) Variable Übersterblichkeit	245
f) Einfluß der Arbeitshypothese konstanter Übersterblichkeit auf die Prämienhöhe	251
g) Prämienrückgewähr	253
A.2.2. Anpassung der Versicherungsleistungen	257
Einleitung	257
a) Die Karenz	257
b) Die Staffelung	259
c) Kompensation der Sonderprämie durch angepaßte Versicherungsart	264
d) Ersetzung temporärer Sonderprämien durch Summenkürzung	266
A.2.3. Reserveberechnung	269
Einleitung	269
a) Reserveberechnung nach den verschiedenen Arbeitshypothesen	270
b) Einfluß der rechnermäßigen Übersterblichkeit auf den Reserve- verlauf	273
 Namen- und Sachverzeichnis des Hauptteiles	 278
Namen- und Sachverzeichnis des Anhangs	281