DIE GRUNDLEHREN DER

MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN

IN EINZELDARSTELLUNGEN MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG DER ANWENDUNGSGEBIETE

BAND 66

SPRINGER-VERLAG
BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG · NEW YORK
1965

THEORIE DER GEWÖHNLICHEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN

AUF FUNKTIONENTHEORETISCHER GRUNDLAGE DARGESTELLT

VON

LUDWIG BIEBERBACH

ZWEITE

UMGEARBEITETE UND ERWEITERTE AUFLAGE

SPRINGER-VERLAG
BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG · NEW YORK
1965

Geschäftsführende Herausgeber:

Prof. Dr. B. Eckmann
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Prof. Dr. B. L. van der Waerden
Mathematisches Institut der Universität Zürich

ISBN-13: 978-3-642-88467-2 e-ISBN-13: 978-3-642-88466-5
DOI: 10.1007/978-3-642-88466-5

Library of Congress Catalog Card Number 64-22704
Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1965

Titel-Nr. 5049

Vorwort zur zweiten Auflage

Aufgabe meines Buches ist auch in dieser zweiten Auflage eine lesbare Darstellung des gegenwärtigen Standes der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen als eines Kapitels der Funktionentheorie. In den zehn Jahren, die seit dem Erscheinen der ersten Auflage vergangen sind, ist manches Neue hinzugekommen und hat der Verfasser auch manches zugelernt. Das alles findet seinen Ausdruck in einer gründlichen Umarbeitung des Textes und in vielen Erweiterungen.

Nützlich waren vor allem auch kritische Besprechungen. Ich denke dabei insbesondere an die fundierten Ausführungen in den Reviews und im Zentralblatt. Freilich habe ich mich nicht entschließen können, allen da gegebenen Anregungen zu folgen. Einmal setzen eigener Geschmack und eigene Kenntnisse dem Verfasser gewisse Grenzen. Aber auch sachliche Gründe waren von Einfluß. So sind u. a. auch jetzt die Asymptotika beiseite geblieben, denen ein besonderer Band dieser Sammlung gewidmet werden sollte, ebenso auch die algebraischen Aspekte der Theorie, denen ein besonderer Band gebührt. So interessant und wichtig diese Dinge sind, man kann sie kaum als Kapitel der Funktionentheorie ansehen. Auch glaube ich nicht, daß die nach dem Muster der Theorie der algebraischen Funktionen aufgebaute Lehre von den multiplikativen Funktionen die Theorie der gewöhnlichen linearen Differentialgleichungen umfaßt. Das kann man erst von der Theorie der multiplikativen Matrizenfunktionen behaupten. Aber diese steckt noch in den Kinderschuhen, wenn man so sagen darf. Das dahin gehörige RIEMANNsche Problem habe ich nur bis zu einer expliziten Lösung im Falle einer Monodromiegruppe mit zwei Erzeugenden und drei vorgegebenen Stellen der Bestimmtheit gefördert. Auch solche explizite Durchführung fehlte bis jetzt. In die Fragwürdigkeiten, in das Chaos um die Vorstellungen von festen und beweglichen Singularitäten hoffe ich durch Einführung präziser Definitionen etwas Ordnung gebracht zu haben.

Die Darstellung geht nicht nur in einigen Einzelheiten eigene Wege, sondern bietet auch noch an einigen weiteren Stellen sachlich Neues. Ich nenne den Satz von PAINLEVÉ in den §§ 1. und 2., der sich vielfach als entscheidend wichtig erweist. In § 6.**14.** wird die Abschätzung der Wachstumsordnung der Lösungen auf Systeme ausgedehnt. Die Ausführungen in § 10.**2.** zeigen, daß der Ansatz von PLEMELJ weit mehr enthält, als man hie und da wahrhaben will. Endlich nenne ich einige Bemerkungen zu den PAINLEVÉschen Transzendenten in § 12.**1.**

In der Darstellung gibt es leichtere und schwerere Abschnitte. So hoffe ich nicht nur dem Anfänger sondern auch dem Kenner etwas zu bieten.

Die Verweise auf neuere Literatur habe ich wieder in den Text eingearbeitet. Eine eigentliche Bibliographie zu bieten, scheint mir wegen der Verflochtenheit des Gegenstandes mit anderen Gebieten kaum tunlich. Wegen der älteren Literatur verweise ich nach wie vor auf die im Vorwort zur ersten Auflage erwähnten vier Bücher von LUDWIG SCHLESINGER (Handbuch, Einführung, Vorlesungen, Bericht) sowie auf die Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften, vor allem die beiden Artikel von EMIL HILB. Zu den eigens der Funktionentheorie der Differentialgleichungen gewidmeten Büchern ist nur eines hinzugekommen: die auch in deutscher gekürzter Übersetzung erschienenen Vorlesungen von W. W. GOLUBEW über Differentialgleichungen im Komplexen, Berlin 1958. Es versteht sich, daß einige im Text meines Buches erwähnte Werke anderer Richtung einzelne Abschnitte über einige einschlägige Fragen enthalten.

Rottach-Egern, im August 1964

BIEBERBACH

Vorwort zur ersten Auflage

Seit SCHLESINGERS Büchern ist dreißig Jahre lang im deutschen Sprachbereich kein der Funktionentheorie der Differentialgleichungen gewidmetes Buch mehr erschienen, wenn auch viele Lehrbücher, wie z. B. das von HORN sowie das in dieser Sammlung erschienene Buch des Verfassers einzelnes aus diesem Gebiet bringen. INCE widmet fast die Hälfte seines rühmlichen Werkes der funktionentheoretischen Seite der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen. Es sind aber auch schon wieder dreizehn Jahre seit dem Erscheinen dieses Buches vergangen. In jenen Jahrzehnten haben neue funktionentheoretische Methoden ihren Einzug gehalten und haben sich neue Fragestellungen, neue Ergebnisse und Verlagerungen des Schwerpunktes der Interessen gezeigt. Dies alles ist neben der steigenden Bedeutung, die der Gegenstand auch für die Anwendungsgebiete hat, Rechtfertigung genug für das Erscheinen eines neuen Buches, das die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen auf funktionentheoretischer Grundlage behandelt.

Ich kann nur eine Auswahl des reichen Stoffes bieten, nicht nur, weil ein Lehrbuch kein Handbuch sein soll, und nicht nur, weil meine Fähigkeiten wie die eines jeden Verfassers begrenzt sind, sondern vor allem deshalb, weil das in diesem Gebiet erstrebte eine nur allzu echte Obermenge des wirklich gesicherten ist. Zudem wird jeder, der über den Gegenstand dieses Buches weiterarbeiten will, zu den trefflichen Encyklopädieartikeln von EMIL HILB greifen müssen.

Meine Darstellung setzt voraus, daß die Elemente der Funktionentheorie zum gesicherten Wissensbestand des Benutzers gehören. Vorkenntnisse aus dem Gebiet der Differentialgleichungen werden nicht vorausgesetzt. Daher enthält das Buch die Partien, die vor allem den Anfänger angehen, in breiter Darstellung und bietet Teile, die erst den Fortgeschrittenen ansprechen, in wesentlich knapperer Diktion. So wird dem Leser empfohlen, Abschnitte, die ihm Schwierigkeiten bereiten, zunächst zu überschlagen.

Mit Literaturangaben war ich sparsam. Ich habe nur erwähnt, was in der Encyklopädie noch nicht berücksichtigt werden konnte und habe darüber hinaus solche Literaturstellen namhaft gemacht, an die sich meine Darstellung anlehnt. Es versteht sich, daß in dem Buch auch geistiges Eigentum des Verfassers steckt. Dieses zu registrieren, kann füglich den Referatenorganen überlassen bleiben.

Bei den Korrekturen haben mich die Herren GERHARD LYRA, WALTER NOLL, FRIEDEMANN STALLMANN, EGON ULLRICH, HANS WITTICH in trefflicher Weise unterstützt. Ihnen gilt mein herzlicher Dank. Unterhaltungen mit Herrn ISTVÁN SZABÓ waren mir während der Abfassung des Buches von anspornender und belehrender Bedeutung.

Berlin, im Mai 1953

BIEBERBACH

Inhaltsverzeichnis