

Ökonometrie
und Unternehmensforschung

Econometrics
and Operations Research

XV

Herausgegeben von / Edited by

M. Beckmann, München / Providence · R. Henn, Karlsruhe
A. Jaeger, Cincinnati · W. Krelle, Bonn · H. P. Künzi, Zürich
K. Wenke, Zürich · Ph. Wolfe, New York

Geschäftsführende Herausgeber / Managing Editors

W. Krelle · H. P. Künzi

Heiner Müller-Merbach

Optimale Reihenfolgen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1970

Professor Dr. Heiner Müller-Merbach
Universität Mainz, Lehrstuhl für Betriebswirtschaft
Mainz

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Bei Vervielfältigungen für gewerbliche Zwecke ist gemäß § 54 UrhG eine Vergütung an den Verlag zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

ISBN-13:978-3-642-87728-5 e-ISBN-13:978-3-642-87727-8
DOI:10.1007/978-3-642-87727-8

© by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1970

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1970

Library of Congress Catalog Card Number 75-100692.

Titel-Nr. 6490

Vorwort

Reihenfolgeprobleme stehen im Fachgebiet des Operations Research seit einiger Zeit im Mittelpunkt des Interesses. Nachdem bis vor wenigen Jahren für viele Reihenfolgeprobleme noch keine brauchbaren Lösungsverfahren bekannt waren, wurden seit etwa 1960 verschiedene Verfahren entwickelt, die kleine und mittelgroße Probleme mit wirtschaftlich vertretbarem Aufwand exakt und größere Probleme mit hinreichender Genauigkeit zu lösen gestatteten. In der vorliegenden Arbeit sollen diese Verfahren diskutiert und vor allem über die mit ihnen an zahlreichen Beispielen gewonnenen Erfahrungen berichtet werden. Bei der Beschreibung der Verfahren stehen algorithmische Gesichtspunkte und Fragen der Eignung zur Programmierung für elektronische Rechenautomaten im Vordergrund. Einige neuere Verfahren wurden auf Rechenautomaten getestet. Die dabei erzielten Ergebnisse werden ausführlich analysiert.

Bei der Darstellung habe ich mich von der Maxime leiten lassen, ein schnell lesbares Buch hervorzubringen. Dem Leser, gleichgültig ob Theoretiker oder Praktiker, möchte ich damit die Gelegenheit bieten, sich mit einem Minimum an Zeit in die wesentlichen Strukturen der Reihenfolgeprobleme und deren Lösungsverfahren einzuarbeiten. Zu diesem Zweck habe ich bei der Beschreibung der Lösungsverfahren jeweils nach einführenden Erörterungen Beispiele zur Demonstration herangezogen und erst abschließend die allgemeingültigen Formulierungen der Verfahren gegeben. Auf mathematischen Formalismus habe ich weitgehend verzichtet, soweit er nicht zum Verständnis der Probleme und Verfahren erforderlich oder zum Lesen der wichtigsten Fachliteratur unumgänglich war.

Wesentliche Teile dieser Arbeit entstanden während meiner Tätigkeit am Institut für Praktische Mathematik (IPM) der Technischen Hochschule Darmstadt. Es ist mir ein echtes Bedürfnis, dem verstorbenen Direktor dieses Instituts, meinem hochverehrten Lehrer Herrn Professor Dr. h.c. Dr. Alwin Walther, Dank zu sagen für die wertvolle Unterstützung und die vielen Ratschläge, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Dankbar bin ich ihm ferner dafür, daß er bereits während meiner ersten Studienjahre in mir das Interesse am elektronischen Rechnen geweckt hat, wodurch ich 1957 den Zugang zum aktiven Arbeiten mit Rechenautomaten fand.

Sehr dankbar bin ich Herrn Professor Dr. Eberhard Dülfer für seine Unterstützung bei dieser Arbeit. Aus häufigen Fachgesprächen mit ihm gingen viele wertvolle Anregungen zur Einordnung der mathematischen Verfahren in die Betriebswirtschaftslehre hervor. Ferner hat er intensiv das Entstehen dieser Arbeit unterstützt und mich stets freundschaftlich ermuntert, die Arbeit zu einem erfolgreichen Ende zu bringen.

Mein Dank gilt auch Herrn Professor Dr. Horst Albach. Durch seine im Wintersemester 1959/60 in Darmstadt gehaltene Vorlesung über Lineare Planungsrechnung habe ich die ersten Anregungen zur eigenen Arbeit im Gebiet Operations Research erhalten. In damaligen und vielen späteren Diskussionen habe ich von seinem Fachwissen sehr stark profitieren können. Sein Rat hat mir bei der Erstellung dieser Arbeit sehr genützt.

Für viele Hinweise und kritische Stellungnahmen zum Manuskript bin ich meinen früheren Kollegen im IPM, insbesondere Herrn Dr. Ing. Hasso von Falkenhausen, und meinen jetzigen Mitarbeitern, Herrn Dipl.-Math. Ulrich Barth, Herrn Dipl.-Wirtsch.-Ing. Gerald Gallus, Herrn Dipl.-Wirtsch.-Ing. Horst Lüttgen, Herrn Dipl.-Math. Dietrich Ohse, Herrn Dipl.-Wirtsch.-Ing. Wolfgang P. Schmidt und Herrn Dipl.-Wirtsch.-Ing. Helmut Wiggert dankbar verbunden. Weitere Anregungen erhielt ich von den Hörern meiner im Sommersemester 1966 an der Technischen Hochschule Darmstadt über Reihenfolgeprobleme gehaltenen Vorlesung.

Mit großer Sorgfalt haben Herr cand. rer. pol. Rainer Süß die Zeichnungen angefertigt und Frau Gertrud Müller und meine Sekretärin, Fräulein Hannelore Müller, das Manuskript erstellt. Ihnen danke ich besonders herzlich.

Dem Springer-Verlag bin ich für die Sorgfalt und Mühe bei der Ausstattung und Herstellung des Buches dankbar.

Mainz, Herbst 1969

HEINER MÜLLER-MERBACH

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|----|
| KAPITEL 1 | |
| Reihenfolgeprobleme | 1 |
| KAPITEL 2 | |
| Graphentheoretische Grundlagen | |
| 2.1. Grundbegriffe | 4 |
| 2.2. Einige Eigenschaften von Graphen | 7 |
| KAPITEL 3 | |
| Methoden und Modelle der linearen Planungsrechnung | |
| 3.1. Allgemeines | 11 |
| 3.2. Das Zuordnungsproblem | 12 |
| 3.3. Das Transportproblem | 21 |
| 3.4. Der allgemeine Ansatz der linearen Planungsrechnung | 22 |
| 3.5. Die ganzzahlige Planungsrechnung | 23 |
| KAPITEL 4 | |
| Die wichtigsten Methoden zur Berechnung optimaler Reihenfolgen | |
| 4.1. Allgemeines | 25 |
| 4.2. Die Vollenumeration | 25 |
| 4.3. Entscheidungsbaumverfahren | 27 |
| 4.3.1. Die dynamische Planungsrechnung | 28 |
| 4.3.2. Das Verfahren des Branching and Bounding | 29 |
| 4.3.3. Die begrenzte Enumeration | 31 |
| 4.3.4. Vergleich der Entscheidungsbaumverfahren | 32 |
| 4.4. Heuristische Verfahren | 34 |
| KAPITEL 5 | |
| Optimale Wege in Netzen | |
| 5.1. Allgemeines | 38 |
| 5.2. Optimale Wege zwischen zwei Knoten in Netzen ohne wesentliche Kreise und Schleifen | 39 |
| 5.2.1. Die Berechnung kürzester Wege mit dem Dijkstra-Algorithmus | 39 |
| 5.2.2. Die Berechnung längster Wege | 43 |
| 5.2.3. Die Lösung mit linearer Planungsrechnung | 46 |
| 5.3. Optimale Wege zwischen allen Knoten in Netzen ohne wesentliche Kreise und Schleifen | 47 |

| | |
|--|----|
| 5.4. Optimale Wege zwischen zwei Knoten in Netzen mit wesentlichen Schleifen | 52 |
| 5.4.1. Längste Wege mit Knotenrestriktion | 52 |
| 5.4.2. Längste Wege mit Kantenrestriktion | 57 |
| 5.5. Anwendungen | 59 |
| 5.5.1. Die Bestimmung kritischer Wege in Terminplanungsnetzen | 60 |
| 5.5.2. Risikominimale Wege in Netzen | 61 |
| 5.5.3. Optimale Devisenarbitrage | 62 |

KAPITEL 6

Das Traveling Salesman Problem

| | |
|--|-----|
| 6.1. Allgemeines | 65 |
| 6.2. Geschichte der Methoden zur Lösung des Traveling Salesman Problems | 66 |
| 6.3. Ein Demonstrationsbeispiel | 67 |
| 6.4. Lösungsansätze mit ganzzahliger linearer Planungsrechnung | 69 |
| 6.4.1. Die Formulierung des Traveling Salesman Problems als Problem der ganzzahligen linearen Planungsrechnung | 69 |
| 6.4.2. Die Verwandtschaft zum Zuordnungsproblem der linearen Planungsrechnung | 71 |
| 6.5. Die Lösung des Traveling Salesman Problems durch vollständige Enumeration | 72 |
| 6.6. Heuristische Verfahren zur Lösung des Traveling Salesman Problems | 72 |
| 6.6.1. Eröffnungsverfahren | 73 |
| 6.6.2. Suboptimierende Iterationsverfahren | 77 |
| 6.7. Entscheidungsbaumverfahren zur Lösung des Traveling Salesman Problems | 92 |
| 6.7.1. Die dynamische Planungsrechnung | 92 |
| 6.7.2. Das Verfahren des Branching and Bounding | 96 |
| 6.7.3. Die begrenzte Enumeration, erste Version | 102 |
| 6.7.4. Die begrenzte Enumeration, zweite Version | 108 |
| 6.7.5. Die begrenzte Enumeration, dritte Version | 112 |
| 6.7.6. Die begrenzte Enumeration, vierte Version | 118 |
| 6.8. Numerische Erfahrungen bei der Lösung von Traveling Salesman Problemen | 123 |
| 6.8.1. Untersuchte Probleme | 123 |
| 6.8.2. Erfahrungen mit heuristischen Verfahren | 125 |
| 6.8.3. Erfahrungen mit der begrenzten Enumeration | 130 |
| 6.8.4. Empfehlungen für die Wahl eines Verfahrens | 136 |
| 6.9. Rundreiseprobleme besonderer Struktur | 136 |

KAPITEL 7

Das Chinese Postman's Problem

| | |
|---|-----|
| 7.1. Allgemeines | 142 |
| 7.2. Das Königsberger Brückenproblem | 143 |
| 7.3. Das Chinese Postman's Problem in ungerichteten Graphen | 146 |
| 7.3.1. Das Verfahren der wesentlichen Kreise von Kwan | 147 |
| 7.3.2. Der Lösungsansatz der ganzzahligen linearen Planungsrechnung | 148 |
| 7.3.3. Die begrenzte Enumeration | 150 |
| 7.4. Das Chinese Postman's Problem in gerichteten Graphen | 152 |
| 7.5. Varianten des Chinese Postman's Problems | 156 |

KAPITEL 8

Raumzuordnungsprobleme

| | |
|--|-----|
| 8.1. Allgemeines | 158 |
| 8.2. Die Formulierung als quadratisches Zuordnungsproblem | 158 |
| 8.3. Heuristische Verfahren | 159 |
| 8.3.1. Eröffnungsverfahren. | 160 |
| 8.3.2. Suboptimierende Iterationsverfahren | 165 |
| 8.4. Raumzuordnungsprobleme in der Praxis und verwandte Probleme | 168 |
| 8.4.1. Die Triangulierung von Input-Output-Matrizen | 169 |
| 8.4.2. Die Verwandtschaft zwischen dem Traveling Salesman Problem und Raumzuordnungsproblemen | 171 |

KAPITEL 9

Probleme der Maschinenbelegungsplanung

| | |
|--|-----|
| 9.1. Allgemeines | 172 |
| 9.2. Die Maschinenbelegungsplanung bei der Organisationsform der „Werkstatt- fertigung“ | 173 |
| 9.2.1. Geschichtlicher Überblick über die Lösungsansätze | 173 |
| 9.2.2. Arbeitsverteilung mit Prioritätsregeln | 175 |
| 9.2.3. Optimierungskriterien und Gutenbergs „Ablaufplanungsdilemma“ | 176 |
| 9.2.4. Das klassische Job Shop Scheduling Problem und seine Lösung mit der begrenzten Enumeration | 177 |
| 9.2.5. Numerische Erfahrungen | 185 |
| 9.2.6. Die Kombination von Prioritätsregeln und Enumerationsverfahren | 189 |
| 9.3. Die Betriebsmitteleinsatzplanung bei netzplanmäßig zerlegten Projekten | 191 |
| 9.3.1. Ein Beispiel | 193 |
| 9.3.2. Die Prioritätsregelverfahren | 196 |
| 9.3.3. Das Verfahren der Variationen-Enumeration | 198 |
| 9.3.4. Die begrenzte Enumeration | 200 |
| 9.3.5. Numerische Erfahrungen | 201 |

KAPITEL 10

Optimale Reihenfolge innerhalb mathematischer Algorithmen

| | |
|--|-----|
| 10.1. Allgemeines. | 205 |
| 10.2. Die Reihenfolge der Pivot-Elemente bei der Inversion von Matrizen | 205 |
| 10.3. Die Wahl der Pivot-Elemente bei der Simplex-Methode der linearen Planungsrechnung | 207 |
| 10.4. Die Multiplikation mehrerer Matrizen | 209 |
| Literaturverzeichnis | 213 |
| Namenverzeichnis | 221 |
| Sachverzeichnis. | 224 |