Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften

in Einzeldarstellungen
mit besonderer Berücksichtigung
der Anwendungsgebiete

Band 78

Paul Lorenzen

Einführung in die operative Logik und Mathematik

Zweite Auflage

Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1969

Paul Lorenzen
o. Prof. der Philosophie an der Universität Erlangen

Geschäftsführende Herausgeber:

Prof. Dr. B. Eckmann
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Prof. Dr. B. L. van der Waerden
Mathematisches Institut der Universität Zürich

ISBN 978-3-642-86519-0 ISBN 978-3-642-86518-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-86518-3

Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1969
Library of Congress Catalog Card Number 73-76724

Titel-Nr. 5061

Vorwort zur zweiten Auflage.

Für die Neuauflage ist der Text nur unwesentlich geändert worden. Es ist — neben der Korrektur einiger Ungenauigkeiten — vor allem die Terminologie und Symbolik an meine späteren Arbeiten angeglichen.

Obwohl ich — verständlicherweise — jetzt die Ansätze der späteren Arbeiten für „sachgemäßer" halte, z. B. eine Logik der Dialoge statt einer Logik der Kalküle, die Verwendung indefiniter Quantoren statt einer expliziten Konstruktion von Sprachschichten, enthält diese Neuauflage den Inhalt der 1. Auflage unverändert.

Der Leser kann also einen Vergleich mit meinen späteren Arbeiten (vgl. Literaturverzeichnis) selber durchführen.

Mein Dank gilt wiederum dem Verlag für seine entgegenkommende Mitarbeit bei der Vorbereitung dieser Neuauflage.

Erlangen, den 1. November 1968. PAUL LORENZEN.

Vorwort zur ersten Auflage.

Der Plan, meine bisherigen Untersuchungen zu einer neuen — hier „operativ" genannten — Begründung der Mathematik systematisch auszuarbeiten und zusammenfassend darzustellen, geht auf die freundliche Initiative der Herausgeber dieser Sammlung zurück. Ich danke insbesondere Herrn F. K. SCHMIDT für seine Förderung des Planes.

Das Buch ist so geschrieben, daß es keine speziellen Kenntnisse weder der Logik noch der Mathematik voraussetzt. Ich hoffe, daß es daher von jedem, der die mathematischen Anfängervorlesungen gehört hat, verstanden werden kann. Wer sich nicht für Logik interessiert und also bereit ist, alles Logische als „selbstverständlich" hinzunehmen, braucht Teil I nur flüchtig zu lesen. Zur Erleichterung für solche Leser sei auf die Erklärung der wichtigsten Bezeichnungen hingewiesen.

Für viele gute Ratschläge bei der Abfassung des Manuskriptes und bei den Korrekturen bin ich den Herren H. GERICKE, G. MÜLLER und G. PICKERT dankbar. Herrn E. WETTE verdanke ich darüber hinaus noch das Sachverzeichnis.

Mein besonderer Dank gilt auch dem Verlag für seine entgegenkommende Mitarbeit.

Bonn, den 1. März 1955. PAUL LORENZEN.

Inhaltsverzeichnis.

Erklärung der wichtigsten Bezeichnungen.

(1)

Logik:	*Mengenlehre:*
Subjunktion $\rightarrow$ ($\ulcorner\!-$)	Subtraktion $\llcorner$
Bisubjunktion $\leftrightarrow$ ($\ulcorner\!\urcorner$)	BOOLEsche Addition $\sqcup$
Konjunktion $\wedge$, $\bigwedge_x$ (für alle x)	Durchschnitt $\cap$, $\bigcap_x$
Adjunktion $\vee$, $\bigvee_x$ (für manche x)	Vereinigung $\cup$, $\bigcup_x$
Negation $\neg$	Komplement $\llcorner$

(2) $\leftrightharpoons$ bezeichnet die definitorische Gleichheit oder Äquivalenz.

(3) Für Formeln $A(x)$ bezeichnet
$\iota_x A(x)$ dasjenige x mit $A(x)$ (falls es genau ein solches gibt),
$\in_x A(x)$ die Menge der x mit $A(x)$.
Mit $M = \in_x A(x)$ wird gesetzt: $x \in M \leftrightharpoons A(x)$.

(4) Für Terme $Y(x)$ bezeichnet
$℩_x Y(x)$ die Funktion, die für x den Wert $Y(x)$ annimmt.
Mit $f = ℩_x Y(x)$ wird gesetzt: $f\, ℩\, x \leftrightharpoons Y(x)$.

(5) In $X_1, X_2, \ldots$ deutet ... an, daß endlich viele Glieder folgen.
In $X_1, X_2, \ldots\ldots$ deutet ..... an, daß unendlich viele Glieder folgen.

(6) $*$, $\dagger$, $\ddagger$ werden als Nennvariable für Grundzahlen benutzt, so daß z.B. X_* die Folge $℩_n X_n$, also $X_1, X_2, \ldots\ldots$ bezeichnet.

(7) Die benutzte Methode, die Zusammensetzung von Formeln oder Termen mit Punkten statt mit Klammern zu bezeichnen, ist in § 1 erklärt, z.B.

$A \wedge B \dot{\vee} C$ statt $(A \wedge B) \vee C$,

$\sum_n . X + Y_n .$ statt $\sum_n (X + Y_n)$.