



Friedel Hartmann

Methode der Randelemente

**Boundary Elements
in der Mechanik
auf dem PC**

Mit 159 Abbildungen

**Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo 1987**

Dr.-Ing. Friedel Hartmann

Lehrstuhl für Baumechanik-Statik
Universität Dortmund
August-Schmidt-Straße
4600 Dortmund 50

ISBN-13: 978-3-540-17336-6 e-ISBN-13: 978-3-642-82970-3
DOI: 10.1007/978-3-642-82970-3

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek
Hartmann, Friedel:

Methode der Randelemente: boundary elements in d. Mechanik auf d. PC / Friedel Hartmann.
Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo: Springer, 1987.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der Fassung vom 24. Juni 1985 zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urhebergesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1987

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1987

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

2161/3020 543210

Vorwort

Die Methode der Randelemente bietet gegenüber den finiten Elementen den Vorteil, daß nur der Rand des Gebiets diskretisiert werden muß, und so das zu lösende Gleichungssystem sehr viel kleiner ist, als bei finiten Elementen. Zudem ist die Genauigkeit der Lösung i.allg. größer. Es erstaunt daher nicht, daß die Methode mehr und mehr das Interesse der Fachwelt findet.

Dieses Buch ist eine Einführung in die Methode. Es wendet sich an Ingenieure, Mathematiker und Physiker, die an einer elementaren und auf die praktischen Aspekte ausgerichteten Darstellung Interesse haben. Behandelt werden u.a. Stäbe, Balken, elastische Membrane, Scheiben, Platten, elastische Körper, die harmonischen und transienten Schwingungen dieser Bauteile und die Kopplung mit finiten Elementen. Häufige Vergleiche mit finiten Elementen und Verweise auf die elementare Mechanik erleichtern den Zugang. Auf die numerischen Details der Methode wird ausführlich eingegangen. Das Buch enthält die vollständigen Einflußmatrizen für die Behandlung von Plattenproblemen (lineare Elemente), Membran- und Scheibenproblemen (quadratische Elemente) und für die Probleme elastischer Körper (lineare Elemente). Die Literatur über Randelemente (boundary elements) nimmt ständig zu. In dem Buch konnte daher nur ein repräsentativer Querschnitt der möglichen Anwendungen dargestellt werden. Viele Dinge sind zudem noch im Fluß. Erfahrung gewinnt man nur durch das Rechnen und mit Randelementen (in ihrer heutigen Form) wird noch nicht sehr lange gerechnet.

Zu dem Buch werden drei Programme zur Lösung von Membran-, Scheiben- und Plattenproblemen angeboten. Sie sind in TURBO-PASCAL geschrieben und laufen auf dem IBM-PC (640 K, 8087 Coprozessor) und kompatiblen Computern.

Ich danke Herrn Dr.-Ing. T. P. Akyol, Herrn Dipl.-Ing. R. Dallmann, Herrn Dr.-Ing. H. Kröner und Herrn Dr.-Ing. M. Ottenstreuer für die Überlassung von Ergebnissen ihrer Arbeiten, Herrn Dipl.-Ing. R. Milnikel für wertvolle Hinweise bei der Programmentwicklung, Frau Middeldorf und Herrn cand. ing. Florian Weller für das Anfertigen der Reinzeichnungen und Frau Dipl.-Ing. Sabine Pickhardt und Herrn Dipl.-Ing. Peter Schöpp für das Korrekturlesen und dem Springer-Verlag für die Aufnahme des Buchs in seine Reihe und für die stets freundliche Zusammenarbeit.

Dortmund, Oktober 1986

Friedel Hartmann

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1. Die Grundlagen der Methode	20
1.1 Notation	20
1.2 Die Grundidee	27
1.2.1 Die Grundidee aus der Sicht des Mathematikers	27
1.2.2 Die Grundidee aus der Sicht des Ingenieurs	28
1.3 Einflußfunktionen	29
1.3.1 Der Satz von Betti	30
1.3.2 Betti-Daten	33
1.3.3 Grundlösungen	34
1.4 Kopplung auf dem Rand	39
1.5 Randelemente	40
1.6 Konforme und nichtkonforme Lösungen	42
1.7 Die Interpretation der Lösung	43
1.8 Symmetrische Formulierungen	44
1.9 Die Integraloperatoren und ihre shifts	46
1.10 Galerkin, Kollokation und least square	49
1.11 Potentiale	52
1.12 Die indirekte Methode	61
1.13 Einflußfunktionen und finite Elemente	65
1.14 Der Maßstab	75
1.15 Die Methode von Trefftz	75
1.16 Konstruktion von Grundlösungen	77
1.17 Schalen	77
2. Eindimensionale Probleme	79
2.1 Der Stab	79
2.2 Der Balken	89
2.3 Übertragungsmatrizen	96
2.4 Die Matrizenverschiebungsmethode	97
2.5 Das allgemeine Prinzip	98

3. Die Membran	101
3.1 Einflußfunktion für die Durchbiegung $u(\mathbf{x})$	108
3.2 Diskretisierung	115
3.3 Elementmatrizen	118
3.4 Das Masterelement	120
3.5 Singuläre Integrale	122
3.6 Die Behandlung des Gleichungssystems	124
3.7 Das Gebietsintegral	126
3.8 Schnittkräfte	127
3.9 Beispiele	127
3.9.1 Schub und Torsion	127
3.9.2 Temperaturverteilung	130
3.9.3 Brownsche Bewegungen	131
3.10 Das Maximumprinzip	133
3.11 Die Einflußfunktion für die Normalableitung	134
3.12 Substrukturtechnik	135
3.13 Singularitäten	138
3.14 Dreidimensionale Probleme	140
3.15 Die Programme	142
3.16 Das Programm BE-LAPLACE	146
4. Scheiben und elastische Körper	154
4.1 Einführung	154
4.2 Die Einflußfunktionen	163
4.3 Diskretisierung	168
4.4 Elementmatrizen	171
4.5 Randbedingungen	175
4.6 Spannungen	178
4.7 Die Gebietsintegrale	181
4.8 Substrukturtechnik	183
4.9 Doppelknoten	185
4.10 Unendliche Gebiete	186
4.11 Beispiele	187
4.11.1 Gelochte Träger	187
4.11.2 Bogenfeder	189
4.11.3 Die Suche nach einem Loch	192
4.12 Schlanke Gebiete	194
4.13 Singularitäten	195
4.14 Einzelkräfte	196
4.15 Dreidimensionale Probleme	200
4.16 Das Programm BE-PLATES	207

5. Nichtlineare Probleme	215
5.1 Das Skalarprodukt	215
5.2 Das Prinzip der virtuellen Kräfte	217
5.3 Die Berechnung der singulären Integrale	226
5.4 Das Differentialgleichungssystem	229
6. Platten	234
6.1 Einleitung	234
6.2 Grundlagen	242
6.3 Einflußfunktionen für w und $\partial w/\partial n$	244
6.4 Kopplung auf dem Rand	248
6.5 Diskretisierung	249
6.6 Singuläre Integrale	250
6.7 Elementmatrizen	252
6.8 Freiheitsgrade	257
6.9 Die Gebietsintegrale	259
6.10 Schnittkräfte	261
6.11 Stützen, Zwischenwände und belastete Teilflächen	264
6.12 Beispiele	266
6.13 Singularitäten	276
6.14 Einflußflächen	281
6.15 Sonderprobleme	287
6.15.1 Elastisch gebettete Platten	287
6.15.2 Beulprobleme	287
6.16 Das Programm BE-PLATE-BENDING	288
7. Kopplung finite Elemente — Randelemente	299
7.1 Theorie	299
7.2 Praxis	305
7.3 Erfahrung	311
8. Harmonische Schwingungen	313
8.1 Der Stab	313
8.2 Der Balken	315
8.3 Scheiben und elastische Körper	316
8.4 Die Platte	318
8.5 Eigenschwingungen	319
8.6 Die Helmholtz Gleichung (Membran)	321
8.6.1 Der Abstrahlgrad einer rotierenden Maschine	323
8.7 Algebraisierung des Eigenwertproblems	332

9. Transiente Probleme	335
9.1 Vergleich finite Elemente — Randelemente	335
9.1.1 Finite Elemente	335
9.1.2 Randelemente	337
9.1.3 Zusammenfassung	339
9.2 Die Wellengleichung	340
9.3 Dynamische Verschiebungsfelder	343
9.4 Numerische Behandlung	349
9.5 Fourier- und Laplace-Transformationen	350
9.6 Dynamische Steifigkeitsmatrizen	352
Literatur	357
Bibliographie	361
Index	374
Programmservice	376