

# Springer-Lehrbuch



Günter Ludyk

# Theoretische Regelungstechnik 2

Zustandsrekonstruktion,  
optimale und nichtlineare Regelungssysteme

Mit 127 Abbildungen

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York  
London Paris Tokyo  
HongKong Barcelona Budapest

Prof. Dr.-Ing. Günter Ludyk  
Universität Bremen, FB 1  
Institut für Automatisierungstechnik  
Kufsteiner Straße  
28359 Bremen

ISBN-13:978-3-540-58675-3      e-ISBN-13:978-3-642-79391-2  
DOI: 10.1007/978-3-642-79391-2

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme  
Ludyk, Günter:  
Theoretische Regelungstechnik 2: Zustandsrekonstruktion,  
optimale und nichtlineare Regelungssysteme  
Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo;  
Hong Kong; Barcelona; Budapest: Springer, 1995  
(Springer-Lehrbuch)  
ISBN-13:978-3-540-58675-3

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1995

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buch berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Sollte in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z.B. DIN, VDI, VDE) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden sein, so kann der Verlag keine Gewähr für die Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen. Es empfiehlt sich, gegebenenfalls für die eigenen Arbeiten die vollständigen Vorschriften oder Richtlinien in der jeweils gültigen Fassung hinzuzuziehen.

Satz: Reproduktionsfertige Vorlage des Autors  
SPIN: 10488640      68/3020 - 5 4 3 2 1 0 - Gedruckt auf säurefreiem Papier

# Vorwort

Dieses Buch ist aus Lehrveranstaltungen hervorgegangen, die ich an der Universität Bremen über die Themen „Dynamische Systeme“ und „Regelungstheorie“ für Studenten der Studienrichtung Automatisierungstechnik seit mehr als zwanzig Jahren durchführe. Es ist deshalb unmöglich, sämtliche Quellen zu zitieren, die von mir im Laufe der Zeit herangezogen wurden. Soweit die Rekonstruktion der Quellen möglich war, sind diese im Literaturverzeichnis angegeben. Das führt aber auch dazu, daß nicht alle im Literaturverzeichnis aufgeführten Quellen im Text zitiert sind.

Das Buch befaßt sich mit den theoretischen Grundlagen der Regelungstechnik und den heute schon klassischen Verfahren im Frequenzbereich und Zustandsraum zur Synthese von Reglern, Zustandsbeobachtern und dem KALMAN-Filter sowohl für zeitkontinuierliche als auch für zeitdiskrete Einfach- und Mehrfachsysteme. Darüber hinaus werden Einführungen in die

- geometrische Theorie von Mehrfachregelungen,
  - optimalen Regelungssysteme,
  - robuste  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung,
  - nichtlinearen Regelungssysteme und in die
  - künstlichen Neuronalen Netze zur Regelung nichtlinearer Systeme
- gegeben.

Wegen der angestrebten Klarheit der Aussagen war es notwendig, weitgehend von der mathematischen Notation Gebrauch zu machen, was häufig in der Folge *Definition-Satz-Beweis* zum Ausdruck kommt. Durch viele Beispiele wurde aber angestrebt, auch schwierige Aussagen anschaulich zu machen. Zur Selbstkontrolle des Lesers sind am Ende jedes Kapitels Übungsaufgaben und deren Ergebnisse, allerdings ohne den Lösungsweg, angegeben.

An mathematischen Grundlagen werden lineare Algebra, Differential- und Integralrechnung sowie LAPLACE- und  $\mathcal{Z}$ -Transformation vorausgesetzt. Die für das Verständnis des Inhalts dieses Buches benötigten Grundlagen über *Vektoren, Matrizen und Vektorräume* sowie LAPLACE- und  $\mathcal{Z}$ -Transformation sind im Anhang des ersten Bandes zusammengefaßt. Grundkenntnisse der Regelungstechnik, wie sie z.B. in [SCHMIDT] dargestellt sind, erleichtern das Einarbeiten in die behandelten Themen, werden aber nicht unbedingt vorausgesetzt.

Wegen des umfangreichen behandelten Stoffes mußte der Inhalt auf zwei Bände verteilt werden. Trotzdem ist und soll die *Theoretische Regelungstechnik* keine Enzyklopädie der Regelungstechnik sein, was z.B. schon daran zu erkennen ist, daß Gebiete wie die *Identifikation dynamischer Systeme* oder die *adaptiven Regelungssysteme* nicht behandelt werden.

## Danksagungen

Zunächst möchte ich mich für die vielfältige Hilfe bei der Erstellung des Buches bei meinen Wissenschaftlichen Mitarbeitern Dipl.-Ing. P. HEIN, Dipl.-Ing. D. JÜRGENS, Dipl.-Ing. G.-J. MENKEN und Dr.-Ing. P. WALERIUS bedanken. Mein Dank gilt vor allem Herrn Dipl.-Ing. J. BUNKE, dem ein besonderes Lob für die Hilfe bei der Simulation verschiedener Regelungssysteme aus den Beispielen und die Erstellung verschiedener Bilder gebührt.

Meinen Kollegen Prof. HENK NIJMEIJER (Universität von Twente) und Prof. K. SCHLACHER (Universität Linz) möchte ich für die kritische Durchsicht des 11. Kapitels und viele Verbesserungsvorschläge herzlich danken.

Ich bedanke mich sehr herzlich bei meiner Frau *Renate* für die große Geduld mit dem auch an vielen Wochenenden fast drei Jahre arbeitenden Ehemann, insbesondere aber auch für das intensive Korrekturlesen. Schließlich danke ich Herrn Dipl.-Ing. T. LEHNERT vom Springer-Verlag für die stetige Förderung und vielfältige Unterstützung bei der Herausgabe des Buches.

Bremen, im Frühjahr 1995

Günter Ludyk

# Inhaltsverzeichnis

<b>7 Beobachtbarkeit und Zustandsrekonstruktion</b>	<b>1</b>
7.1 Beobachtbarkeit	1
7.1.1 Grundlagen und Definitionen	1
7.1.2 Beobachtbarkeit und Rekonstruierbarkeit linearer Systeme	6
7.1.3 Beobachtbare Unterräume	17
7.2 Kanonische Systemzerlegung nach KALMAN und Minimalrealisierung	19
7.3 Beobachtbarkeit zeitdiskreter Systeme	29
7.3.1 Beobachtbarkeit von Abtastsystemen	29
7.3.2 Beobachtbarkeit und Rekonstruierbarkeit zeitdiskreter Systeme	29
7.3.3 Beobachtbarkeit und Rekonstruierbarkeit linearer zeitdiskreter Systeme	30
7.3.4 Beobachtbarkeit und Rekonstruierbarkeit linearer zeitdiskreter zeitinvarianter Systeme	33
7.4 Zustandsbeobachter	35
7.4.1 Vollständiger Zustandsbeobachter	35
7.4.2 Reduzierter Beobachter	46
7.4.3 Zeitdiskrete Beobachter	50
7.5 Zustandsrückführung über Zustandsbeobachter	55
7.6 Kompensationsregler aus der Sicht der Zustandsrückführung	58
7.6.1 Anfangsbetrachtung	58
7.6.2 Kompensationsregler	59
7.6.3 Zustandsregler-Beobachter-Konfiguration	62
7.7 Übungen zu Kapitel 7	64
<b>8 Zustandsrückführung und -beobachtung bei Mehrfachsystemen</b>	<b>67</b>
8.1 Grundlagen	67
8.2 Regelungsnormform für Mehrfachsysteme	70
8.3 Zustandsrückführung bei Mehrfachsystemen	78
8.4 Eigenstrukturvorgabe: Modale Synthese	84
8.5 Stabilisierbarkeit	87
8.6 Mehrfachregelkreis mit PI-Zustandsregler	90
8.7 Entkopplung von Mehrfachsystemen	97
8.7.1 Grundgedanke	97
8.7.2 Entkopplung von zeitdiskreten Mehrfachsystemen	97

8.7.3	Entkopplung von zeitkontinuierlichen Mehrfachsystemen . . . . .	105
8.8	Zustandsbeobachter für Mehrfachsysteme . . . . .	111
8.8.1	Einführung . . . . .	111
8.8.2	Grundlagen und Beobachtungsnormalform . . . . .	113
8.8.3	Reduzierter Beobachter für Mehrfachsysteme . . . . .	121
8.8.4	Zeitdiskrete Beobachter für Mehrfachsysteme . . . . .	124
8.8.5	Reduzierter zeitdiskreter Beobachter für Mehrfachsysteme . . . . .	126
8.9	Ermittelbarkeit . . . . .	127
8.10	Störgrößenbeobachtung und -aufschaltung . . . . .	128
8.11	Geometrische Theorie der Störgrößenentkopplung . . . . .	132
8.12	Übungen zu Kapitel 8 . . . . .	141
<b>9</b>	<b>Optimale zeitdiskrete Regelungssysteme</b> . . . . .	<b>145</b>
9.1	Zeitoptimale Abtastregelung . . . . .	146
9.1.1	Zeitoptimale Abtastregelung ohne Beschränkung der Stellgröße . . . . .	146
9.1.2	Zeitoptimale Abtastregelung mit Beschränkung der Stellgröße . . . . .	150
9.2	Quadratisch optimale Regler . . . . .	160
9.2.1	Einleitung . . . . .	160
9.2.2	Ermittlung des Minimums einer Funktion mit Nebenbedingungen . . . . .	162
9.2.3	Allgemeines zeitdiskretes Optimierungsproblem . . . . .	166
9.2.4	Lineare quadratisch optimale Regelung . . . . .	169
9.2.5	Lineare quadratisch optimale Regler für zeitinvariante Systeme . . . . .	174
9.2.6	Quadratisch optimale Folgeregelung . . . . .	183
9.3	KALMAN-Filter . . . . .	187
9.3.1	Stochastische Signale in linearen Systemen . . . . .	187
9.3.2	Herleitung des KALMAN-Filters . . . . .	189
9.3.3	Stationäres KALMAN-Filter für zeitinvariante Systeme . . . . .	193
9.4	Übungen zu Kapitel 9 . . . . .	195
<b>10</b>	<b>Optimale zeitkontinuierliche Regelungssysteme</b> . . . . .	<b>197</b>
10.1	Einführung . . . . .	197
10.2	Modifiziertes Gütekriterium und HAMILTON-Funktion . . . . .	200
10.3	Das Maximumprinzip von PONTRJAGIN . . . . .	201
10.4	Lineare quadratisch optimale Regelung . . . . .	206
10.4.1	Zeitvariante lineare zeitkontinuierliche Systeme . . . . .	206
10.4.2	Zeitinvariante lineare Systeme . . . . .	211
10.4.3	Besondere quadratische Gütekriterien . . . . .	214
10.4.4	Quadratisch optimale Folgeregelung . . . . .	215
10.4.5	Lineare quadratisch optimale Regelung mit vorgegebener Stabilitätsgüte . . . . .	220
10.5	KALMAN-BUCY-Filter . . . . .	221
10.6	$\mathcal{H}_\infty$ -Regelung, robuste Regelung . . . . .	224
10.6.1	Frequenzgangmethoden für Einfachsysteme . . . . .	224
10.6.2	Frequenzgangmethoden für Mehrfachsysteme . . . . .	233
10.6.3	$\mathcal{H}_\infty$ -Regelung . . . . .	237
10.7	Zeitoptimale Regelungssysteme . . . . .	244

10.7.1 Grundlagen . . . . .	244
10.7.2 Zeitoptimale lineare zeitinvariante Systeme . . . . .	247
10.8 Übungen zu Kapitel 10 . . . . .	260
<b>11 Regelung nichtlinearer Systeme</b>	<b>263</b>
11.1 Einführung . . . . .	263
11.2 Regelungsnormalform für nichtlineare Systeme . . . . .	269
11.3 Erreichbarkeit nichtlinearer Systeme . . . . .	278
11.4 Zustandsrückführung bei nichtlinearen Systemen . . . . .	289
11.5 Transformation von nichtlinearen Systemen auf lineare Systeme . . . . .	293
11.6 Weitere Transformationsmöglichkeiten nichtlinearer Systeme . . . . .	296
11.7 Beobachtbarkeit nichtlinearer Systeme . . . . .	303
11.8 Zustandsbeobachter für nichtlineare Systeme . . . . .	307
11.9 Regelung nichtlinearer Systeme mittels Neuronaler Netze . . . . .	311
11.9.1 Einführung . . . . .	311
11.9.2 Neuronale Netze . . . . .	312
11.9.3 Der Backpropagation-Algorithmus . . . . .	315
11.9.4 Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme mit Hilfe Neuronaler Netze . . . . .	318
11.10 Übungen zu Kapitel 11 . . . . .	322
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>323</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	<b>327</b>



# Inhaltsübersicht Band 1

## 1 Einführung

## 2 Mathematische Beschreibung dynamischer Systeme

Reales System und Modell, zeitkontinuierliche und zeitdiskrete System, Linearisierung, Zustandsraumdarstellung, Gewichtsfunktion, Übertragungsfunktion, Frequenzgang

## 3 Dynamisches Systemverhalten

Zustandstransformation, Eigenwerte, Diagonal- und JORDAN-Form, Transitionsmatrizen und Trajektorien, Stabilität

## 4 Reglersynthese im Frequenzbereich

Führungs- und Störgrößen, Stationäre Genauigkeit, Führungsübertragungsfunktion, Reglersynthese, Störgrößenaufschaltung, Realisierung von Reglern, digitale Regler

## 5 Steuerbarkeit und Erreichbarkeit

Definitionen und Kriterien, Steuerbarkeit linearer Systeme

## 6 Zustandsrückführung bei linearen Einfachsystemen

Zustandsrückführung bei linearen zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Einfachsystemen

## Anhang

Vektoren, Matrizen und Vektorräume, LAPLACE- und  $\mathcal{Z}$ -Transformation