

*REDUCE*



Friedrich W. Hehl Volker Winkelmann  
Hartmut Meyer

# REDUCE

Ein Kompaktkurs  
über die Anwendung von Computer-Algebra

Zweite, unveränderte Auflage  
Mit 10 Abbildungen

Springer-Verlag

Berlin Heidelberg New York

London Paris Tokyo

Hong Kong Barcelona

Budapest

Professor Dr. Friedrich W. Hehl  
Dipl.-Phys. Volker Winkelmann\*  
Hartmut Meyer

Institut für Theoretische Physik, \*Regionales Rechenzentrum, Universität zu Köln  
D-50923 Köln

---

Die 1. Auflage erschien unter dem Titel: Computer-Algebra

---

ISBN 978-3-540-56705-9

ISBN 978-3-642-78227-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-642-78227-5

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme.

Hehl, Friedrich W.:

REDUCE: ein Kompaktkurs über die Anwendung von Computer-Algebra

/ Friedrich W. Hehl; Volker Winkelmann; Hartmut Meyer

2., unveränd. Aufl. - Berlin; Heidelberg; New York; London;

Paris; Tokyo; Hong Kong; Barcelona; Budapest:

Springer, 1993

Frühere Aufl. u.d.T.: Hehl, Friedrich W.: Computer-Algebra

NE: Winkelmann, Volker;; Meyer, Hartmut:

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1992, 1993

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: Konzept & Design, Ilvesheim

Satz: Reproduktionsfertige Vorlage der Autoren mit Springer T<sub>E</sub>X-Makros

56/3140 – 5 4 3 2 1 0 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

# Vorwort

Als ich vor ungefähr 30 Jahren begann, das Computer–Algebra–System REDUCE zu entwickeln, war mein Ausgangspunkt eine komplizierte analytische Rechnung in der Quantenelektrodynamik im Rahmen meiner Forschung. Diese Rechnung gelangte, mit Papier und Bleistift ausgeführt, bald an die Grenze des Machbaren. Deshalb wollte ich sie automatisieren, d.h. auf einen Computer „bringen“. Heute hat sich Reduce längst von diesem Ausgangspunkt entfernt und stellt ein *allgemeines* Computer–Algebra–System dar, das in der Technik, der Chemie, der Physik, der Informatik und der Mathematik von zahlreichen Ingenieuren und Wissenschaftlern benutzt wird. Heutzutage sollte jede(r) Schüler(in) und Student(in), der (die) im technisch–naturwissenschaftlich–mathematischen Bereich ausgebildet wird, die Handhabung eines Computer–Algebra–Systems erlernen — und Reduce bietet sich als eines der international weit verbreiteten Systeme für einen solchen Zweck besonders an.

Die Herren Prof. Dr. Friedrich W. Hehl und Dipl.–Phys. Volker Winkelmann von der Universität zu Köln, mit denen ich schon länger in Kontakt stehe, besitzen langjährige Erfahrung in der Anwendung von Reduce; gleichfalls haben sie über die Jahre Vorlesungen und Übungen über Reduce abgehalten, durch die auch Hartmut Meyer, der dritte Autor, mit Computer–Algebra vertraut wurde. Daraus erwuchs dieses Lehrbuch, das eine Neubearbeitung der ursprünglich englischen Ausgabe darstellt. Zum Einstieg in Reduce ist es bestens geeignet, auch berücksichtigt es die neuesten Entwicklungen, da es auf der erst im Juli 1991 fertiggestellten und verbreiteten Version 3.4 von Reduce basiert.

Allen Benutzern von Reduce wünsche ich viel Vergnügen beim Durcharbeiten dieses Lehrbuches und vollen Erfolg.

Santa Monica, Kalifornien  
Juni 1992

*Dr. Anthony C. Hearn*  
([hearn@rand.org](mailto:hearn@rand.org))

# Vielen Dank

Die Idee, eine Vorlesung über Computer-Anwendungen in der Physik und verwandten Gebieten aufzubauen, hatte Professor Dietrich Stauffer, dem wir dafür und für die gute Zusammenarbeit herzlich danken. Ebenfalls möchten wir Jürgen Altmann, Thomas Pfenning und Andreas Strotmann für die Hilfe beim Lösen der Aufgaben und im Umgang mit Hard- and Software herzlich danken. Nicht weniger wichtig waren die Anregungen der Herren Doktoren Rüdiger Esser (Jülich), Anthony Hearn (Santa Monica), Stan Kameny (Van Nuys), Dermott McCrea (Dublin), Eckehard Mielke (Kiel), Eberhard Schrüfer (St. Augustin) und Thomas Wolf (Jena). Susanne Hehl sei herzlich für die Rohübersetzung unseres Kurses aus dem Englischen ins Deutsche gedankt.

Ebenfalls danken wir Professor Malcolm MacCallum und Dr. Francis Wright (beide London) für Vorabdrucke, die es uns gestatteten, mehrere Übungsaufgaben aus ihrem Reduce-Kurs [10] schon vor dessen Veröffentlichung zu entnehmen.

Wir danken den Rezensenten, die uns auf einige Fehler hinwiesen. Zudem wollen wir im voraus all jenen danken, die so freundlich sein werden, uns Fehler oder sonstige Ungereimtheiten in unserem Buch mitzuteilen. Unsere E-Mail-Adressen sind [hehl@thp.uni-koeln.de](mailto:hehl@thp.uni-koeln.de) bzw. [winkelmann@rrz.uni-koeln.de](mailto:winkelmann@rrz.uni-koeln.de).

Zur Auflockerung des Textes tragen die Karikaturen von Dr. Peter Scherer (Köln) und, in einem Fall, auch von R. O'Keefe (New York) bei. Wir sind beiden Herren für ihre Mitarbeit sehr verpflichtet.

Köln  
Juni 1992

*F. W. Hehl*  
*V. Winkelmann*  
*H. Meyer*

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Erste Vorlesung</b>	<b>5</b>
1.1 Eine erste interaktive Reduce-Sitzung . . . . .	5
1.2 Was kann CA für Sie tun? . . . . .	8
1.3 Der Reduce-Zeichensatz . . . . .	10
1.4 Ganze, rationale und reelle Zahlen . . . . .	12
1.5 Variablen und ihre Bezeichner . . . . .	13
1.6 Ein Reduce-Programm — eine Abfolge von Befehlen . . . . .	14
1.7 Ergebnisse auf Variablen zuweisen . . . . .	15
1.8 Zugriff auf alte Ein- und Ausgaben . . . . .	16
1.9 Hausaufgaben . . . . .	17
<b>2 Zweite Vorlesung</b>	<b>19</b>
2.1 In Reduce eingebaute Operatoren . . . . .	19
2.2 Reduce-Ausdrücke . . . . .	22
2.3 Wie Reduce Ausdrücke auswertet . . . . .	24
2.4 Schleifen für wiederholte Anweisungen . . . . .	26
2.5 Schleifen und Listen . . . . .	29
2.6 Mehrdimensionale Objekte: Felder . . . . .	30
2.7 Hausaufgaben . . . . .	31
<b>3 Dritte Vorlesung</b>	<b>33</b>
3.1 Die IF-Anweisung . . . . .	33
3.2 Mehrere Anweisungen zusammenfassen: I. Gruppenanweisung . . . . .	35
3.3 Mehrere Anweisungen zusammenfassen: II. Blockanweisung . . . . .	36
3.4 Elementare mathematische Funktionen . . . . .	38
3.5 Differentiation mit dem DF-Operator . . . . .	39
3.6 Integration mit dem INT-Operator . . . . .	40
3.7 Substitution mit SUB und Regel-Listen . . . . .	41
3.8 Hausaufgaben . . . . .	42

<b>4</b>	<b>Vierte Vorlesung</b>	<b>45</b>
4.1	Operatoren, die auf Listen wirken . . . . .	45
4.2	Jede Gleichung hat zwei Seiten . . . . .	47
4.3	Lösen von (nicht-)linearen Gleichungen . . . . .	47
4.4	Zerlegen von Polynomen und rationalen Funktionen . . . . .	49
4.5	Den Programmablauf mit logischen Operatoren steuern . . . . .	50
4.6	Mitteilungen schreiben . . . . .	51
4.7	Wie Sie Ihre eigenen Operatoren definieren . . . . .	52
4.8	Regel-Listen und LET-Anweisung . . . . .	53
4.9	Hausaufgaben . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Fünfte Vorlesung</b>	<b>57</b>
5.1	Regel-Listen aktivieren und deaktivieren . . . . .	57
5.2	Mehr über Regel-Listen . . . . .	58
5.3	Beispiele: Fakultät und Binomialkoeffizienten . . . . .	58
5.4	Löschen selbstdefinierter Regeln . . . . .	62
5.5	Kommutative, nichtkommutative, symmetrische und antisymmetrische Operatoren . . . . .	64
5.6	Prozeduren für wiederholten Gebrauch von Befehlen . . . . .	66
5.7	Eine Prozedur für die l'Hospital-Regel und ein Wort der Vorsicht . .	68
5.8	Hausaufgaben . . . . .	69
<b>6</b>	<b>Sechste Vorlesung</b>	<b>71</b>
6.1	Rechnen mit Matrizen . . . . .	71
6.2	Schalter ein- und ausschalten . . . . .	75
6.3	Ausdrücke umordnen . . . . .	78
6.4	Ein- und Ausgaben in Reduce . . . . .	80
6.5	Fortran-Programme erzeugen . . . . .	82
6.6	Abschließende Bemerkungen . . . . .	82
6.7	Hausaufgaben . . . . .	83
<b>7</b>	<b>Siebte Vorlesung</b>	<b>85</b>
7.1	Vektor- und Tensorrechnung . . . . .	86
7.2	Pakete für 3-dimensionale Vektoralgebra und Vektoranalysis . . . .	87
7.3	Tensoranalysis, Christoffel-Symbole, Allgemeine Relativität . . . . .	92
7.4	Das EXCALC-Paket für äußere Differentialformen . . . . .	100
7.5	Grafikausgabe mit GNUPLOT . . . . .	105
7.6	Hausaufgaben . . . . .	112

**Anhang**

<b>A</b>	<b>Einige zusätzliche Übungsaufgaben</b>	<b>115</b>
<b>B</b>	<b>Unterschiede zwischen Reduce 3.3 und Reduce 3.4</b>	<b>121</b>
<b>C</b>	<b>Weitere Informationen zu Reduce</b>	<b>125</b>
C.1	Wo können Sie Reduce kaufen? . . . . .	126
C.2	Ausführungszeiten für den Reduce-Standardtest . . . . .	129
<b>D</b>	<b>Literatur</b>	<b>131</b>
	<b>Index</b>	<b>137</b>