Springer-Lehrbuch

Wilhelm Klingenberg

Lineare Algebra und Geometrie

Dritte Auflage

Mit 35 Abbildungen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo
Hong Kong Barcelona
Budapest

Wilhelm Klingenberg
Mathematisches Institut
der Universität Bonn
Wegelerstraße 10
W-5300 Bonn 1, FRG

Mathematics Subject Classification (1991): 15-01, 15A03, 15A04, 15A06, 15A15, 15A18, 15A21, 15A63, 51-01, 51M05, 51M10, 51N10, 51N15, 51N20, 51N25

Dieser Band erschien bisher in der Reihe *Hochschultext*

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme
Klingenberg, Wilhelm: Lineare Algebra und Geometrie / Wilhelm Klingenberg. - 3. Aufl. - Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo; Hong Kong; Barcelona; Budapest: Springer, 1992 (Springer-Lehrbuch)

ISBN-13: 978-3-540-55673-2 e-ISBN-13: 978-3-642-77646-5
DOI: 10.1007/978-3-642-77646-5

Satz: Reproduktionsfertige Vorlage vom Autor

44/3140-543210 Gedruckt auf säurefreiem Papier

Für Christian, Wilhelm und Karin

Vorwort zur dritten Auflage

Mit Stolz und Freude darf ich die dritte Auflage dieses Buches ankündigen. Offenbar hat sich das Konzept, die Lineare Algebra nicht als Selbstzweck, sondern als fundamentales Hilfsmittel für die Analysis und vor allem für die Geometrie zu präsentieren, bewährt.
Die wenigen mir bekannt gewordenen Druckfehler habe ich korrigiert.

Berlin, im Mai 1992 *Wilhelm Klingenberg*

Vorwort zur zweiten Auflage

In dreierlei Hinsicht stellt die neue Auflage eine Verbesserung dar: Einmal wurden Fehler korrigiert und manche Beweise übersichtlicher gestaltet. Dabei haben mir meine Studenten geholfen, mit denen ich den Stoff während dreier Semester in Vorlesungen und Proseminaren durchging. Ferner finden sich am Schluß eines jeden Kapitels jetzt Übungen; hierbei hat mich Hans-Bert Rademacher unterstützt. Schließlich – und das halte ich für einen großen Gewinn – ist das Buch von Barbara Strahl ganz neu im TEX-Verfahren geschrieben worden. Sie hat dies mit kritischem Engagement getan und dabei manches übersichtlicher gestaltet. So darf ich hoffen, daß mein letztes mathematisches Lehrbuch noch einmal Beachtung findet.

Bonn, im Mai 1989 *Wilhelm Klingenberg*

Vorwort zur ersten Auflage

AGERE AUT PATI FORTIORA

Das vorliegende Buch ist aus Vorlesungen entstanden, die ich wiederholt in Göttingen, Mainz und Bonn gehalten habe. Die Mainzer Vorlesungen 1963/64 wurden von K.H. Bartsch, K. Steffen und P. Klein ausgearbeitet. P. Klein erstellte eine erweiterte Fassung des algebraischen Teils, die 1971/73 unter gemeinsamem Namen im Bibliographischen Institut erschien. Zu der geplanten Veröffentlichung des geometrischen Teils ist es nie gekommen.

Gegen Ende meiner Lehrtätigkeit lege ich nun eine vollständige Fassung dessen vor, was ich unter "Analytische Geometrie" verstehe. Dies ist zum einen die lineare und bilineare Algebra in voller Allgemeinheit, dann aber auch die klassische Geometrie, d. h., die affine und euklidische Geometrie sowie die projektive und die beiden daraus nach Felix Klein herleitbaren nicht-euklidischen Geometrien.

Angesichts des Umfangs der klassischen Geometrie konnte ich natürlich in meinen Vorlesungen nur die Grundlagen entwickeln. Und auch hier bin ich nur bis zur euklidischen Geometrie gekommen, kaum einmal bis zur projektiven Geometrie. Ich konnte aber jedenfalls deutlich machen, wie sich die Fülle des klassischen Materials übersichtlich und einsichtig gestalten läßt, wenn die zuvor entwickelte lineare und bilineare Algebra in ihrer heutigen Gestalt zur Verfügung steht.

In dem vorliegenden Text führe ich nun Vieles aus, was in zwei Semestern nicht gebracht werden kann. Durch Selbststudium oder im Rahmen eines Proseminars im dritten Semester kann sich ein Student mit der heute stark vernachlässigten klassischen Geometrie vertraut machen. Er braucht sich dabei nicht mit dem veralteten und umständlichen Stil früherer Generationen herumzuschlagen. Vielmehr findet er hier solche Dinge wie Berührkreise von Dreiecken, Kegelschnitte, Quadriken, Dandelinsche Sphären, Fundamentalsatz der affinen und projektiven Geometrie, konforme Modelle der nicht-euklidischen Geometrien, Cliffordflächen bis hin zu solchen Kuriositäten wie den Satz von Morley. Und dies alles in einem Band zusammen mit allem, was man aus der (bi-) linearen Algebra wissen muß.

Von Anfang an wird der Stoff in der später benötigten Allgemeinheit entwickelt. Auf didaktische Präliminarien und Motivationen habe ich verzichtet. Ich bin auch davon überzeugt, daß eine gute Sache sich selber motiviert. Ein angehender Student hat keinerlei Schwierigkeiten, einige "abstrakte" Definitionen zu akzeptieren: Wenn er im Verlaufe der Vorlesung bei den Anwendungen sieht, wie nützlich und weittragend die eingeführten Begriffe sind, so wird er auch mit ihnen vertraut und lernt, mit ihnen umzugehen.

So stehen Gruppen ganz am Anfang. Gruppen treten ganz natürlich als strukturerhaltende Auto-Bijektionen auf. Bei Vektorräumen gibt es zunächst keine Beschränkung auf endliche Dimensionen, da die Funktionalräume zu den wichtigsten Beispielen für Vektorräume gehören. Später wird deutlich gemacht, daß der Verzicht auf endliche Dimension durch eine zusätzliche Struktur weitgehend wettgemacht wird; und dies sogar vollständig für Hilberträume.

Die Jordan-Normalform wird für den komplexen und für den reellen Fall auf elementare Weise hergeleitet. Wir lösen damit lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten und charakterisieren diejenigen Systeme, für welche die Nullösung stabil ist.

Mit Kapitel 7 beginnt der geometrische Teil im engeren Sinne: Affine Räume und projektive Räume werden zunächst über allgemeinen Vektorräumen betrachtet. Wir klassifizieren die Quadriken und zeigen, daß im reellen Fall die Quadriken der Codimension 1 starr sind. Der Hauptsatz der affinen und projektiven Geometrie, mit dem die allgemeinen Kollineationen charakterisiert werden, wird ergänzt durch den Satz von v. Staudt über die Kennzeichnung der Bijektionen einer projektiven Geraden, die harmonische Quadrupel in ebensolche überführen. Das Doppelverhältnis wird später in der nicht-euklidischen Geometrie eine entscheidende Rolle spielen.

Affine Räume über einem euklidischen Vektorraum liefern die euklidische Geometrie; ihre projektive Räume führen auf die elliptische Geometrie. Wenn der zugrunde liegende Vektorraum eine Lorentzmetrik trägt, erhalten wir die hyperbolische Geometrie. Die konformen Modelle ebenso wie die Grundformeln der Dreieckslehre werden hergeleitet. Für die Bewegungsgruppe der ebenen Geometrien sind die komplexen Zahlen wichtig, für die Bewegungsgruppe der räumlichen Geometrien die Quaternionen.

Für weitere Einzelheiten über den Inhalt sei auf das folgende Verzeichnis und den Index verwiesen.

Abschließend möchte ich noch einmal betonen, daß dieses Buch mehr sein will als nur ein weiterer Text zur linearen Algebra – und noch ein recht vollständiger dazu: Es soll darüber hinaus den Studenten – und hier insbesondere den angehenden Lehrer – mit der klassischen Geometrie vertraut machen. Sie ist eine der großen Leistungen unserer europäischen Kultur. In den Köpfen der jüngeren Generation ist die klassische Geometrie vom Aussterben bedroht. Davor möchte ich sie bewahren.

Beim Korrekturlesen haben mir meine Assistenten geholfen. Mancher Fehler wurde noch ganz am Schluß von meiner Kollegin A.M. Pastore entdeckt. Das Manuskript stellte in mühevoller Arbeit Frau Christine Sacher her. Ihnen allen gebührt mein Dank.

Bonn, im November 1983 *Wilhelm Klingenberg*

Inhaltsverzeichnis