

Studies in Contemporary Economics

Luis Nuno de Matos Pimentão

Anwendungen
der Variationsrechnung auf
makroökonomische Modelle



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo

Editorial Board

D. Bös G. Bombach B. Gahlen K. W. Rothschild

Author

Dr. Luis Nuno de Matos Pimentão
Stettenstr. 36, 8900 Augsburg 1, FRG

and

R. Carlos Relvas, n.º 7
Sto. Ant.º dos Cavaleiros
2670 LOURES, Portugal

ISBN-13:978-3-540-16484-5 e-ISBN-13:978-3-642-71148-0
DOI: 10.1007/978-3-642-71148-0

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the materials is concerned, specifically those of translation, reprinting, re-use of illustrations, broadcasting, reproduction by photocopying machine or similar means, and storage in data banks. Further, storage or utilization of the described programs on data processing installations is forbidden without the written permission of the author. Under § 54 of the German Copyright Law where copies are made for other than private use, a fee is payable to "Verwertungsgesellschaft Wort", Munich.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1986

À AVÓ TINA

Vorwort

Herrn Professor Dr. Wolfgang Eichhorn gebührt mein ganz besonderer Dank für das Interesse, die Hilfsbereitschaft und den Einsatz, mit denen er meine wirtschaftstheoretische Ausbildung und die Durchführung dieser Arbeit stets verfolgte und förderte. Seine wertvollen Anregungen, die Aufforderung, nach Anwendungen der Theorie zu suchen, und seine Verbesserungsvorschläge nach der sorgfältigen Lektüre einer vorläufigen Fassung haben auf die vorliegende Gestalt dieser Arbeit wesentlichen Einfluß gehabt.

Frau Irene Jendrasik, die sehr sorgfältig und sachkundig die mühsame Schreibearbeit durchführte, möchte ich ebenfalls recht herzlich in meinen Dank einschließen.

Aos meus Pais desejo expressar numa forma muito especial o meu profundo agradecimento pela compreensão e apoio moral com que incessantemente me acompanharam durante as investigações que conduziram à publicação deste trabalho.

"Der Strom der wissenschaftlichen Entwicklung ist in Gefahr, sich weiter und weiter zu verästeln, zu versickern und auszutrocknen. Soll er diesem Geschick entgehen, so müssen wir einen guten Teil unserer Kräfte darauf richten, Getrenntes wieder zu vereinigen, indem wir unter zusammenfassenden Gesichtspunkten die inneren Zusammenhänge der mannigfaltigen Tatsachen klarlegen."

R. Courant (1924)

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Leitwort	VII
Inhaltsverzeichnis	IX
Symbole, Bedeutungen und Bezeichnungen	XI
1. <u>Einführung</u>	1
1.1 Einleitung und Überblick	1
1.2 Variationsrechnung und Wirtschaftstheorie	9
1.2.1 Geschichtliche Bemerkungen	9
1.2.2 Leistungsvermögen und Grenzen der Anwend- barkeit der klassischen Variationsrechnung auf volkswirtschaftliche Problemstellungen	12
1.3 Einige offene Fragen	17
1.3.1 Ein endlicher oder unendlicher Zeithorizont?	17
1.3.2 Wie geduldig ist die Gesellschaft?	19
2. <u>Grundlagen der klassischen Variationsrechnung für einfache Integrale</u>	21
2.1 Allgemeines	22
2.2 Definitionen, Sätze und Methoden der Variations- rechnung in Lagrangescher Formulierung	28
2.2.1 Zur Theorie der ersten Variation	28
2.2.2 Zur Theorie der zweiten Variation	35
2.3 Definitionen, Sätze und Methoden der Variations- rechnung in Hamiltonscher Formulierung	56
2.3.1 Zur Theorie der ersten Variation	58
2.3.2 Zur Theorie der zweiten Variation	59

2.4 Einige Erweiterungen	60
2.4.1 Freie Randbedingungen	61
2.4.2 Unbeschränktes Integrationsintervall	65
2.5 Zum Umkehrproblem der Variationsrechnung	67
3. <u>Einige Anwendungen der Variationsrechnung auf die Makroökonomie</u>	70
3.1 Eine rein wachstumsorientierte Volkswirtschaft (Wachstumsratenfetischismus)	73
3.2 Programme zur Steigerung der Endnachfrage in disaggregierten Modellen	91
3.2.1 Zwei offene Input-Output-Modelle einer geschlossenen Volkswirtschaft	102
3.2.1.1 Ein offenes Input-Output-Modell einer geschlossenen Volkswirtschaft mit statischer Produktionsstruktur	109
3.2.1.2 Ein offenes Input-Output-Modell einer geschlossenen Volkswirtschaft mit sich ändernder Produktionsstruktur	111
3.2.2 Ein offenes Input-Output-Modell einer offenen Volkswirtschaft	112
3.3 Ein Wachstumsmodell	147
3.3.1 Einleitung	147
3.3.2 Ein allgemeines Modell	154
3.3.3 Ein Spezialfall: Die Maximierung des verallgemeinerten gesamtwirtschaftlichen Nutzens bei konstanter durchschnittlicher Sparquote	202
3.3.4 Ein Modell mit konstanter durchschnittlicher Sparquote und konstantem Kapitalkoeffizienten	205
4. <u>Schlußbetrachtungen</u>	213
Literaturverzeichnis	215

Symbole, Bedeutungen und Bezeichnungen

\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbb{N}_0	Menge der nichtnegativen ganzen Zahlen
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{R}^n	n-dimensionaler reeller Vektorraum ($n \in \mathbb{N}$)
\mathbb{R}_+^n	Menge der nichtnegativen Vektoren x des \mathbb{R}^n ($x \geq 0$)
\mathbb{R}_{++}^n	Menge der positiven Vektoren x des \mathbb{R}^n ($x > 0$)
E	Einheitsmatrix (jeweils mit n Zeilen und n Spalten)
\approx	ist ungefähr gleich
\ll	ist viel kleiner als

Für einen semipositiven Vektor $x \in \mathbb{R}^n$ schreibt man $x \geq 0$. Der Nullvektor im \mathbb{R}^n wird als 0 geschrieben. Für $x \in \mathbb{R}^n$ ist $x = (x_1, \dots, x_n)$ mit $x_j \in \mathbb{R}$ für $j \in \{1, \dots, n\}$. Alle vorkommenden Vektoren sind Elemente euklidischer Vektorräume, zwischen ko- und kontravarianten Vektoren wird auch in der Darstellung nicht unterschieden. Für $x^1, x^2 \in \mathbb{R}^n$ ist $x^1 \cdot x^2$ das Skalarprodukt aus x^1 und x^2 .

Semidefinite Matrizen werden als nicht definit angesehen.

Für die Ableitung einer differenzierbaren Funktion der Zeit (g) im Zeitpunkt t wird $\dot{g}(t)$ geschrieben.

Für eine partiell differenzierbare Funktion $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}^n$, mit $x \mapsto f(x)$ und $x^1 \in D$ ist

$$\frac{\partial f(x^1)}{\partial x} = \text{grad } f(x) \Big|_{x=x^1}, \quad f_{x_j}(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x_j} \text{ mit } j \in \{1, \dots, n\}.$$

Es gilt beispielsweise

$$x \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x} = \sum_{j=1}^n x_j \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x_j}.$$

Mit

$$h: \begin{cases} D^1 \times D^2 \rightarrow \mathbb{R}, & D^1 \subset \mathbb{R}^n, & D^2 \subset \mathbb{R}^m, & n, m \in \mathbb{N}, \\ (x, y) \mapsto h(x, y) \end{cases}$$

ist zum Beispiel $h(\cdot, y)$, $y \in D^2$, die Funktion

$$l: \begin{cases} D^1 \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto h(x, y) \end{cases} .$$

Gleichungen bzw. Gleichungssysteme werden als $(k.j_1)$, Abbildungen als $(Ak.j_2)$, Definitionen als $(Dk.j_3)$, Sätze als $(Sk.j_4)$, Tabellen als $(Tk.j_5)$, Voraussetzungen als $(Vk.j_6)$, Ziele als $(Zk.j_7)$ bezeichnet. Dabei geben k die Nummer des Kapitels und j_i , $i \in \{1, \dots, 7\}$, die jeweilige laufende Nummer im Kapitel an.