Lehr- und Forschungstexte Psychologie

Band 1: I. Borg, Anwendungsorientierte Multidimensionale Skalierung. VI, 553 Seiten. 1981.

Band 2: F. Rösler, Hirnelektrische Korrelate Kognitiver Prozesse. XI, 471 Seiten. 1982.

Band 3: F. Rohrmeier, Langzeiterfolge Psychosomatischer Therapien. XII, 289 Seiten. 1982.

Band 4: H. Rochel, Planung und Auswertung von Untersuchungen im Rahmen des allgemeinen linearen Modells. VI, 262 Seiten. 1983.

Band 5: Fortschritte der Experimentalpsychologie. Herausgegeben von K. Pawlik. VII, 71 Seiten. 1984.

Band 6: G. Strube, Assoziation. XII, 324 Seiten. 1984.

Band 7: U. Schmidt-Denter, Die soziale Umwelt des Kindes. VII, 223 Seiten. 1984.

Band 8: E. M. Steinmeyer, Depression und gelernte Hilflosigkeit. V, 198 Seiten. 1984.

Band 9: H. Colonius, Stochastische Theorien individuellen Wahlverhaltens. XIV, 162 Seiten. 1984.

Band 10: Psychologische Aspekte des Verstehens. Herausgegeben von J. Engelkamp. VIII, 254 Seiten. 1984.

Band 11: J. Beckmann, Kognitive Dissonanz. VIII, 165 Seiten. 1984.

Band 12: G. Haubensak, Absolutes und vergleichendes Urteil. XI, 198 Seiten. 1985.

Band 13: W. W. Wittmann, Evaluationsforschung. XI, 533 Seiten. 1985.

Band 14: G. Lehmann, Modell- und rekursionstheoretische Grundlagen psychologischer Theorienbildung. XXII, 297 Seiten. 1985.

Lehr- und Forschungstexte Psychologie 14

Herausgegeben von
D. Albert, K. Pawlik, K.-H. Stapf und W. Stroebe

Günter Lehmann

Modell- und rekursionstheoretische Grundlagen psychologischer Theorienbildung

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York Tokyo

Autor

Günter Lehmann
Fachbereich 3 / Erziehungwissenschaften
Universität Wuppertal
Daußstraße 20, D-5600 Wuppertal

ISBN-13:978-3-540-15603-1 e-ISBN-13:978-3-642-70595-3
DOI: 10.1007/978-3-642-70595-3

2126/3140-543210

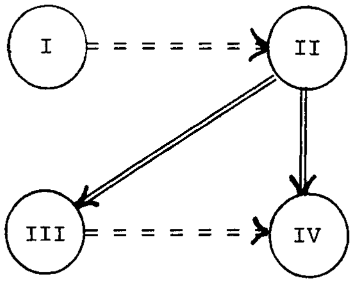
INHALTSVERZEICHNIS

* Die mit Stern * gekennzeichneten Teile können zunächst überschlagen werden.

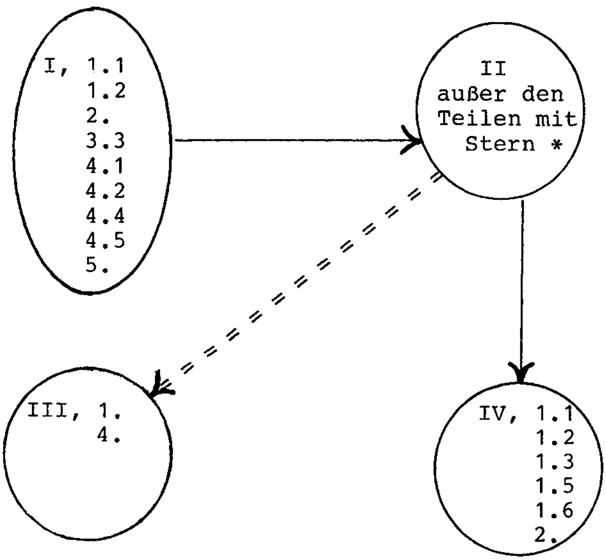
II. MODELLTHEORIE UND THEORIENBILDUNG

III. REKURSIONSTHEORIE UND THEORIE DER PROBLEME

ABHÄNGIGKEITEN ZWISCHEN KAPITELN



LESEPLAN FÜR "METHODENLEHRE"



EINFÜHRUNG

Dieses Buch soll eine systematische Einführung in die formalen Grundlagen empirischer Theorienbildung vermitteln. Die experimentelle Theorienbildung ist dabei als Teilgebiet der empirischen Theorienbildung miteinbezogen. Dargestellt werden u.a. die wichtigsten Ergebnisse der Metatheorie der Strukturen wissenschaftlicher Theorien, insbesondere jedoch die für die empirische Forschungsmethodik relevante und relativ komplexe Theorie der empirischen Überprüfbarkeit von Aussagen.

Die Darstellung orientiert sich in den Anwendungsbeispielen hauptsächlich an der Psychologie, da diese Wissenschaft exemplarisch die meisten Probleme empirischer Theorienbildung und Forschungsmethodik aufweist. Charakteristisch sind hier die Probleme der Beziehungen zwischen theoretischer Sprache, beobachtbaren Strukturen und latenten Strukturen. Nicht zuletzt hat die Psychologie grundlegende Beiträge zur Theorie der empirischen bzw. experimentellen Forschungsmethodik geleistet, wie z.B. in der Meßtheorie (Krantz et al., 1971; Pfanzagl, 1971). Gerade die Entwicklung der Meßtheorie hat auch verdeutlicht, wie essentiell Fragen der Axiomatisierung von Theorien, der empirisch/experimentellen bzw. der "endlich entscheidbaren" Überprüfung von Aussagen oder der Modellbildung für empirische Wissenschaften sind. Die Einführung in die empirische Theorienbildung stellt daher auch eine Einführung in die für einen empirischen Wissenschaftler wesentlichen Ergebnisse der Mengenlehre und der Logik, insbesondere der Modelltheorie (Präfixtheorie und Nonstandard-Analysis) und der für jegliche Entscheidbarkeits- (wie auch Problemlösungs-) Fragen grundlegenden Rekursionstheorie sowie deren empirischer Anwendung (Kap. IV) dar.

Als Quellen für die hier zusammengestellten Stoffe wurden hier u.a. hauptsächlich folgende Werke verwendet: Monk: Mathematical Logic, 1976 ; Bell u. Machover: A Course in Mathematical Logic, 1977; Mendelson: Introduction to Mathematical Logic, 1979; Chang u. Keisler: Model Theory, 1978 ; A. Robinson: Introduction to Model Theory and to the Metamathematics of Algebra, 1974; Mal'cev: Algebraic Systems, 1973; Alexandrow: Einführung in die Mengenlehre und in die Theorie der reellen Funktionen, 1967; Schwabhäuser: Modelltheorie, I,II (197o); Comfort u. Negrepontis: The Theory of Ultrafilters, 1974; Lugowski: Grundzüge der Universellen Algebra, 1976; Kelley: General Topology, 196o; Davis: Applied Nonstandard Analysis, 1977. sowie Werke von Hermes u.a.. Unter den spezielleren Quellen seien folgende für den Empiriker in modelltheoretischer Hinsicht bedeutenden Arbeiten erwähnt: Pfanzagl: Theory of Measurement (1971), Teil 2.: Meaningfulness und besonders Teil 6.6: The Empirical Status of Axioms; Suppes: Axiomatizability (Krantz et al., Bd II, Kap 18). Beide Autoren werden hier in Kap. IV besonders berücksichtigt. Obwohl die genannten Werke nur eine Auswahl der verarbeiteten Literatur darstellen, kennzeichnen die Autoren und die genannten Titel die Gebiete, um die es hier geht.

Die in diesem Buch zusammengestellten Stoffe wurden einerseits unter dem Gesichtspunkt einer inneren Geschlossenheit ausgewählt. Darüber hinaus sollen sie dem empirischen Forscher vor allem auch eine wissenschaftstheoretische Orientierung vermitteln. Es wurde daher bei der Darstellung der Stoffe darauf geachtet, daß die methodisch oder wissenschaftstheoretisch bzw. philosophisch interessanten Aspekte der Ergebnisse der Logik deutlich werden. Daher wird z.B. für das jeweils behandelte Gebiet ein möglich reichhaltiges Netz von Theoremen zusammengestellt, während auf die Beweise der Theoreme häufig verzichtet wird. Beweise werden nur dann dargestellt, wenn sie für das Verständnis der darauf aufbauenden Abhandlungen unerläßlich erscheinen, wenn sie für die Denkweise eines entsprechenden Gebietes exemplarisch sind oder wenn sie selbst wissenschaftstheoretisch interessante Schlußweisen enthalten, so z.B. der Beweis des Gödel'schen Unvollständigkeitssatzes in Kap III. Trotz dieser Gewichtung der übergreifenden Gesichtspunkte wird im einzelnen auf die mathematische Präzision der Definitionssysteme und Theoreme geachtet sowie darauf, daß das Buch auch als Lehrbuch für die erwähnten Stoffe geeignet ist.

Die Notwendigkeit einer Zusammenstellung grundlagenwissenschaftlicher Stoffe für die Psychologie (aber auch für die Sozialwissenschaften) läßt sich aus der neueren Geschichte der Forschungsmethodik dieser Gebiete, vor allem der Psychologie, begründen. Die historische Entwicklung der empirischen, vor allem der experimentellen Psychologie weist in ihren methodischen Grundlagen verschiedene Etappen einer zunehmenden Hinwendung zu grundsätzlichen Fragen der Theorienbildung auf. Trotz der Abwendung von den Themen der sogenannten geisteswissenschaftlichen Psychologie übernahm die sich entwickelnde experimentelle Psychologie erst nach einer gewissen Latenzzeit die Methoden der Statistik, mittels derer Aussagen in empirischen bzw. experimentellen Datenstrukturen überprüfbar gemacht werden sollten. Das anfangs sehr enge Konzept der Einführung einer "Prüf"-Statistik zur Absicherung bestimmter empirischer Aussagen erweiterte sich nach dieser ersten Berührung der Empirie mit der Mathematik jedoch zu einer sprunghaften Entwicklung und Umorientierung des Verhältnisses der empirische Psychologie zur Mathematik und zu den Grundlagenwissenschaften. Während die empirische Psychologie eher kontinuierlich die spekulativ-methaphysische Psychologie verdrängte, kann man die weitere Entwicklung nach der Einführung mathematisch-statistischer Methoden in der Psychologie in etwa 4 Epochen unterteilen:

1. Die Überprüfung singulärer Aussagen mittels statistischer Tests: Das methodische Hauptgewicht lag hier in der Formulierung der "richtigen" Nullhypothese und in der Auswahl eines geeigneten Signifikanztests. Methodische Fragen der Einbettung der zu prüfenden Hypothese in einen theoretischen Zusammenhang bzw. der Operationalisierung einer "inhaltlichen" Hypothese durch eine statistisch prüfbare Nullhypothese wurden, wenn überhaupt, dann eher intuitiv behandelt. Die Nachteile dieser Methodik zeigten sich in einem unübersichtlichen Anwachsen singulärer Signifikanz-Aussagen über das jeweilige Gebiet, wobei die eindeutige Zusammenfassung zu einer Theorie wegen der unterschiedlichen Operationalisierungen und der damit verbundenen Unvergleichbarkeiten von Aussagen oft unmöglich wurde.

2. Die Mathematische Psychologie: Die Bezeichnung dieser Richtung der Psychologie stellt keine wissenschaftliche Abgrenzung gegen andere Bereiche der Psychologie dar. Faßt man die Mathematik im weitesten Sinne als die Wissenschaft der (exakt definierten) Strukturen auf, dann ist jede Richtung der Psychologie, die sich um eindeutige Definitionen bemüht, zugleich eine Richtung der Mathematischen Psychologie. Entscheidend ist hier allerdings, wie man den Begriff der genauen Definition bzw. der Operationalisierung umsetzt, ob eher im populär-umgangssprachlichen Sinne oder im Sinne der Theorie der "schwachen" und "starken" Definitionen (vgl. Kap. II, 4.4).
Im engeren Sinne kann man jedoch von einer klassischen Mathematischen Psychologie sprechen, wenn man darunter den Ansatz versteht, mithilfe mathematischer Modelle das Stadium der Ansammlung isolier-

ter singulärer Aussagen zu überwinden und zu exakt zusammenhängenden Strukturen oder Modellen überzugehen. Vor der späteren Entwicklung der Meßtheorie (s.u.) wurde dabei hauptsächlich folgende Methodik verwendet: Mathematische -zumeist quantitative- Modelle, die bestimmte theoretische Vorstellungen über psychologische Sachverhalte abbilden, wurden per Parameternäherung an empirische Datenstrukturen angepaßt und hinsichtlich ihres Anpassungsgrades bzw. hinsichtlich ihrer Vorhersagefähigkeit neuer Daten auf Signifikanz (der Diskrepanz) getestet.
Von historischer Bedeutung im Sinne dieses Ansatzes ist das exemplarische Werk von D. Luce (Individual Choice Behaviour, 1959), in dem gleichzeitig mehrere Ziele verwirklicht wurden: Die Schaffung einer einheitlichen axiomatischen Theorie, in der mehrere Gebiete der Allgemeinen Psychologie (Psychophysik, Lerntheorie und psychologische Entscheidungstheorie) zusammengefaßt wurden. Außerdem wurde die gesamte Theorie auf ein zentrales Axiom, das eindeutig operationalisierbare "Choice Axiom" ("independence of irrelevant alternatives"), sowie auf wenige Zusatzaxiome zurückgeführt, die zur allgemeinen Theorie in ihren unterschiedlichen Teilbereichen jeweils hinzugefügt werden mußten.
Viele Modelle der Mathematischen Psychologie weisen jedoch nicht diesen klaren Bezug zwischen Theorie (bzw. Axiomatik) und Modell auf wie bei D. Luce. Mathematische Modelle wurden häufig nicht mehr als Abbildungen theoretischer Sätze entwickelt, sondern als ad hoc-Modelle des data-fitting, bei denen einseitig Probleme der Parameternäherung in den Vordergrund traten.

Grundsätzlich ergibt sich bei der Methode der Modellanpassung der klassischen Mathematischen Psychologie ein Problem, welches besonders deutlich bei den quantitativen Modellen zutagetritt: Die kontinuierliche Parameterannäherung erfordert quantitative, d.h. intervallskalierte, Parameter. Modelle mit Intervallskalen bzw. Intervallskalenverknüpfungen ("Verbundenes Messen") enthalten neben den explizit formulierten psychologischen Annahmen noch eine Reihe weiterer topologischer bzw. zahlentheoretischer Annahmen, die durchaus auch von empirischer Relevanz sein können, die aber durch eine reine Modellanpassung an die empirischen Daten nicht schlüssig überprüft werden können. Ein Teil dieser "meßtheoretischen" Annahmen ist in endlichen Strukturen nicht erfüllbar. Andererseits sind alle Datenstrukturen bekanntlich endlich. Viele dieser nicht endlich erfüllbaren Annahmen sind daher nur in Verbindung mit anderen Annahmen in empirischen Strukturen "relativ testbar" (vgl. Kap. IV). Die klassische Methode des globalen Modelltests sagt jedoch wenig über die unterschiedliche Validität einzelner testbarer bzw. relativ testbarer Annahmen des Modells aus.

3. Die Meßtheorie: Die Entstehung einer meßtheoretisch begründbaren Psychologie läßt sich trotz früherer Arbeiten deutlich durch die beiden 1971 erschienen Werke "Foundations of Measurement" von Krantz, Luce, Suppes und Tversky sowie "Theory of Measurement" von Pfanzagl markieren. Obwohl die Meßtheorie zunächst eine theoretische Fundierung des empirisch/experimentellen Messens, vor allem des quantitativen Messens intendierte, erwies sich ihr Ansatz als so allgemeingültig, daß sie heute als die Theorie der empirischen mathematischen Modellbildung angesehen werden kann. Das Neue an dieser Entwicklung ist nicht nur die genaue Unterscheidung zwischen Theorie- und Modell-Ebene, sondern die vollständige Zusammenstellung aller Annahmen, die einem gegebenen Modell zugrundeliegen. Dies ermöglicht die genaue Unterscheidung zwischen empirisch testbaren und nicht testbaren Anteilen der jeweiligen Axiomatisierung der Theorie, die das Modell repräsentiert. Da sich Theorien im allgemeinen unterschiedlich axiomatisieren lassen, wurden in der Meßtheorie solche Axiomatisierungen gewählt, in denen ein möglichst großer Anteil der Axiome endlich erfüllbar und somit empirisch testbar ist. Zusätzlich wurde darauf geachtet, daß die endlich erfüllbaren Axiome durch einfache experimentelle Strukturen überprüft werden konnten, d.h. daß von den Versuchspersonen keine komplizierteren Reaktionen als größer-kleiner-Urteile, Äquivalenz-Urteile und binäre Operationen verlangt wurden. Im Gegensatz zur globalen Anpassungsüberprüfung der klassischen mathematischen Psychologie wird daher in der Meßtheorie eine größere Anzahl unabhängiger Experimente bzw. empirischer Testdaten-Analysen zur Überprüfung eines gegebenen Modells erforderlich. Leider sind diese Kollektionen von Experimenten bisher nur für die relativ einfachen Strukturen des linearen und des polynomialen verbundenen Messens bzw. "conjoint measurement" abgeleitet worden. Es scheint keine allgemeine Metho-

de zu existieren, nach der für eine beliebige gegebene Theorie bzw. für ein beliebiges Modell die für die empirische Überprüfung notwendige Kollektion von Experimenten entwickelt werden kann. Für eine bestimmte Klasse von Polynomen wird allerdings ein entsprechendes Verfahren von Krantz in den Foundations (1971, S. 354) angegeben. Ein weiteres Problem des Verbundenen Messens besteht darin, daß die jeweiligen Testkollektionen für ein gegebenes Modell deterministisch sind. Da aus der Meßtheorie für ein gegebenes Modell ohne Zusatzannahmen im allgemeinen kein statistischer Modelltest ableitbar ist, gilt -streng genommen- ein Meßmodell schon dann als empirisch widerlegt, wenn nur eines der zu seiner Überprüfung erforderlichen Experimente negativ ausfällt. Dies ist jedoch keine grundsätzliche Kritik an der Meßtheorie, da die Entwicklung geeigneter Probabilistiken für statistische Überprüfungen von Theorien im Prinzip möglich ist. [1]

4. Modell- und Rekursionstheorie: Die in der Meßtheorie eingeführte Unterscheidung zwischen testbaren und nicht testbaren Sätzen einer empirischen Theorie läßt sich in der Modelltheorie weiter verfeinern, indem man zwischen starker und schwacher bzw. relativer Testbarkeit oder auch zwischen Widerlegbarkeit bzw. Beweisbarkeit oder gar Nichttestbarkeit von Theorien oder von einzelnen Sätzen aus Theorien unterscheidet. Während in der Meßtheorie eher bestimmte Techniken vollständiger Axiomatisierungen von Theorien und experimentell praktikabler Axiom-Formulierungen exemplarisch demonstriert wurden, beschäftigt sich die Modell- und auch die Rekursionstheorie grundsätzlicher mit der Struktur einer Theorie und mit der davon abhängigen Überprüfbarkeit ihrer Sätze. Modelltheoretische Analysen der Strukturen und der Überprüfbarkeit von Axiomensystemen findet man schon bei Pfanzagl (1971) in Teil 6.6 (The Empirical Status of Axioms). Er führt dort Untersuchungen weiter, die bereits 1965 von Adams und Fagot begonnen wurden, und verbindet seine Ergebnisse mit generellen modelltheoretischen Ergebnissen von A. Robinson (1965). Als modelltheoretische Verallgemeinerung der Meßtheorie ist auch Kap. 18 von Suppes (Axiomatizability) im noch nicht veröffentlichten Band II der oben erwähnten Foundations (1971) anzusehen.

[1] vgl. hierzu die Arbeit von M. Zaus (Stochastische Meßstrukturen, 1984).

Die unterschiedlichen Qualitäten und Grade der empirischen Überprüfbarkeit hängen eng mit der syntaktischen Struktur der jeweils zu testenden Sätze oder Theorien zusammen. Bei gegebenen Theorien muß festgestellt werden, ob sie unendlich viele Axiome enthalten oder ob sie endlich axiomatisierbar sind. Im allgemeinen enthalten quantitative Theorien "Axiomenschemata", nach denen unendlich viele Axiomen zu entwickeln sind. Sie sind daher nicht in endlichen Strukturen erfüllbar. Dennoch enthalten sie häufig endlich erfüllbare Konsequenzen, sodaß sie anhand dieser Konsequenzen empirisch oder experimentell zumindest widerlegbar sind. Andererseits gibt es auch endlich axiomatisierbare Theorien, wie z.B. die "nach beiden Seiten unbeschränkt dichte Ordnung", die nicht in endlichen Strukturen erfüllbar sind (Kap. IV). Im Falle der erwähnten dichten Ordnung läßt sich die nicht endliche Erfüllbarkeit leicht an dem dort enthaltenen Axiom der unbegrenzten Interpolierbarkeit demonstrieren: "Für jedes x und jedes y (der Ordnung) existiert ein z, das zwischen x und y liegt". Dies ist in einer endlichen Struktur unmöglich.

Die empirische Überprüfbarkeit eines einzelnen Satzes hängt eng mit der syntaktischen Struktur seiner "pränexen Normalform" zusammen. Ein Satz der Prädikatenlogik (erster Ordnung) wird dabei so transformiert, sodaß alle All- und Existenzquantoren (sofern vorhanden) am Anfang des Satzes stehen und alle Junktoren des Satzes hinter den Quantoren erscheinen. Zugelassen sind dabei im allgemeinen nur die Junktoren "und", "oder" und die Negation, auf die alle anderen Junktoren transformiert werden müssen. Der dabei resultierende Satzanfang aus Quantoren heißt Präfix. So hat z.B. der oben erwähnte Satz der Interpolation den Präfix "Für alle x, für alle y, es existiert ein z". Die jeweilige Folge von Quantoren kürzt man nach den Anfangsbuchstaben von "All" und "Existenz" durch die entsprechende Folge von A und E ab. Der Interpolationssatz hat z.B. den Präfixtyp AAE. Allsätze (universelle Sätze) bzw. Existenzsätze haben z.B. die "reinen" Präfixtypen AAA.. bzw. EEE.., während Typen wie AAE oder AEA als "gemischt" bezeichnet werden. Von diesen Präfixtypen sowie von der Vorzeichenverteilung im Bereich der Junktoren (positive bzw. negative Sätze usw.) hängt der Grad der endlichen bzw. empirischen Überprüfbarkeit einzelner Sätze formal ab. So sind z.B. Allsätze, wenn überhaupt, dann nur widerlegbar, Existenzsätze sind dagegen, wenn überhaupt, nur beweisbar. Bei Sätzen mit gemischtem Präfix sind die Testmöglichkeiten komplizierter oder aber gar nicht mehr vorhanden, vgl. hierzu Kap. IV.

Eine andere Perspektive der Analyse von Theorien ergibt sich aus der Rekursionstheorie. Hieraus lassen sich Aussagen über die endliche Berechenbarkeit (von Funktionen), die endliche Ableitbarkeit (von Folgerungen aus einer Theorie) bzw. die endliche Länge von Beweisen, die endliche Lösbarkeit (von Problemen) sowie über die endliche Überprüfbarkeit (von Theorien oder Sätzen in gegebenen Strukturen) gewinnen. Auch die endliche Erfüllbarkeit von Sätzen oder Theorien ist ein rekursionstheoretisches Problem. Ein wichtiges rekursionstheoretisches Theorem (vgl. Theorem 1.1.4 in Kap. IV) besagt allerdings, daß es keine generelle Methode geben wird, nach der man für beliebig vorgegebene Sätze (in endlich vielen Schritten) überprüfen kann, ob sie in endlichen Strukturen erfüllbar sind. Mit anderen Worten: Es gibt keine generelle Methode, um für beliebige Sätze zu entscheiden, ob sie überhaupt empirisch testbar sind.- Dies schließt jedoch nicht aus, daß es für viele Klassen von Satztypen individuelle Methoden geben kann, nach denen man ihre endliche Erfüllbarkeit und damit ihre empirische Testbarkeit feststellt.

Die Rekursionstheorie behandelt jedoch nicht nur Fragen des endlichen Ableitens usw., sondern sie erstreckt sich auch auf diejenigen Problem- bzw. Ableitungstypen, für die keine endlichen Lösungsalgorithmen entwickelbar sind. Hierzu muß zunächst erläuternd gesagt werden, daß es "partielle Lösungsalgorithmen" gibt, d.h. Algorithmen, die zwar auf eine unendliche Klasse von Problemen anwendbar sind, die aber nicht bei allen Problemen ihres "Definitionsbereiches" nach endlich vielen Schritten zu einer Lösung führen. Aus der Rekursionstheorie folgt, daß es kein allgemeingültiges Verfahren geben wird, nachdem für einen beliebig vorgegebenen partiellen Lösungsalgorithmus und ein beliebig vorgegebenes Problem endlich entscheidbar ist, ob es durch diesen Algorithmus lösbar ist. In der Logik drückt man diesen Sachverhalt in einer anderen Terminologie aus, indem man für das "endliche Lösen eines gegebenen Problems" oder für das "Auffinden eines endlichen Beweises für einen gegebenen Satz" die "endliche Berechnung des Wertes einer partiellen Funktion für ein gegebenes Argument" setzt. Die Entscheidung, ob ein vorgegebener Satz (der Prädikatenlogik erster Ordnung) endlich beweisbar ist, läßt sich nicht nach einem allgemeingültigen Algorithmus klären. Sie ist kreativ. Die Menge aller (endlich beweisbaren) Folgerungen aus einer gegebenen Theorie heißt, sofern diese Theorie einen genügenden Komplexitätsgrad [1] besitzt, in der Logik "kreativ", und zwar in Konkordanz mit dem umgangssprachlichen Kreativitätsbegriff. Die neuere Logik enthält daher eine umfassende rekursionstheoretisch fundierte Kreativitätstheorie. Wir wollen hier nicht weiter umgangssprachlich auf die grundsätzliche Bedeutung der Rekursionstheorie eingehen, die bereits aus den bisher erwähnten Beispielen deutlich wird. Näheres hierzu sowie über die im Rahmen der Rekursionstheorie zentralen Gödel'schen Unvollständigkeitssätze findet man in Kap. III, wo prinzipielle Fragen der Entscheidbarkeit und der Kreativität von Entscheidungen behandelt werden.

In der Modelltheorie, aber auch in der Mathematik haben rekursionstheoretische Probleme unter den Stichworten "Aufzählbarkeit" und "Entscheidbarkeit" (s. Kap II u. III) eine grundlegende Bedeutung. In der empirischen Theorienbildung hat die integrierte Behandlung von Modell- und Rekursionstheorie eine wichtige Funktion, z.B. bei der diffizilen Analyse des Problems der endlichen (empirischen) Erfüllbarkeit von Aussagen.

Zusammenfassend läßt sich über die hier skizzierten 4 Etappen der Entwicklung psychologischer Forschungsmethodik und Theorienbildung folgendes sagen: Der Trend zu generellen Verbindung der Forschungsmethodik mit den allgemeinen Grundlagenwissenschaften ist keine "Mode" oder eine neue "Denkschule", sondern er folgt zwangsläufig aus der fortschreitenden Entwicklung und Vertiefung der methodischen Fragestellungen der Psychologie und aus der Einheitlichkeit der Grundlagen der empirischen Forschungsmethodik und Theorienbildung. Die Vorstellung, daß es eine alternative empirische Psychologie geben könnte, die sich den Kriterien der Grund-

---

1) Die Theorie muß so komplex sein, daß sie z.B. die Peano-Arithmetik enthält, d.h. daß sie in etwa die 4 Grundrechenarten sowie einen Minimierungsoperator repräsentiert. Genau genommen muß sie axiomatisierbar sein, und sie muß jede aufzählbare Menge schwach repräsentieren können. Dann heißt die Menge ihrer Folgerungen (bzw. Beweise) "kreativ" (vgl. Theorem 4.3.3 in Kap. III). Im allgemeinen erfüllen die meisten quantitativen Modelle bzw. Theorien der Mathematischen Psychologie aufgrund der in ihnen enthaltenen Intervallskalen diese Bedingungen.

lagenwissenschaften entziehen könnte, ist nicht haltbar. Ein Empiriker bzw. ein experimenteller Forscher macht singuläre oder verallgemeinerte Aussagen über die (materielle) "Welt". Er unterscheidet sich darin von dem reinen Mathematiker oder Logiker, der entsprechende Aussagen über (gedachte) theoretische Strukturen macht. - Einen historischen Vergleich der unterschiedlichen Interpretationen dieser gedachten Strukturen aus der Sicht des Platonismus, des Formalismus oder des Intuitionismus findet man z.B. in der Einführung von Monk (1976) - Demnach sind Mathematik und Logik echte Geisteswissenschaften. Der Empiriker muß dagegen seine Aussagen nicht nur nach ihrer inneren logischen Konsistenz überprüfen, sondern er muß sie an materiellen Strukturen testen. Die Wahrnehmung bzw. die Registrierung materieller Strukturen geschieht vermittels der Sinnesorgane oder deren Verfeinerungen, d.h. vermittels geeigneter Meßinstrumente. Meßinstrumente liefern endliche Datenstrukturen. Datenstrukturen sind nur sinnvoll interpretierbar in Verbindung mit der empirischen Methode bzw. der experimentellen Anordnung, durch die sie erhoben wurden. Die Vereinigung der Datenstruktur mit der zugeordneten empirischen Methode bzw. experimentellen Anordnung können wir als empirische bzw. als experimentelle Struktur bezeichnen, so wie dies auch in der Meßtheorie geschieht. Reale (empirische) Strukturen bzw. deren Messungen in Form von endlichen empirischen Strukturen sind somit grundsätzlich einer mathematischen Beschreibung zugänglich. Empirische Theorien bzw. einzelne Aussagen über empirische Strukturen müssen demnach, um valide oder zumindest prüfbar zu sein, denselben Kriterien genügen, denen sonstige Theorien über exakte (mathematische) Strukturen genügen müssen. Es handelt sich hier um Kriterien der Abbildung von Aussagen in Strukturen (hier Operationalisierungen), d.h. um ein zentrales Thema der Modelltheorie.

Empirische Theorien stellen verallgemeinerte Sätze auf, die auch Aussagen über nicht beobachtbare (latente) oder über noch nicht beobachtete materielle Sachverhalte machen. Wir können die diesen Aussagen entsprechenden Strukturen als "theoretische empirische Strukturen" bezeichnen, die auch unendlich sein können. Da diese verallgemeinerten ("Gesetzes"-) Aussagen empirisch prüfbar sein müssen und empirische Aussagen mittels empirischer (Daten-) Strukturen getestet werden, muß eine exakte Relation zwischen der potentiell unendlichen theoretischen empirischen Struktur und der endlichen empirischen (Daten- oder Meß-) Struktur gefordert werden. Die endlich erhobene empirisch/experimentelle Struktur ist daher als Substruktur der theoretischen empirischen Struktur anzusehen. Daraus folgt, daß auch die nicht beobachtete theoretische Struktur als eine mathematisch beschreibbare Struktur behandelt werden muß, und zwar im Rahmen der vorausgesetzten Theorie über das entsprechende empirische Gebiet. Dem empirischen Forscher bleibt somit weder hinsichtlich der erhobenen Datenstrukturen, noch hinsichtlich latenter nicht beobachteter empirischer Strukturen, noch hinsichtlich seiner Theorienbildung über diese Strukturen eine alternative Methode offen, die sich zwar auf empirische Nachprüfbarkeit berufen könnte, die sich aber nicht den Kriterien der Mathematik und der Logik bzw. der Modelltheorie stellen müßte. Diese eigentlich trivialen Feststellungen müssen angesichts entgegengesetzter Behauptungen von Psychologen bestimmter "hermeneutischer" Richtungen noch einmal zusammengestellt werden.

Die hauptsächlichen Probleme, die eine effektive Theorienbildung in der Psychologie erschweren, sind zumeist Probleme der Operationalisierung, d.h. Probleme der Abbildung der theoretischen Begriffe bzw. der Relationen und Objekte der theoretischen Aussagen in die Relationen und Objekte der empirischen Strukturen. Sobald eine theoretische Aussage nicht nur auf eine konkrete endliche Datenstruktur, sondern auf potentielle Daten bzw. auf latente Strukturen bezogen wird, treten z.B. grundsätzliche Probleme der Beziehungen zwischen Aussagensystemen K und Strukturklassen $\mathcal{K}$ auf. Als wichtiges Beispiel sei hier die Klasse $\mathcal{K}_{fin}$ aller endlichen Strukturen erwähnt, in denen eine gegebene Theorie K - wenn überhaupt - erfüllbar ist. Eine genaue (metasprachliche bzw. semantische) Definition einer solchen Klasse $\mathcal{K}_{fin}$ kann zur operationalen Definition eines durch K syntaktisch definierten Begriffs verwendet werden. Solche Operationalisierungen erscheinen relativ problemlos z.B. im Bereich der Wahrnehmungspsychologie. Als Beispiel sei hier die (endliche) Klasse der geometrisch-optischen Täuschungen genannt. Schwieriger wird dies jedoch z.B. im Bereich der Persönlichkeitspsychologie oder der Motivationspsychologie. Während man die Klasse der geometrisch-optischen Täuschungen anhand eindeutiger physikalischer bzw. geometrischer Maße definieren kann, ist die Klasse aller Verhaltensweisen, die z.B. für "Angst" typisch sind, nicht so eindeutig definierbar. Obwohl man nicht für jede Verhaltensweise eindeutig entscheiden kann, ob sie zur Klasse "Angst" gehört, gibt es dennoch einige exemplarische Verhaltensweisen für diese Klasse. Modelltheoretisch würde man sagen, daß die notwendigen Merkmale des Begriffs nicht eindeutig sind, daß jedoch hinreichende Merkmale eindeutig bekannt sind. Dies führt dazu, daß wir eine Klasse mit einem "hinreichenden Kern" exemplarischer Fälle eingeführt haben, daß jedoch die Abgrenzung dieser Klasse gegen benachbarte Klassen ähnlicher Begriffe unscharf ist. Da ähnliche Verhältnisse auch für die meisten benachbarten Begriffe bzw. Klassen gelten, können wir sagen, daß bestimmte Gebiete der Psychologie nur durch Begriffssysteme erfaßt werden, deren Klassen zwar exemplarische Repräsentanten besitzen, die aber unscharfe gegenseitige Abgrenzungen aufweisen, d.h. wir haben es nicht mit einer Äquivalenzklasseneinteilung der Verhaltensweisen zu tun, sondern mit einem Indifferenzsystem (Reflexivität, Symmetrie, aber nicht notwendig Transitivität). Die modelltheoretische Frage lautet daher, wie effektiv man mit Indifferenzsystemen Begriffe erfassen kann. Aufgrund der in Kap., 6.1 behandelten Gegenläufigkeit der Inklusionen von Theorien und ihren Modellklassen gilt für diese Indifferenzsysteme auch folgendes: Eine Präzisierung der Ränder der Klassen durch geeignete notwendige Bedingungen für eine gegebene Klasse entspricht auf der Theorieebene der Auffindung eines "notwendigen Kerns" innerhalb der Satzmenge der die Klasse repräsentierenden Theorie. Diese Beziehungen zwischen dem hinreichenden Kern einer Klasse und dem notwendigen Kern ihrer Theorie werden in Kap. IV, 2. genauer analysiert.

Die vorangehenden Teile der Einführung haben skizziert, wie sich die historische Entwicklung der psychologischen Forschungsmethodik sowie auch einige herausgegriffene spezielle Probleme der empirischen Theorienbildung aus der Perspektive der Modelltheorie bzw. der Rekursionstheorie interpretieren lassen. Die angesprochenen Sachverhalte lassen sich jedoch umgangssprachlich und ohne die in den folgenden Kapiteln eingeführten Begriffssysteme kaum weiter vertiefen, sodaß hier auf die vier folgenden Kapitel verwiesen werden muß. Diese sind wie folgt aufgebaut:

Kap. I (Algebra) beginnt mit der Mengenlehre und stellt diese gleichzeitig allen anderen Stoffen dieses Buches voran. Ohne die Basisbegriffe der Mengenlehre wären fast alle anderen wissenschaftlichen Begriffe dieses Buches undefiniert. In Verallgemeinerung der modelltheoretischen Definitionslehre (s. Kap. II) kann man behaupten, daß ein theoretischer Begriff erst dann wirklich definiert ist, wenn seine Definition - ähnlich wie bei allen logischen und mathematischen Begriffen - in der Terminologie der Mengenlehre formulierbar ist. Von besonderer wissenschaftstheoretischer Relevanz sind zwei Theoreme des Kapitels: die Elimination des Russell-Paradoxes durch die moderne Mengenaxiomatik (11. Theorem) und die Konstruktion von unendlichen Mengen höherer Mächtigkeit durch Potenzmengenbildung (21. Theorem) sowie die Beweise dieser Theoreme, insbesondere die Verwendung eines Axiomenschemas im ersteren Beweis. Für das Verständnis der folgenden Stoffe dieses Buches ist jedoch nur das letztere Theorem grundlegend, und zwar im Rahmen der unverzichtbaren Behandlung unendlicher Mengen (Kardinalzahlen, "abzählbar" und "überabzählbar" unendlich, Kontinuumshypothese usw. in Teil 3.3). Weiter werden auf der Basis von Mengenkonstruktionen Strukturen eingeführt, die in der Meßtheorie verwendet werden. Hierzu gehören auch die am Schluß gesondert behandelten Homomorphismen.
Als spezielle Strukturen, die für einige Bereiche der Modelltheorie (Hornsätze) sowie vor allem für die Nonstandard-Analysis von Bedeutung sind, werden einige Filter dargestellt. Das im Zusammenhang mit den Ordnungsstrukturen in Teil 4. behandelte Zorn'sche Lemma hat eine große mengentheoretische Bedeutung, ist aber für uns vor allem deshalb wichtig, weil viele Beweise dieses Lemma verwenden.

Kap. II (Modelltheorie und Theorienbildung) führt zunächst die Prädikatenlogik ein, wobei sehr früh die neuere rekursionstheoretische Sichtweise betont wird, so z.B. die Unterscheidung zwischen entscheidbaren und abzählbaren Mengen oder die Behandlung von Formeln, Termen, Sätzen, Theoremen usw. als sich zum Teil überschneidende entscheidbare bzw. aufzählbare Mengen. Um die Parallelität zwischen syntaktischer und semantischer Ableitbarkeit bzw. Beweisbarkeit innerhalb der Prädikatenlogik erster Ordnung intuitiv zu verdeutlichen, wird die Semantik erst relativ spät im Zusammenhang mit dem Modellbegriff eingeführt. Vorher wird unter bewußtem Verzicht auf Semantik ein großer Teil der in der Logik bedeutsamen Theoreme durch rein

formale Ableitungen, d.h. deduktiv, hergeleitet. Insbesondere wird auch für die am Anfang dargestellte Aussagenlogik gezeigt, daß sie auch unter Verzicht auf einen semantischen Wahrheitsbegriff entwickelbar ist, und zwar allein aufgrund der Einführung der "logischen Theoreme" als Teilmenge der Sätze bzw. Formeln. Diese Betonung der Eigenständigkeit der Deduktionslehre erschien erforderlich, da hier der Gödelsche Vollständigkeitssatz, der diese Parallelität von Deduktik und Semantik formuliert, unter Verzicht auf seinen langen Beweis dargestellt wurde. Zum Schluß des Kapitels werden eigentliche Stoffe der Modelltheorie behandelt und deren Anwendbarkeit auf psychologische Problemlösungs- bzw. Fähigkeitstheorien skizziert. Wichtig ist hier auch das Gebiet der Modellerweiterungen bzw. der Unterstrukturen usw. sowie die Unterscheidung zwischen kategorischen, vollständigen und unvollständigen Theorietypen.
Die Einführung in die Nonstandard-Zahlen bietet einen Einstieg in eine intensivere Beschäftigung mit der Nonstandard-Analysis von A. Robinson (1966, 1977). Letztere ermöglicht die Lösung spezieller Probleme der Meßtheorie, insbesondere die meßtheoretische Behandlung unendlicher bzw. infinitesimaler theoretischer Größen (vgl. L. Narens, 1974).

Kap. III (Rekursionstheorie): Da Ableitbarkeit, Lösbarkeit oder Beweisbarkeit rekursionstheoretisch ineinander überführbare Begriffe sind, beginnt das Kapitel zunächst mit einer modelltheoretisch-rekursionstheoretischen Interpretation des Begriffs eines (zu lösenden) Problems. Dieser Teil wird jedoch in den folgenden Teilen nicht vorausgesetzt. Danach folgt eine schrittweise Einführung in das Begriffssystem, welches für den wissenschaftstheoretisch bedeutsamen Gödelschen Unvollständigkeitssatz erforderlich ist. Für die nachfolgenden Teile wird dabei jedoch nur der Begriff der Peano-Arithmetik sowie der Gödelisierung bzw. der Arithmetisierung der Logik benötigt. Die engere Rekursionstheorie in Teil 3. läßt sich im wesentlichen aus der Diagonalfunktion und aus der damit verbundenen "Unlösbarkeit des Halteproblems" begründen. Die methodisch und auch wissenschaftstheoretisch bedeutsame Anwendung der Rekursionstheorie auf die Strukturen von Theorien erfolgt dann in Teil 4. Im Zusammenhang mit dem Problem der Auffindung von Beweisen bzw. von Widerlegungen von Aussagen (die Unmöglichkeit der Konstruktion eines generellen Beweis-Algorithmus) wird dann die in der Logik sich entwickelnde Theorie der Kreativität und der Produktivität im Ansatz dargestellt. Zum Abschluß wird das für Problemlösungstheorien hochinteressante Spezialgebiet der "relativen Berechenbarkeit" bzw. der Turinggrade umrissen. Aus diesem noch relativ unerforschten Gebiet scheint sich herauszukristallisieren, daß man z.B. eine Theorie der logischen Schwierigkeit von Problemen unabhängig von der Psychologie entwickeln könnte.

Kap. IV: (Empirische Psychologische Theorienbildung): Dieses Kapitel enthält zwei große Bereiche: Zunächst werden einige Definitionen und Postulate über die Beziehungen zwischen empirisch/experimentellen (Daten-) Strukturen, theoretischen empirischen Strukturen und Theorien über diese Strukturen eingeführt. Anschließend werden Beziehungen zwischen der syntaktischen Struktur von Sätzen (Präfixtyp und Matrixtyp) und ihren Invarianzen unter verschiedenen Operationen an Modellen behandelt, z.B. unter Modellerweiterung, Unterstrukturbildung oder unter homomorphen Abbildungen, wie z.B. in den Skalentransformationen der Meßtheorie. Insbesondere interessiert hier die Invarianz von Sätzen unter endlicher Unterstrukturbildung, da es für einen Empiriker wichtig ist, ob ein Satz, der über eine latente, d.h. nicht beobachtbare theoretische empirische Struktur behauptet wird, überhaupt in einer endlichen Unterstruktur (Datenstruktur bzw. Stichprobe) aus der latenten Struktur erfüllbar und damit empirisch testbar ist. Leider erweist sich gerade dieses Problem, wie fast alle Probleme der endlichen Prüfbarkeit, als nicht rekursiv, d.h. als nicht generell, sondern nur partiell lösbar. -Anschließend werden im ersten Teil Mengen von Sätzen, d.h. Theorien, strukturell untersucht und nach ihren Eigenschaften, wie z.B. Nichtaxiomatisierbarkeit, rekursive Axiomatisierbarkeit, endliche Axiomatsierbarkeit, nicht endliche oder z.B. nur endliche Erfüllbarkeit usw., klassifiziert. Die Ergebnisse werden dann am Beispiel der Intervallskala verdeutlicht. Außerdem wird der Begriff der "relativen Testbarkeit" von Sätzen sowie der Begriff des "technischen Axioms" am Beispiel der Intervallskala erläutert.

Im zweiten Teil wird dann der Begriffsapparat der Modell- und Rekursionstheorie auf psychologische Strukturen übertragen, und daraus werden Begriffe, wie Beobachtbarkeit und Operationalisierbarkeit redefiniert. Nach der Behandlung des oben schon erwähnten notwendigen Kerns einer Theorie bzw. des hinreichenden Kerns einer entsprechenden Strukturklasse wird eine aus der Physik entnommene

Klärung und psychologische Anwendung des Kausalitätsbegriffs dargestellt. Dieser Begriff ist von grundlegender Bedeutung für die Theorie der dynamischen Systeme, insbesondere für die Interpretation von Experimenten als dynamische Systeme von (unabhängigen) Eingabe- und (abhängigen) Ausgabevariablen bzw. für die entsprechende Interpretation von psychologischen S-R-Systemen. Auch eine generelle Metatheorie der "Kausalanalysen" erfordert eine grundlegende Klärung des Kausalitätsbegriffs, zumal dieser Begriff trotz seiner eindeutigen Definition in Relativitäts- und Systemtheorie von bestimmten hermeneutischen Sichtweisen aus immer wieder unnötig problematisiert und verwirrt wird. Auch auf die enge Verbindung des Kausalitätsbegriffs mit der stetigen Differenzierbarkeit und dadurch auch mit der Intervallskalierbarkeit von Variablen muß dabei hingewiesen werden.
Zum Abschluß des Kapitels werden einige Modelle zur Schätzung von Kausal- bzw. von Transfer-Beziehungen aus statischen Datenmaterialien, d.h. aus Daten ohne Zeitinformation, vorgestellt.