

H. Gericke Mathematik in Antike und Orient

Helmuth Gericke

Mathematik
in
Antike und Orient



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York Tokyo
1984

Helmuth Gericke
Sonnenbergstraße 31
D-7800 Freiburg

Mit 140 Abbildungen und 4 Kartenskizzen

AMS Subject Classification (1980):
01A05, 01A15, 01A17, 01A20, 01A25, 01A30, 01A32

ISBN-13:978-3-642-68631-3 e-ISBN-13:978-3-642-68630-6
DOI: 10.1007/978-3-642-68630-6

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek
Gericke, Helmuth: Mathematik in Antike und Orient. –
Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer, 1984.
ISBN-13:978-3-642-68631-3

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Die Vergütungsansprüche des § 54, Abs. 2 UrhG werden durch die „Verwertungsgesellschaft Wort“, München, wahrgenommen.

© by Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1984
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1984

Vorwort

Geschichte der Mathematik ist an den Universitäten der Bundesrepublik kein Prüfungsgebiet. Der Dozent muß sich daher überlegen, 1) welchen Zeitaufwand er interessierten Studenten zumuten kann, 2) wieviel Zeit er braucht, um etwas mehr als einen oberflächlichen Überblick zu bieten. Ich habe eine sich über zwei Semester erstreckende zweistündige Vorlesung als angemessen angesehen und mehrmals solche Vorlesungen gehalten. Das vorliegende Buch enthält den Stoff des ersten der beiden Semester. (Im zweiten Semester wird die Geschichte der Mathematik im Abendland behandelt.)

Ohne den berühmten „Mut zur Lücke“ geht es natürlich nicht. Meine Absicht war, möglichst nahe an die Originale heranzuführen und dabei die Art des mathematischen Denkens der verschiedenen Völker zu verschiedenen Zeiten sichtbar werden zu lassen. Wichtiger als die vollständige Aufzählung aller mathematischen Leistungen war mir die vollständige Durchführung der einzelnen Beispiele. Dabei habe ich mich bemüht, den Gedankengang lückenlos darzustellen, erwarte aber, daß der Leser einfache Schlüsse und besonders einfache Rechnungen selbst durchführt.

Ein Werk wie das vorliegende erhebt keinen Anspruch auf Originalität. Im Laufe vieler Jahre habe ich mit vielen Kollegen mathematische Fragen besprochen und viel dabei gelernt. Das meiste und wichtigste verdanke ich der langjährigen Zusammenarbeit mit Kurt Vogel, sehr viel auch der gemeinsamen Arbeit mit den Mitgliedern des Instituts für Geschichte der Naturwissenschaften an der Universität München, Kurt Elfering, Menso Folkerts (der auch die Korrekturen mitgelesen hat), Brigitte Hoppe, Winfried Petri, Karin Reich und Ivo Schneider. Auch Kollegen anderer Fächer, insbesondere der orientalistischen, haben mir durch Auskünfte und Informationen geholfen. Für sehr viel Rat und Hilfe bei der chinesischen Mathematik und Geschichte danke ich Herrn Hermann Kogelschatz, für wichtige mathematisch-kritische Hinweise Herrn Günter Pickert. (Selbstverständlich bin ich für eventuelle Fehler allein verantwortlich.)

Viele Anregungen verdanke ich dem mathematikhistorischen Kolloquium in Oberwolfach, das Joseph Ehrenfried Hofmann ins Leben gerufen und in jedem Jahr bis zu seinem Tode geleitet hat. Seine eindringlichen Bemühungen um Genauigkeit mathematikhistorischer Forschung haben ihren Eindruck nicht verfehlt.

Für ausgezeichnete Arbeitsbedingungen danke ich dem Deutschen Museum in München, insbesondere dem früheren und dem jetzigen Direktor seiner Bibliothek, den Herren Friedrich Klemm und Ernst H. Berninger.

Dem Verlag danke ich für liebenswürdige und geduldige Beratung und Hilfe bei der Gestaltung des Buches, die sich bis ins einzelne erstreckte, und für die große Sorgfalt der Ausführung.

Möge das Buch dazu beitragen, die Freude an der Mathematikgeschichte zu fördern.

Freiburg, im Januar 1984

Helmuth Gericke

Hinweise für den Leser

Spitze Klammern $\langle \rangle$ bezeichnen eigene Einfügungen und Erläuterungen.
Eckige Klammern [] bezeichnen Verweisungen.

Literatur und Quellenangaben sind in Kap. 4 zusammengefaßt, und zwar in der gleichen Gliederung nach Kulturkreisen wie in den Kapiteln 1–3, d. h. die zum Abschnitt 1.1 gehörigen Angaben stehen in 4.1.1, die zum Abschnitt 1.2 gehörigen in 4.1.2 usw. Ein Beispiel: In Kap. 2 steht (S. 77): „Proklos berichtet [S. 157] ...“ Dieses Zitat ist in Kap. 4.2 unter „Proklos“ nachzuschlagen. Dort findet man (S. 249), daß Proklos’ Euklidkommentar nach der Ausgabe von Friedlein zitiert wird, und in dieser Ausgabe steht das erwähnte Zitat auf S. 157.

Zweitliteratur, die sich auf nur einen antiken Autor bezieht, ist bei diesem angegeben, sonst unter „Gesamtdarstellungen“ oder „Weitere Literatur“. Das Ziel war dabei, die zu einem Autor gehörige Literatur bei diesem zusammenzufassen und andererseits die Angaben allgemeinerer Literatur nicht durch die Angaben von Spezialarbeiten zu belasten.

Zitierte Werke von abendländischen Mathematikern sind in Abschnitt 4.4 aufgeführt. Ausführliche Angaben gehören in eine Geschichte der Mathematik des Abendlandes; hier sind nur die zum Auffinden des Zitats nötigen Angaben gemacht. Auf sie wird im Text durch [4.4] hingewiesen.

Das Kap. 4 dient zugleich als Namensindex. Hier sind in eckigen Klammern die Seiten von Kap. 1–3 angegeben, auf denen der betr. Autor erwähnt ist.

Abkürzungen

Nachschlagewerke und Gesamtdarstellungen

Sie wurden selbstverständlich immer benutzt, aber nur in Ausnahmefällen zitiert, z. B. wenn ein längeres Zitat wörtlich übernommen wurde.

Diels: Diels, H.: Fragmente der Vorsokratiker. Siehe S. 221.

DSB: Dictionary of Scientific Biography. (S. 215).

L. arab. W.: Lexikon der arabischen Welt. (S. 262).

LAW: Lexikon der Alten Welt. (S. 221).

Oxf.: The Oxford Classical Dictionary. (S. 221).

Pog.: Poggendorff's Handwörterbuch. (S. 215).

RE: Pauly-Wissowa, Realencyclopädie. (S. 221).

Sen: Bose, Sen, Subbarayappa: History of Science in India. (S. 221).

TL: Tusculum-Lexikon. (S. 221).

Textausgaben und Museumssignaturen

für babylonische Texte S. 219, für ägyptische Texte S. 220.

Zeitschriftentitel

Arch. Hist. Exact Sci.: Archive for History of Exact Sciences. New York, Heidelberg, Berlin: Springer. Seit 1960.

Bibl. Math.: Bibliotheca Mathematica. Ed. G. Eneström, Stockholm. Serie 1: 1884–1886. Serie 2: 1, 1887 – 13, 1894. Serie 3: 1, 1900 – 14, 1913/14.

Hist. Math.: Historia Mathematica. New York: Academic Press. Seit 1974.

Qu. u. St.: Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik. Berlin: Springer.

Abt. A. Quellen. Bd. 1, 1930 – Bd. 4, 1936.

Abt. B. Studien. 1, 1929 – 4, 1938.

Sonst sind Zeitschriftentitel nur soweit abgekürzt, daß der Titel deutlich erkennbar bleibt.

Sonstiges

Für „Opera omnia“ und alle ähnlichen Bezeichnungen ist stets die Abkürzung „Op.“ verwendet. Übersetzungen sind durch d. = deutsch, e. = englisch, f. = französisch bezeichnet.

Bei mehreren Werken desselben Verfassers ist jeweils vor dem Titel eine Abkürzung angegeben, die beim Zitieren benutzt wird.

Wenn Originaltexte in „Bücher“ eingeteilt sind, sind diese mit römischen Ziffern bezeichnet.

Inhaltsverzeichnis

1. <i>Vorgriechische Mathematik</i>	1
1.1 Prähistorische Mathematik	1
1.1.1 Rechensteine	1
1.1.2 Geometrie	2
1.2 Darstellung der Zahlen	9
1.2.1 Historische Bemerkungen	9
1.2.2 Zahlzeichen der Sumerer	10
1.2.3 Zahlzeichen der Ägypter	14
1.3 „Babylonische“ Mathematik	16
1.3.1 Historisches	16
1.3.2 Einige babylonische Maße	19
1.3.3 Anfänge der Mathematik	20
1.3.4 Algebra	25
1.3.5 Geometrie	33
1. Der „Satz des Pythagoras“	33
2. Flächen und Volumina	35
3. Polygone	37
1.3.6 Kompendien	39
1. Die Konstantentabelle ST III	39
2. Weitere Kompredientexte	41
1.3.7 Zusammenfassung der altbabylonischen Mathematik	42
1.3.8 Astronomie	43
1.4 Die Mathematik der Ägypter	47
1.4.1 Zeitrechnung	47
1.4.2 Aus der Geschichte	48
1.4.3 Einige ägyptische Maße	51
1.4.4 Papyrus Rhind	51
1. Arithmetik	51
2. Geometrie	55
3. Vermischte Probleme	62
1.4.5 Papyrus Moskau	62
1.4.6 Schlußbemerkung zur ägyptischen Mathematik	64
1.4.7 Ein kurzer Blick auf die Naturwissenschaften	65
1.5 Altindische Mathematik	66

2. <i>Griechische Mathematik</i>	70
2.1 Quellen	70
2.2 Die Entwicklung der deduktiven Methode	71
2.2.1 Der Anfang: Thales	72
1. Biographisches	72
2. Philosophisches und Naturwissenschaftliches	73
3. Mathematisches	75
4. Zusammenfassung	78
2.2.2 Pythagoras und die Pythagoreer	80
1. Biographisches	80
2. Harmonie von Tonintervallen	80
3. Zahlenlehre	81
4. Die Lehre vom Geraden und Ungeraden	82
5. Anfänge der Logik bei den Eleaten	86
6. Die Lehre vom Flächeninhalt	87
2.2.3 Aus der Mathematik des 5. und 4. Jahrhunderts	90
1. Zur Lage der Mathematik	90
2. Die Dreiteilung des Winkels	91
3. Die Verdoppelung des Würfels	93
4. Die Quadratur des Kreises	94
5. Inkommensurable Größen	100
2.2.4 Die logische Analyse	102
1. Sophistik	102
2. Die Definition	103
3. Wie muß eine Definition aussehen?	105
4. Der Begriff „Größe“	106
5. Gerade und Kreis	109
6. Postulate und Axiome	109
2.2.5 Zusammenfassung	111
2.3 Größenverhältnisse und Exhaustionsmethode	113
2.3.1 Zahlen- und Größenverhältnisse	113
2.3.2 Kreisflächen verhalten sich wie die Quadrate der Durchmesser	117
2.3.3 Eine Parabelquadratur des Archimedes	119
2.3.4 Archimedes' Abhandlung über die Spirale	120
1. Definition	120
2. Die Tangente	121
3. Der Flächeninhalt	124
2.3.5 Zur Berechnung der Längen von Kurven und der Oberfläche gekrümmter Flächen	126
2.4 Geometrische Konstruktionen	127
2.4.1 Geometrische Algebra. Quadratische Gleichungen	127
2.4.2 Zur Geschichte der Kegelschnittslehre	130
2.4.3 Die „Scheitelgleichungen“ der Kegelschnitte	132
2.4.4 Tangenten an die Kegelschnitte	135
2.4.5 Einige Beispiele aus der „Sammlung“ des Pappos	137

2.5	Aus Arithmetik und Algebra	141
2.5.1	Aus der Zahlentheorie	141
	1. Primzahlen	141
	2. Pythagoreische Zahlentripel	141
	3. Figurierte Zahlen	142
2.5.2	Aus der Algebra	143
2.6	Aus der Entwicklung der Naturwissenschaft	147
2.6.1	Astronomie	147
	1. Entwicklung der Vorstellungen	147
	2. Entwicklung mathematischer Modelle	150
	3. Anfänge der Trigonometrie	153
2.6.2	Struktur der Materie	158
2.6.3	Theorie der Bewegung	159
2.7	Zusammenfassung	160
2.8	Mathematik bei den Römern	164
3.	<i>Mathematik im Orient</i>	169
3.1	Altchinesische Mathematik	169
3.1.1	Alte Diagramme	169
3.1.2	Zahlzeichen	169
3.1.3	Geometrische Definitionen im Kanon der Mohisten	171
3.1.4	Ein Lehrbuch für Verwaltungsbeamte	172
3.1.5	Eine Vermessungsaufgabe	180
3.1.6	Zwei zahlentheoretische Aufgaben	181
	1. Die Aufgabe der 100 Vögel	181
	2. Das Chinesische Restproblem	182
3.2	Indische Mathematik	183
3.2.1	Historisches. Zahlenschreibweise	183
3.2.2	Āryabhaṭa	185
3.2.3	Unbestimmte Analytik	186
3.2.4	Brahmagupta	189
3.2.5	Bhāskara II	192
3.2.6	Zusammenfassung	195
3.3	Mathematik in den Ländern des Islam	196
3.3.1	Historisches	196
3.3.2	Al-Ḥwārizmī	197
3.3.3	Kubische Gleichungen	199
3.3.4	Das Parallelenpostulat	204
3.3.5	Was haben wir den arabischen (choresmischen, persischen usw.) Mathematikern zu verdanken?	214
4.	<i>Biographisch-bibliographische Notizen</i>	215
4.0	Allgemeine Literatur	215
4.0.1	Nachschlagewerke	215
	1. Naturwissenschaften	215
	2. Mathematik	215

4.0.2 Gesamtdarstellungen	216
1. Naturwissenschaften	216
2. Mathematik	216
4.1 Vorgriechische Mathematik (und Naturwissenschaft)	217
4.1.0 Allgemeine Darstellungen	217
4.1.1 Prähistorische Mathematik	217
4.1.2 Darstellung der Zahlen	218
4.1.3 Babylonische Mathematik	218
4.1.4 Mathematik der Ägypter	219
4.1.5 Altindische Mathematik	220
4.2 Griechische Mathematik	221
4.3 Mathematik im Orient	258
4.3.1 Altchinesische Mathematik	258
4.3.2 Indische Mathematik	260
4.3.3 Mathematik in den Ländern des Islam	261
4.4 Zitierte Autoren des Abendlandes	269
4.5 Zeitliche Übersichten und Kartenskizzen	273
Zeitliche Übersicht: Mesopotamien	274
Zeitliche Übersicht: Ägypten	275
Kartenskizze: Ägypten und Mesopotamien	276
Kartenskizze: Heimatorte griechischer Mathematiker	277
Zeitliche Übersicht: Griechische Naturwissenschaft und Mathematik	278
Zeitliche Übersicht: Griechische und römische Autoren	279
Kartenskizze: Indien und China	280
Zeitliche Übersicht: Chinesische Mathematik	282
Zeitliche Übersicht: Indische Mathematik	283
Kartenskizze: Heimatorte und Wirkungsstätten islamischer Mathematiker	284
Zeitliche Übersicht: Islamische Mathematiker	285
Zahlzeichen	286
<i>Stichwortverzeichnis</i>	289