

Hochschultext



Michael Klemm

Symmetrien von Ornamenten und Kristallen

Mit 89 Abbildungen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York 1982

Michael Klemm

Fachbereich Mathematik der Universität Mainz,
Saarstraße 21, 6500 Mainz

AMS Subject Classifications (1980): 10Exx, 15-XX, 20H15,
82A60

ISBN-13: 978-3-540-11644-8 e-ISBN-13: 978-3-642-68625-2
DOI: 10.1007/978-3-642-68625-2

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek.

Klemm, Michael:

Symmetrien von Momenten und Kristallen / Michael Klemm.

– Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 1982.

(Hochschultext)

ISBN-13: 978-3-540-11644-8

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere der Übersetzung, des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Die Vergütungsansprüche des § 54, Abs. 2 UrhG werden durch die „Verwertungsgesellschaft Wort“, München wahrgenommen.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1982

2144/3140-543210

VORWORT

Dieses Buch behandelt zwei miteinander verwandte Themenkreise:

- 1) Die Theorie der diskreten Bewegungsgruppen in Euklidischen Räumen beliebiger Dimension.

Diese Theorie wurde von Bieberbach und Frobenius entwickelt. Ihr Inhalt sind verschiedene Beschreibungen der sogenannten Raumgruppen, sowie der Satz, daß es bei vorgegebener Dimension des Raumes bis auf Äquivalenz nur endlich viele Raumgruppen gibt. Daneben sind Abschätzungen für die Ordnung einer endlichen Matrizen­gruppe von Interesse.

- 2) Die Aufzählung der Ornament- und Kristallgruppen, also der Raumgruppen für die Dimensionen 2 und 3.

Diese Aufzählung erfolgt hier im Gegensatz zu den geometrischen Ableitungen von Fedorow und Schoenflies mit Hilfe einer algebraischen Methode, die Burckhardt das Lösen der Frobeniusschen Kongruenzen genannt hat. Diese Methode wurde von Zassenhaus präzisiert und als Algorithmus formuliert, später dann für den Einsatz von Computern ausgearbeitet. Es sei erwähnt, daß Brown, Bülow, Neubüser, Wondratschek und Zassenhaus auf diesem Wege nicht nur die 230 Kristallgruppen nachgerechnet, sondern auch 4895 vierdimensionale Raumgruppen aufgefunden haben.

Das Buch wendet sich an Studenten und Dozenten der Mathematik, denen es als Proseminartext oder Begleitbuch zur Vorlesung dienen soll. Die Darstellung setzt Grundkenntnisse in linearer Algebra und einige Definitionen aus der Gruppentheorie voraus, Übungsaufgaben dienen der Vertiefung des Stoffs. Auf die Bedeutung der dreidimensionalen Raum-

VI

und Punktgruppen für die Kristallgeometrie und die Kristallphysik der Kontinua wird eingegangen, andere Gebiete der Kristallographie bleiben dagegen unberücksichtigt. Für den Schulunterricht habe ich eine Liste der diskreten Bewegungsgruppen der Ebene mit jeweils einer Illustration und der zugehörigen Symmetriekarte angefertigt.

Den Herren Dempwolff und Kurzweil danke ich für ihr aufmerksames und kritisches Lesen der Korrekturen und Herrn Huppert für sein hilfreiches Interesse an der Entstehung des Buches. Für die sorgfältige Niederschrift bedanke ich mich bei Frau Breitenbücher, für die Ausführung der Zeichnungen bei Frau Bambach und Frau Feyerherd.

Mainz, November 1981

Michael Klemm

INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung: Die Symmetrien von Kristallen	1
Einleitung: Die diskreten Bewegungsgruppen der Ebene	4
§ 1. Bewegungen	15
§ 2. Gitter	27
§ 3. Raumgruppen	46
§ 4.* Diskrete Untergruppen von $AU(n, \mathbb{C})$	55
§ 5.* Endliche Untergruppen von $GL(n, \mathbb{Z})$	67
§ 6. Erweiterungen von Gruppen	74
§ 7. Netze und Punktgruppen der Ebene	91
§ 8. Die 17 Ornamentgruppen	99
§ 9. Die endlichen orthogonalen Gruppen des dreidimensionalen Raumes	103
§ 10. Die 32 geometrischen Kristallklassen und ihre Bedeutung in der Kristallphysik	121
§ 11.* Die arithmetische und die geometrische Äquivalenz von Punktgruppen	142
§ 12. Die arithmetischen Kristallklassen und Gitter (Bravaisgitter) des dreidimensionalen Raumes	146
§ 13.* Die Reduktionsbedingungen für ternäre quadratische Formen	161
§ 14. Die 230 Raumgruppen	171
§ 15.* Raumgruppen, deren Punktgruppen eine Gitter- basis permutieren	200
§ 16.* Irreduzible Darstellungen von Raumgruppen	205
Literaturverzeichnis	211
Symbole	212
Personen- und Sachverzeichnis	213

Etwas schwierigere Teile sind mit * bezeichnet. Die Sätze, Definitionen usw. sind innerhalb der Paragraphen durchnummeriert, mit A 2.3 wird die 3. Aufgabe von § 2 bezeichnet.