

# Hochschultext



Stefan Rolewicz

# Funktionalanalysis und Steuerungstheorie

Übersetzt aus dem Polnischen  
von D. Pallaschke

Mit 10 Abbildungen

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York 1976

Stefan Rolewicz

Instytut Matematyczny, Polskiej Akademii Nauk,  
00-251 Warszawa, Polska

Übersetzer:

Diethard Pallaschke

Institut für Numerische und instrumentelle Mathematik,  
Westfälische Wilhelms-Universität,  
4400 Münster

Titel der polnischen Originalausgabe:

„Analiza funkcjonalna i teoria sterowania“,

Copyright by Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1974

ISBN-13: 978-3-540-08076-3 e-ISBN-13: 978-3-642-66561-5

DOI: 10.1007/978-3-642-66561-5

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Bei Vervielfältigungen für gewerbliche Zwecke ist gemäß § 54 UrhG eine Vergütung an den Verlag zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© by Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1976.

Gesamtherstellung: fotokop, Wilhelm Weichert KG, Darmstadt

# Vorwort

In den letzten Jahren haben sich die Sprache und Methoden der Funktionalanalysis als das grundlegende Werkzeug für die Optimierungstheorie und die optimale Steuerungstheorie herausgebildet. Viele Bücher über diese Gebiete benutzen ausschließlich die Sprache der Funktionalanalysis (z.B. KULIKOWSKI [1]).

In den normalen Kursen ist an der Polytechnika die Zahl der Vorlesungen über Funktionalanalysis relativ gering. Gleichzeitig gibt es aber auf dem Büchermarkt eine Reihe von Werken über Funktionalanalysis, in denen vom mathematischen Standpunkt aus die Probleme der Steuerungstheorie behandelt werden. Zu erwähnen sind hier einige recht schöne Lehrbücher, wie etwa: KULIKOWSKI [1], [2], HERMELLA SALLE [1], PORTER [1]), in denen die Autoren den Apparat der Funktionalanalysis zur Bearbeitung von Aufgaben aus der Steuerungstheorie benutzen.

Das vorliegende Buch gehört in diesen Rahmen. Es stellt den Apparat der Funktionalanalysis so dar, daß er unmittelbar auf die Steuerungstheorie, insbesondere auf Systeme mit verteilten Parametern, anwendbar ist. Alle im Buch eingeführten Begriffe werden an Hand von physikalischen und technischen Beispielen erklärt. Dies gilt insbesondere für den rein funktionalanalytischen Teil, also die ersten vier Kapitel dieses Buches.

Den Stoff der ersten vier Kapitel findet man in jedem umfassenderen Lehrbuch über Funktionalanalysis (wobei möglicherweise einige Begriffe etwas anders sind, wie etwa der der Halbnorm). Der Unterschied zu den anderen Büchern liegt in der Art der Darstellung. So wird in diesem Teil des Buches nicht so sehr nach dem "wie?" als nach dem "wozu?" gefragt. Dennoch konnte diese Ansicht nicht überall realisiert werden, da die Wichtigkeit von manchen abstrakten Ergebnissen ziemlich schwer zu erklären ist.

Im ersten Teil dieses Buches werden im Rahmen der Funktionalanalysis alle grundlegenden Begriffe aus der Topologie und Maßtheorie (oft

ohne Beweis) angegeben, so daß dieses Buch für einen Absolventen des Polytechnikums ohne jede weitere Literatur verständlich ist. Streng genommen enthält dieser Teil alle Vorbereitungen für Kapitel V, welche als der Schlüssel zu den weiteren Kapiteln dieses Buches bezeichnet werden kann. Weil der Stoff aus der Funktionalanalysis von diesem Standpunkt her ausgewählt worden ist, erklärt es sich, daß auf manche Aspekte, wie etwa die RIESZsche Theorie der kompakten Operatoren in dieser Darstellung verzichtet wurde.

In Kapitel V werden die allgemeinen linearen Systeme eingeführt und besprochen. Dabei bestand die Hauptschwierigkeit darin, die einzuführenden Begriffe einerseits so allgemein zu halten, daß man eine möglichst große Klasse von Objekten erfaßt und andererseits darauf zu achten, daß man mit diesen Begriffen noch genügend starke Sätze beweisen kann. Der in diesem Buch eingeführte Begriff des "linearen Systems" umfaßt insbesondere die Systeme mit verteilten Parametern. Für lineare Systeme und konvexe Nutzenfunktionen untersuchen wir die Minimal-Norm und Minimal-Zeit Aufgabe und geben hinreichende Bedingungen für die Existenz von Lösungen an. Weiterhin wird die allgemeine Beobachtungsaufgabe untersucht, und es werden eine Reihe wichtiger Aussagen über die optimale Beobachtbarkeit hergeleitet. Mit Beginn dieses Kapitels wollen wir unter einem "Beispiel" stets eines im mathematischen Sinne verstehen. Genauer: Von diesem Kapitel an behandeln wir in den Beispielen fast nur noch gewöhnliche oder partielle Differentialgleichungen, ohne dabei auf die technischen Systeme einzugehen, die durch solche Gleichungen beschrieben werden. Vielmehr setzen wir voraus, daß der Leser zahlreiche technische und ökonomische Systeme kennt, die man durch Differentialgleichungen beschreiben kann. Dieses Kapitel dürfte nach Ansicht des Autors wegen seiner Allgemeinheit und der komprimierten Darstellung schwierig sein. Eine weitere Schwierigkeit könnte sich auch dadurch ergeben, daß in diesem Kapitel viele neue Begriffe eingeführt werden, die dem Leser möglicherweise auch anderswoher nicht bekannt sind. Weiterhin werden in diesem Kapitel eine Reihe neuer Ergebnisse aus der Funktionalanalysis bewiesen.

Kapitel VI enthält die Anwendungen der im Kapitel V entwickelten Theorie auf endlich-dimensionale Systeme. Neben einigen Vereinfachungen der Beweise von bekannten Sätzen, enthält dieses Kapitel noch eine Reihe neuer Ergebnisse aus der Theorie der optimalen Beobachtung.

In Kapitel VII werden die ein-dimensionalen Systeme mit verteilten Parametern behandelt. Über dieses Gebiet existieren zwei grundlegende Bücher: BUTKOWSKI [1] behandelt die ein-dimensionalen Systeme vom Standpunkt des Ingenieurs und bei LIONS [1] findet man eine mathematische Behandlung der n-dimensionalen Systeme mit verteilten Parametern.

Das Buch von LIONS ist äußerst allgemein und präzise. Es benutzt allerdings die stark entwickelte Theorie der partiellen Differentialgleichungen, so daß es für den nicht spezialisierten Leser etwas schwierig ist.

In Kapitel VII werden die Ergebnisse von BUTKOWSKI [1] mit Hilfe der FOURIER-Methode verallgemeinert und präzise dargestellt. Nach Ansicht des Autors sind in diesem Kapitel die Paragraphen 7 und 8 von besonderem Interesse. Hier werden nämlich die Ergebnisse von DOLECKI [1] aus dem Gebiet der Beobachtungstheorie dargestellt.

Das Ende eines Beweises wird durch das Zeichen "■" angedeutet.

Ich danke Herrn Doc. Dr. Kazimier MOLANOWSKIE für die gründliche Durchsicht des Manuskriptes und für eine Reihe von Hinweisen, die zur Vervollständigung des Textes führten.

# Vorwort zur deutschen Auflage

Dem Übersetzer dieses Buches, Herrn Prof. Dr. D. PALLASCHKE, möchte ich für seine sorgfältige Arbeit und für viele wertvolle Korrekturhinweise und Verbesserungsvorschläge danken.

Mein Dank gilt auch den Herren Professoren W. KRABS, E. MEISTER, W. WENDLAND und H. WERNER, die sich um die Herausgabe der deutschen Auflage meines Buches bemüht haben.

Die deutsche Auflage geht in folgenden Punkten über die polnische hinaus:

- 1) Störungstheorie für lineare Systeme und Bildstetigkeit (in Kapitel V, § 1)
- 2) Steuerbarkeit von zeitabhängigen Kontrollsystemen im Zusammenhang mit Sätzen über die Existenz einer universellen Zeit (in Kapitel V, § 4)

Warschau, Juni 1976

Stefan Rolewicz

# Inhaltsverzeichnis

<u>Kapitel I</u>	Metrische Räume	
§ 1	Definition und Beispiele für metrische Räume	1
§ 2	Konvergenz und verwandte Begriffe	10
§ 3	Stetige Abbildungen	14
§ 4	Halbmetrische Räume	17
§ 5	Vollständige metrische Räume	19
§ 6	Das Prinzip der kontrahierenden Abbildung	25
§ 7	Mengen erster und zweiter Kategorie	28
§ 8	Räume von absolut- und quadratintegrierbaren Funktionen	31
§ 9	Grundbegriffe der Maß- und Integrationstheorie	34
§10	Separable Räume	48
§11	Kompakte und folgenkompakte Räume	52
<u>Kapitel II</u>	Metrische lineare und normierte Räume	
§ 1	Grundbegriffe der linearen Räume	60
§ 2	Metrische lineare und normierte Räume	67
§ 3	Lineare Funktionale	85
§ 4	Endlich-dimensionale Räume	93
§ 5	Die Fortsetzung von Funktionalen	99
§ 6	Die allgemeine Form der stetigen linearen Funktionale in speziellen Räumen	110
<u>Kapitel III</u>	Stetige lineare Operatoren in BANACH-Räumen	
§ 1	Der Satz von BANACH-STEINHAUS	122
§ 2	Der Satz von BANACH über die Stetigkeit des inversen Operators	125
§ 3	Abgeschlossene Operatoren	129
§ 4	Konjugierte Operatoren	131



<u>Kapitel IV</u>	Die schwache Topologie	
§ 1	Weshalb braucht man Topologien? Die topologischen Grundbegriffe	133
§ 2	Kompakte und folgenkompakte Räume	139
§ 3	Topologische lineare Räume	143
§ 4	Die schwache Topologie	146
§ 5	Reflexive Räume und schwache Kompaktheit	154
§ 6	Extremalpunkte	157
<u>Kapitel V</u>	Optimierung und Beobachtung bei linearen Systemen	
§ 1	Lineare Systeme	162
§ 2	Die Optimierung linearer Systeme mit festem Ausgabeoperator	176
§ 3	Hinreichende Bedingungen für die Existenz von optimalen Eingaben	199
§ 4	Die Minimal-Zeit Aufgabe	209
§ 5	Die Reduktion der Minimal-Zeit auf die Minimal-Norm Aufgabe	232
§ 6	Die Beobachtbarkeit in linearen Systemen	237
§ 7	Die Minimal-Zeit Aufgabe in der Beobachtungstheorie	255
<u>Kapitel VI</u>	Lineare Systeme, die durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden	
§ 1	Die Minimierung von konvexen Funktionalen für Systeme, die durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden	262
§ 2	Die Steuerung von endlich-dimensionalen Systemen	266
§ 3	Die Minimal-Norm-Aufgabe für Supremumsnormen	269
§ 4	Kriterien für die Eindeutigkeit der optimalen Steuerung	275
§ 5	Das Bang-Bang-Prinzip	280

§ 6	Meßbare Mengenfamilien	291
§ 7	Die Beobachtung bei Systemen, welche durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrie- ben werden	303
§ 8	Die optimale Beobachtung bei stationären Systemen	320
<u>Kapitel VII</u>	Systeme mit verteilten Parametern	
§ 1	Basen in BANACH-Räumen	326
§ 2	Eigenwerte und Eigenvektoren	338
§ 3	Die Temperaturverteilung eines Stabes bei homogenen Randbedingungen	343
§ 4	Die inhomogene Wärmeleitungsgleichung mit homogenen Randbedingungen	362
§ 5	Die homogene Wärmeleitungsgleichung mit in- homogenen Randbedingungen	370
§ 6	Die Steuerung der Erwärmung eines Stabes	381
§ 7	Die Beobachtbarkeit der Temperaturver- teilung in einem Stab	391
§ 8	Einige andere Probleme, die mit der Erwärmung eines Stabes verwandt sind	404
§ 9	Die Steuerung des schwingenden Stabes	415
	Literaturverzeichnis	433
	Stichwortverzeichnis	438