



# K. Reidemeister Knotentheorie

Reprint

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York 1974

**AMS-Subject Classifications (1970) 55-02, 55A25**

**ISBN-13:978-3-540-06297-4      e-ISBN-13:978-3-642-65616-3**

**DOI: 10.1007/978-3-642-65616-3**

**Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf fotomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwendung, vorbehalten.**

**Bei Vervielfältigungen für gewerbliche Zwecke ist gemäß § 54 UrhG eine Vergütung an den Verlag zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.**

**©Copyright 1932 by Julius Springer in Berlin  
Library of Congress Catalog Card Number 73-10716**

ERGEBNISSE DER MATHEMATIK  
UND IHRER GRENZGEBIETE

HERAUSGEGEBEN VON DER SCHRIFTFLEITUNG

DES

„ZENTRALBLATT FÜR MATHEMATIK“

ERSTER BAND

---

1

---

KNOTENTHEORIE

VON

K. REIDEMEISTER

MIT 114 FIGUREN



BERLIN  
VERLAG VON JULIUS SPRINGER  
1932

## Vorwort des Herausgebers.

Der Berichterstattung über wissenschaftliche Literatur fallen zwei verschieden geartete Aufgaben zu: einesteils hat sie mit möglicher Vollständigkeit und Raschheit über die jeweils erscheinende Zeitschriftenliteratur zu orientieren, andererseits muß versucht werden, auch von Zeit zu Zeit ein Fazit aus dem nun wirklich Erreichten zu ziehen. Während in allen Wissenschaften seit langem klar ist, wie die erste Aufgabe im Prinzip zu bewältigen ist, sind die prinzipiell verschiedensten Versuche gemacht worden, auch das zweite Problem zu lösen.

Nach einer nun etwa 30jährigen Erfahrung steht wohl fest, daß die Form einer den gesamten Bereich der Mathematik und ihrer Nachbargebiete umfassenden Enzyklopädie noch nicht das ist, was alle Wünsche befriedigt. Weit davon entfernt, zu glauben, daß das hier beginnende Unternehmen allen Anforderungen gerecht werden könnte, die man an eine zusammenfassende Berichterstattung stellen kann, so soll hier doch der Versuch gemacht werden, mit einer grundsätzlich anderen Methode vorzugehen.

Die „*Ergebnisse der Mathematik*“ sollen nämlich so elastisch als möglich der Entwicklung unserer Wissenschaft zu folgen vermögen. Ihr Ziel ist, in einzelnen selbständigen Berichten in Problemstellung, Literatur und hauptsächlich Entwicklungsrichtung spezieller moderner Gebiete einzuführen. Sie wollen damit auch der tatsächlichen Lage der Dinge Rechnung tragen, indem sie jedem Forscher Gelegenheit geben wollen, sich die Berichte zu beschaffen, die sein Arbeitsgebiet direkt betreffen, ohne ihn zu zwingen, sich gleichzeitig mit einem dem Einzelnen praktisch unerschwinglichen Apparat eines umfangreichen Handbuchs der Gesamtwissenschaft zu belasten.

Es werden demgemäß von nun an eine Reihe von Berichten aus allen in Entwicklung begriffenen Gebieten der Mathematik und ihrer nächsten Anwendungen erscheinen, die auf einem Umfang von durchschnittlich je 6 bis 7 Bogen über die Entwicklung der letzten Dezennien referieren sollen. Je nach dem Tempo des Fortschrittes werden dann in späterer Zeit laufend Fortsetzungen erscheinen. Bei der ganzen Lage der Dinge ist es selbstverständlich, daß keine streng formale Einheitlichkeit dieser Berichte erstrebt werden kann: je nach dem Stand der bereits vorliegenden Literatur wird mehr oder weniger als bekannt voraussetzen sein, wird demnach mehr der Typus eines reinen Literatur-

berichtet oder einer stärker lehrbuchartigen Darstellung gewählt werden müssen. Der Gesamtplan der „Ergebnisse“ ist allerdings so angelegt, daß in absehbarer Zeit Berichte über fast alle modernen Gebiete wenigstens der reinen Mathematik vorliegen werden, so daß im ganzen doch eine möglichst umfassende Übersicht über die neuere Entwicklung der Mathematik erreicht werden kann. In der Zusammenfassung von je 5 Berichten zu einem Band wird aber auf eine sachliche Gruppierung verzichtet — zeigt doch die Erfahrung, daß alle derartigen Systematisierungsversuche eher eine Belastung als eine Erleichterung für den Nachsuchenden darstellen.

Für die Literaturangaben werden die seit kurzem international anerkannten Regeln zur Anwendung gelangen.

**Die Schriftleitung des  
Zentralblattes für Mathematik  
und ihre Grenzgebiete.**

# Inhaltsverzeichnis.

Einleitung . . . . .	Seite 1
----------------------	------------

## Erstes Kapitel.

### **Knoten und ihre Projektionen . . . . . 4**

§ 1. Definition des Knotens . . . . .	4
§ 2. Reguläre Projektionen . . . . .	5
§ 3. Die Operationen $\Omega$ . 1, 2, 3 . . . . .	7
§ 4. Die Gebietseinteilung der Projektionsebene . . . . .	9
§ 5. Normale Knotenprojektionen . . . . .	10
§ 6. Zöpfe . . . . .	11
§ 7. Knoten und Zöpfe . . . . .	13
§ 8. Parallelknoten, Schlauchknoten . . . . .	15

## Zweites Kapitel.

### **Knoten und Matrizen . . . . . 16**

§ 1. Elementare Invarianten . . . . .	16
§ 2. Die Matrizen $(c_{\alpha\beta}^h)$ . . . . .	18
§ 3. Die Matrix $(a_{i\kappa})$ . . . . .	20
§ 4. Die Determinante des Knotens . . . . .	21
§ 5. Die Invarianz der Torsionszahlen . . . . .	22
§ 6. Torsionszahlen spezieller Knoten . . . . .	24
§ 7. Die quadratische Form eines Knotens . . . . .	25
§ 8. MINKOWSKIS Einheiten . . . . .	28
§ 9. MINKOWSKIS Einheiten für spezielle Knoten . . . . .	30
§ 10. Eine Determinantenabschätzung . . . . .	32
§ 11. Klassifizierung der alternierenden Knoten . . . . .	33
§ 12. Fastalternierende Knoten . . . . .	34
§ 13. Fastalternierende Kreisprojektionen . . . . .	36
§ 14. Das $L$ -Polynom des Knotens . . . . .	37
§ 15. $L$ -Polynome spezieller Knoten . . . . .	40

## Drittes Kapitel.

### **Knoten und Gruppen . . . . . 41**

§ 1. Äquivalenz von Zöpfen . . . . .	41
§ 2. Die Zopfgruppen . . . . .	42
§ 3. Definition der Gruppe des Knotens . . . . .	44
§ 4. Invarianz der Knotengruppe . . . . .	46
§ 5. Gruppe des inversen und des gespiegelten Knotens . . . . .	48

	Seite
§ 6. Die Matrix $(l_{ik}(x))$ und die Gruppe . . . . .	49
§ 7. Die Gruppe und die Matrizen $(e_{\alpha\beta}^k)$ . . . . .	50
§ 8. Die Wegegruppe des Knotens . . . . .	51
§ 9. Struktur der Wegegruppe . . . . .	52
§ 10. Überlagerungen des Knotenaußenraumes . . . . .	55
§ 11. Die Gruppe von Parallelknoten . . . . .	57
§ 12. Die Gruppe der Torusknoten . . . . .	61
§ 13. Das $L$ -Polynom von Parallelknoten . . . . .	63
§ 14. Einige spezielle Knotengruppen . . . . .	64
§ 15. Eine spezielle Überlagerung . . . . .	66
 Knotentabelle . . . . .	 70
Literaturverzeichnis . . . . .	73