Geiger • Kanzow

Theorie und Numerik restringierter Optimierungsaufgaben

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Carl Geiger • Christian Kanzow

Theorie und Numerik restringierter Optimierungsaufgaben

Springer

Professor Dr. Carl Geiger
Universität Hamburg
Fachbereich Mathematik
Bundesstraße 55
20146 Hamburg, Deutschland
e-mail: geiger@math.uni-hamburg.de

Professor Dr. Christian Kanzow
Universität Würzburg
Institut für Angewandte Mathematik und Statistik
Am Hubland
97074 Würzburg, Deutschland
e-mail: kanzow@mathematik.uni-wuerzburg.de

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Geiger, Carl:
Theorie und Numerik restringierter Optimierungsaufgaben / Carl Geiger; Christian Kanzow. - Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hongkong; London; Mailand; Paris; Tokio: Springer, 2002

ISBN 978-3-540-42790-2 ISBN 978-3-642-56004-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-56004-0

Mathematics Subject Classification (2000): 65Kxx, 49Mxx, 90Cxx

ISBN 978-3-540-42790-2

Einbandgestaltung: *design&production, Heidelberg*
Satz: Datenerstellung durch die Autoren unter Verwendung eines Springer LaTeX-Makropakets
Gedruckt auf säurefreiem Papier SPIN 10856089 46/3142ck-5 4 3 2 1 0

Vorwort

Das vorliegende Buch ist entstanden aus verschiedenen Vorlesungen, welche die Autoren an den Universitäten Hamburg und Trier gehalten haben. Es beschäftigt sich mit den numerischen Verfahren und den zugehörigen theoretischen Grundlagen zur Lösung von restringierten Optimierungsaufgaben. Die unrestringierte Minimierung ist nicht Bestandteil dieses Buches, da sich die Autoren in dem Buch [66] bereits ausführlich mit dieser Materie beschäftigt haben. Wir werden daher an verschiedenen Stellen auf [66] verweisen. Allerdings lässt sich das vorliegende Buch auch weitgehend unabhängig von [66] lesen.

An Vorkenntnissen benötigt das Buch nur die üblichen Grundlagen aus der mehrdimensionalen Differentialrechnung sowie der linearen Algebra. Wir haben darauf verzichtet, diese in eigenen Anhängen zusammenzustellen, da dies bereits in [66] geschehen ist. Aufgrund der nur relativ geringen Vorkenntisse, die zum Verständnis des Buches nötig sind, sollte das Buch für einen relativ großen Interessentenkreis gut lesbar sein. Es wendet sich daher nicht nur an Mathematiker, Wirtschafts– oder Technomathematiker, sondern auch an Natur–, Ingenieur– und Wirtschaftswissenschaftler, die im Laufe ihres Studiums oder in ihrer beruflichen Praxis mit Problemen der Optimierung konfrontiert werden.

Bei der Auswahl des Stoffes für das vorliegende Buch haben wir uns natürlich beschränken müssen. Einige Themen werden etwas kürzer besprochen als andere, insgesamt werden jedoch recht viele Gebiete behandelt, um dem Leser einen möglichst guten Überblick über die verschiedenen Ideen der Optimierung zu geben. Dabei wurden auch diverse aktuelle Gebiete mit einbezogen. Zusammen mit dem Buch [66] sollte dem Leser hiermit das zur Zeit wohl umfassendste einführende Werk in das Gebiet der stetigen Optimierung vorliegen.

Wir beschreiben im Folgenden einige Besonderheiten dieses Buches, wobei wir uns damit natürlich mehr an den erfahrenen Dozenten wenden als an den Studierenden, der sich mit der Materie ja erst auseinandersetzen muss.

Das Buch ist in sieben größere Kapitel gegliedert, wobei die ersten fünf insbesondere den üblichen Stoff von Kursvorlesungen zur (restringierten) Optimierung abdecken, während die beiden letzten Kapitel weniger Standard sind und sich eher für Spezialvorlesungen bzw. Seminare eignen.

Nach einer Einführung in die Problemstellung im Kapitel 1 werden im Kapitel 2 die notwendigen und hinreichenden Optimalitätsbedingungen der restringierten Optimierung hergeleitet. Dabei stehen insbesondere die KKT–Bedingungen im Mittelpunkt des Interesses, für die wir unter verschiedenen Regularitätsbedingungen zeigen, dass es sich tatsächlich um notwendige Optimalitätskriterien handelt. Ihre Herleitung erfolgt mittels des üblichen Tangentialkegels, da sich dieser Zugang anschaulich relativ gut darstellen lässt. Neben den KKT–Bedingungen enthält das Kapitel 2 allerdings auch noch die sonst eher selten besprochenen Fritz John–Bedingungen, da diese im Kapitel 5 bei der Behandlung der Verfahren der zulässigen Richtungen benötigt werden.

Das Kapitel 3 ist dann den linearen Programmen gewidmet, wobei der Schwerpunkt hier auf dem Simplex–Verfahren liegt. Neben der Darstellung der Dualitäts– und Optimalitätstheorie werden im Wesentlichen nur diejenigen theoretischen Grundlagen zur Verfügung gestellt, die dann auch tatsächlich zur Beschreibung und Umsetzung des Simplex–Verfahrens benötigt werden. Dabei haben wir bewusst auf die Tableau–Schreibweise verzichtet, die bei der Lösung von sehr kleinen Problemen per Hand zum Teil recht populär ist, jedoch bei der Lösung von anwendungsrelevanten linearen Programmen keine Rolle spielt. Gewissermaßen als Zusatz enthält das Kapitel 3 noch einen (auf dem starken Dualitätssatz für lineare Programme basierenden) Beweis der Fehlerschranke von Hoffman, die bei der Betrachtung der exakten Penalty–Funktionen im Kapitel 5 verwendet wird.

Die heute sehr beliebten Inneren–Punkte–Methoden sind der Inhalt des Kapitels 4. Sie werden dort ausführlich hergeleitet und anhand zweier spezieller Verfahren zur Lösung von linearen Programmen analysiert. Zusätzlich enthält das Kapitel 4 noch zwei weitere Abschnitte, die zwei sehr aktuelle Gebiete behandeln: Zum einen geht es um die sogenannten Glättungsverfahren zur Lösung von linearen Programmen, die in einem engen Zusammenhang zu den Inneren–Punkte–Verfahren stehen, und zum anderen werden die wichtigsten Ideen besprochen, die bei der Übertragung der Inneren–Punkte–Methoden zur Lösung von semi–definiten Problemen entstehen.

Das Kapitel 5 setzt sich dann mit der nichtlinearen Optimierung auseinander, und zwar im Hinblick auf konstruktive Zugänge. Hier werden eine ganze Reihe von verschiedenen Verfahren besprochen, die auch ganz unterschiedlichen Ideen folgen. Im Zentrum des Kapitels 5 stehen jedoch die SQP–Verfahren, da sie die wohl wichtigste Klasse von Verfahren zur Lösung von allgemeinen nichtlinearen Optimierungsaufgaben bilden. Da die exakten Penalty–Funktionen bei der Globalisierung der SQP–Verfahren eine gewisse Rolle spielen, gehen wir auch relativ ausführlich auf diese Penalty–Funktionen ein und geben insbesondere einige verhältnismäßig einfache Beweise zum Nachweis der Exaktheit dieser Penalty–Funktionen an.

Im Kapitel 6 besprechen wir neben einer Einführung in die Lagrange–Dualität der nichtlinearen Optimierung die wichtigsten Verfahren zur Lösung von nichtdifferenzierbaren Optimierungsproblemen. Um den Aufwand bezüglich des theoretischen Hintergrundes in Grenzen zu halten, beschränken wir uns hierbei allerdings auf die Behandlung von konvexen Problemen. Da die Bundle–Verfahren die heute wohl wichtigsten Methoden zur Lösung von allgemeinen nichtglatten Optimierungsaufgaben sind, gehen wir im Kapitel 6 auch ausführlich auf diese Klasse von Verfahren ein.

Das abschließende Kapitel 7 beschäftigt sich mit den sogenannten Variationsungleichungen. Dabei handelt es sich im Prinzip zwar um keine Optimierungsprobleme, jedoch gibt es eine Reihe von wichtigen Zusammenhängen zwischen den Variationsungleichungen und gewissen Optimierungsaufgaben. Insbesondere können die hier entwickelten Verfahren zur Lösung von Variationsungleichungen zum Teil auch zur Lösung von Minimierungsproblemen verwendet werden. Die meisten der hier angegebenen Methoden findet man nur in (überwiegend neueren) Originalarbeiten, die hier erstmals in Form eines Lehrbuches dargestellt werden.

Weiterhin enthält dieses Buch zahlreiche Aufgaben, etwa 140 an der Zahl. Diese Aufgaben sind von sehr unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad. Einige Aufgaben dienen lediglich dazu, den Leser zu ermuntern, gewisse im Text durchgeführte Umformungen selbst nachzuvollziehen. Andere Aufgaben, auch solche, zu denen keine Hinweise gegeben werden, bringen Ergänzungen zum zuvor dargestellten Material und erscheinen zum Teil zunächst wesentlich schwerer. Wir glauben aber, dass der aufmerksame Leser mit etwas Nachdenken in der Lage sein sollte, diese Aufgaben zu lösen, sofern zuvor das betreffende Kapitel, in dem sich diese Aufgabe befindet, im Detail durchgearbeitet worden ist.

Damit beenden wir unseren kurzen Exkurs über die inhaltlichen Besonderheiten des vorliegenden Buches. Bedanken möchten wir uns an dieser Stelle bei unserem Kollegen Hans Joachim Oberle und bei einer Reihe von (ehemaligen) Studierenden (namentlich seien hier Michael Flegel, Christian Nagel, Heiko Pieper, Jan Fedor Sacksen und Martin Zupke genannt), deren Verbesserungsvorschläge an zahlreichen Stellen des Buches Verwendung fanden.

Nicht eingegangen wird im Rahmen dieses Buches auf das Thema Optimierungs–Software. Der hieran interessierte Leser sei auf das Buch [130] von Moré und Wright verwiesen sowie auf die beiden Internetseiten

`http://www-neos.mcs.anl.gov`

`http://www.plato.la.asu.edu/guide.html`.

Die erstgenannte Internet–Seite ist der sogenannte NEOS–Server am Argonne National Laboratory, während die zweite Internet–Adresse von Hans D. Mittelmann und Peter Spellucci stets auf dem aktuellen Stand gehalten wird.

Wir wünschen dem Leser abschließend viel Spaß bei der Lektüre und würden uns sowohl über positive als auch konstruktiv–kritische Kommentare sehr freuen.

Carl Geiger und Christian Kanzow Hamburg und Würzburg, Okt. 2001

Inhaltsverzeichnis