

Erfolgreich Starten ins Ingenieurstudium

Stefan Ritter · Ursula Voß

Erfolgreich Starten ins Ingenieurstudium

Grundlagen der Mathematik
anwendungsorientiert erklärt

 Springer Vieweg

Stefan Ritter
Karlsruhe, Deutschland

Ursula Voß
Stuttgart, Deutschland

ISBN 978-3-642-54940-3
DOI 10.1007/978-3-642-54941-0

ISBN 978-3-642-54941-0 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg
© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Planung und Lektorat: Andreas Rüdinger, Martina Mechler
Redaktion: Birgit Jarosch

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Vieweg ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-vieweg.de

Vorwort

Mathematik ist ein eigenständiges Fach und gleichzeitig ein wichtiges Werkzeug in vielen Anwendungsfächern. Ein zentraler Inhalt des eigenständigen Faches Mathematik besteht darin, von konkreten Anwendungen zu abstrahieren, Gemeinsamkeiten verschiedener Anwendungen herauszuarbeiten und darauf aufbauend eigene Objekte und Theorien zu bilden. Als Werkzeug spielt die Mathematik in allen technischen Fächern (und nicht nur dort) eine große Rolle: In Herleitungen und zur Lösung konkreter Fragestellungen werden mathematische Techniken aus unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik verwendet.

Im Studium wird von Ihnen verlangt, dass Sie nicht nur grundlegende mathematische Begriffe und Methoden kennen, sondern auch, dass Sie Regeln und Verfahren in teilweise recht komplexen Zusammenhängen sicher anwenden können. Wer diese Techniken nicht kennt, hat oft Schwierigkeiten, den eigentlichen Inhalt des Faches zu verstehen.

Unsere Erfahrung zeigt, dass schon zu Beginn eines technischen Studiums in den Anwendungsfächern viele Techniken verwendet werden, die in der Schule nicht oder nicht so behandelt wurden, dass sie wirklich vertraut sind. Auch die Mathematikvorlesungen der einzelnen Studiengänge können nicht alle Techniken so schnell zur Verfügung stellen, wie sie manchmal gebraucht werden.

Dieses Buch soll Ihnen helfen, die nötigen mathematischen Werkzeuge für Ihre Anwendungsvorlesungen zu Beginn des Studiums schnell und effizient zu wiederholen oder zu erarbeiten und dabei den Bezug zu Ihren Anwendungen zu sehen.

Dieses Buch weist eine Reihe von Strukturelementen auf, die Sie beim Lesen und Erarbeiten des Stoffes unterstützen sollen:

- in den Kästen werden wichtige Sachverhalte (in der Sprache der Mathematik: Definitionen und Sätze) und häufig verwendete Verfahren in einprägsamer Form dargestellt.
- ausführlich durchgerechnete Beispiele unterschiedlicher Schwierigkeitsgrade verdeutlichen den vorgestellten Stoff. Dabei legen wir besonderen Wert auf Anwendungsbeispiele, die in grau hinterlegten Kästen dargestellt sind.

- jedes Kapitel enthält zusätzliche Aufgaben mit Kurzlösungen im Anhang. Die ausführlichen Lösungen erhalten Sie über die Produktwebsite des Buchs <http://www.springer.com/978-3-642-54940-3> bzw. über die Website des Verlags www.springer.com.

Die formale Darstellung haben wir insgesamt so einfach wie möglich gehalten und so oft wie möglich verbalen Erklärungen den Vorzug vor strengeren formalen Darstellungen gegeben.

Wir haben dieses Buch nach den mathematischen Inhalten strukturiert und ergänzen jedes Thema mit typischen Anwendungen aus den ersten Semestern. Die mathematischen Inhalte und Techniken sind jedoch nicht vollständig. Vielmehr konzentrieren wir uns auf diejenigen, die häufig gebraucht werden, und verzichten bewusst auf die Darstellung der übergeordneten mathematischen Konzepte. Für letzteres verweisen wir auf die Vielzahl von Büchern und Texten zur Höheren Mathematik für Ingenieure.

Dieses Buch wäre nicht möglich gewesen ohne die fruchtbaren Diskussionen mit vielen Kolleginnen und Kollegen. Wir bedanken uns bei Frau Dr. rer. nat. Isabel Braun, Frau Dipl.-Ing. Cosima Klischat und bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Marc Ihle, Prof. Rolf-Jürgen Knappmann, Prof. Dr.-Ing. Hans Sapotta, Prof. Dr.-Ing. Manfred Strohmann und Prof. Dr.-Ing. Jürgen Trost, für die wertvollen Anregungen aus der Vorlesungspraxis. Ebenso bedanken wir uns bei der Arbeitsgruppe cosh, dem Cooperationsteam Schule-Hochschule, insbesondere bei Prof. Dr. rer. nat. Klaus Dürrschnabel. Die Diskussionen dieser Arbeitsgruppe haben uns geholfen, die Ursachen von manchen der auftretenden Probleme besser zu verstehen.

Karlsruhe, Stuttgart, im Juni 2014

Stefan Ritter
Ursula Voß

Inhaltsverzeichnis

1	Zahlen und Rechenregeln	1
1.1	Zahlen	1
1.2	Rechenregeln	5
1.3	Aufgaben	19
2	Funktionen	21
2.1	Grundlegende Begriffe und Eigenschaften	21
2.2	Polynome und rationale Funktionen	34
2.3	Potenz- und Wurzelfunktionen	48
2.4	Exponential- und Logarithmusfunktionen	49
2.5	Trigonometrische Funktionen	58
2.6	Hyperbelfunktionen	69
2.7	Betragsfunktion	70
2.8	Ausblick: Funktionen mit mehreren Veränderlichen	72
2.9	Aufgaben	76
3	Gleichungen	79
3.1	Algebraische Gleichungen	80
3.2	Gebrochenrationale Gleichungen	86
3.3	Wurzelgleichungen	89
3.4	Exponential- und Logarithmusgleichungen	90
3.5	Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen	95
3.6	Aufgaben	98
4	Differenzieren von Funktionen	101
4.1	Grenzwerte von Folgen und Funktionen	102
4.2	Stetigkeit einer Funktion	108
4.3	Differenzierbarkeit und Ableitung einer Funktion	110
4.4	Differenzierungsregeln	118
4.5	Eigenschaften und Anwendungen differenzierbarer Funktionen	123
4.6	Aufgaben	144

5	Integrieren von Funktionen	147
5.1	Das unbestimmte Integral	147
5.2	Das bestimmte Integral	152
5.3	Integrationstechniken	157
5.4	Uneigentliche Integrale	169
5.5	Aufgaben	172
6	Vektoren und Vektorrechnung	175
6.1	Vektoren und Skalare: Grundbegriffe	175
6.2	Kartesische Vektoren	180
6.3	Skalarprodukt	183
6.4	Vektorprodukt	189
6.5	Aufgaben	195
7	Lineare Gleichungssysteme und Matrizen	197
7.1	Einleitende Beispiele	197
7.2	Lineare Gleichungssysteme mit zwei und drei Unbekannten	200
7.3	Matrizen	205
7.4	Determinanten und die Cramer'sche Regel	212
7.5	Die inverse Matrix	215
7.6	Aufgaben	218
8	Komplexe Zahlen	221
8.1	Grundbegriffe und die kartesische Form	222
8.2	Rechnen in kartesischer Darstellung	225
8.3	Die Polarform komplexer Zahlen	233
8.4	Die Exponentialform komplexer Zahlen	239
8.5	Schwingungen, Zeiger und komplexe Zahlen	241
8.6	Weitere Anwendungen komplexer Zahlen in der Elektrotechnik	246
8.7	Aufgaben	248
9	Differenzialgleichungen	251
9.1	Was ist eine Differenzialgleichung?	251
9.2	Differenzialgleichungen 1. Ordnung, Trennung der Variablen	257
9.3	Lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung	259
9.4	Lineare Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	266
9.5	Aufgaben	283
	Kurzlösungen	285
	Literatur	293
	Sachverzeichnis	295