

---

# Theoretische Physik

---

Matthias Bartelmann · Björn Feuerbacher ·  
Timm Krüger · Dieter Lüst · Anton Rebhan ·  
Andreas Wipf

# Theoretische Physik

Mit mathematischen Beiträgen von Florian Modler und  
Martin Kreh

Matthias Bartelmann  
Institut für Theoretische Astrophysik  
Universität Heidelberg  
Heidelberg, Deutschland

Björn Feuerbacher  
Heidenheim, Deutschland

Timm Krüger  
School of Engineering  
University of Edinburgh  
Edinburgh, Großbritannien

Dieter Lüst  
Department für Physik  
Ludwig-Maximilians Universität München  
München, Deutschland

Anton Rebhan  
Institut für Theoretische Physik  
Technische Universität Wien  
Wien, Österreich

Andreas Wipf  
Theoretisch-Physikalisches-Institut  
Friedrich-Schiller-Universität Jena  
Jena, Deutschland

ISBN 978-3-642-54617-4  
DOI 10.1007/978-3-642-54618-1

ISBN 978-3-642-54618-1 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

*Planung und Lektorat:* Dr. Vera Spillner, Bianca Alton

*Redaktion:* Regine Zimmerschied

*Zeichnungen:* Dr. Kristin Riebe

*Einbandentwurf:* deblik Berlin, nach einem Entwurf von Kristin Riebe

*Einbandabbildung:* von [longstreet.typepad.com](http://longstreet.typepad.com)

*Projektkoordination:* Detlef Mädje

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media  
[www.springer-spektrum.de](http://www.springer-spektrum.de)

---

## Vorwort und einleitende Bemerkungen

Dieses Buch unternimmt den Versuch, die Grundlagen der theoretischen Physik in einem Band darzustellen, wie sie in den Bachelor- und Masterstudiengängen an Universitäten in Deutschland, Österreich und der Schweiz gelehrt werden. In vier großen Teilen führt es ein in die klassische Mechanik, die Elektrodynamik, die Quantenmechanik sowie in die Thermodynamik und die statistische Physik. Dabei stehen diese Teile nicht nebeneinander, sondern sind durch zahlreiche Querverweise aufeinander bezogen, sodass die inneren Verstreungen zwischen den Säulen der theoretischen Physik sichtbar werden. Erheblich erleichtert durch die weitestgehend einheitliche Notation wird so ein zusammenhängender Überblick über die Grundlagen der theoretischen Physik vermittelt.

Zahlreiche Beispiele, fast 700 Verständnisfragen, Vertiefungen, mathematische Ergänzungen und weiterführende Überlegungen reichern den Text an und sind grafisch ansprechend abgesetzt. Über 500 genau auf den Text abgestimmte Abbildungen verdeutlichen die Darstellung. Mehr als 300 Übungsaufgaben mit kommentierten Lösungen bieten sich für ein intensives Selbststudium an.

### Über die theoretische Physik im Allgemeinen und dieses Lehrbuch

Physik ist eine Erfahrungswissenschaft, die Vorgänge in der (meist unbelebten) Natur zu quantifizieren und auf Gesetzmäßigkeiten zurückzuführen sucht. Theoretische Physik strebt nach der Einheit hinter der Vielfalt, nach möglichst fundamentalen Gesetzen, die den zahlreichen Erfahrungsstatsachen zugrunde liegen.

Die moderne Physik hat sich dennoch zu einer fast unüberschaubaren Wissenschaft entwickelt. Wie in praktisch jedem Wissenschaftszweig überblickt ein einzelner Physiker nur noch einen beschränkten Teil des Wissensgebiets in einem Maße, wie es der Stand der Forschung gebieten würde, und dies trifft auch auf die theoretische Physik zu.

Mit diesem Buch möchten wir eine breite Grundlage für das Studium der theoretischen Physik schaffen, die für die meisten einführenden und weiterführenden Vorlesungen ausreichend ist. Es umfasst mehr, als in einer viersemestrigen Vorlesungsreihe zur theoretischen Physik behandelt werden kann. Durch eine Gliederung in Haupttext, farbige Merkkästen, vertiefende Kästen und Kästen zum mathematischen Hintergrund, eingestreute Selbsttests in kurzen Abständen, abgesetzte Beispiele und viele Aufgaben mit ausführlichen Lösungen soll dieses Buch aber ebenso ein Lehrbuch wie ein Arbeitsbuch darstellen. Darüber hinaus werden Ausblicke in einige Bereiche der theoretischen Physik gegeben, die nicht Teil des traditionellen Kanons von Einführungsvorlesungen in die theoretische Physik sind.

Die Struktur dieses Lehrbuches orientiert sich an diesem traditionellen Kanon, wie er an vielen Universitäten geboten wird. Das Buch beginnt mit der klassischen Mechanik, setzt fort mit Elektrodynamik und spezieller Relativitätstheorie und verlässt die klassische Physik im dritten Teil mit einer umfassenden Einführung in die nichtrelativistische Quantenphysik. Der vierte und letzte Teil behandelt zunächst die von der mikroskopischen Physik weitgehend unabhängige Thermodynamik, bevor deren Grundlage in der statistischen Mechanik inklusive statistischer Quantenmechanik erarbeitet wird.

Die Gesetze der theoretischen Physik, die dabei formuliert werden, nehmen die Gestalt mathematischer Gleichungen an, in denen die mathematischen Symbole semantisch an die Stelle physikalischer

Größen treten. Die dafür benötigte Mathematik wird dabei parallel zur Physik entwickelt, so wie es sich auch in der Geschichte der Mathematik und Physik weitgehend zugetragen hat. Dies ersetzt nicht die separate Ausbildung in Mathematikvorlesungen, soll aber mit einem Fokus auf das Wesentliche eine schnelle Orientierung erleichtern.

Die in Teil I behandelte klassische Mechanik benötigt für die Formulierung ihrer Aufgabenstellung *Vektorräume* und *Differenzialoperatoren*. Besonderer Wert wurde auf die Beschreibung beschleunigter Bezugssysteme gelegt, da dies in der Literatur häufig unzureichend behandelt wird. Erhaltungssätze, die mit *Symmetrien* verbunden sind, spielen eine entscheidende Rolle, die für die gesamte übrige theoretische Physik von grundlegender Bedeutung sind. Der *Lagrange-* und *Hamilton-Formalismus* der klassischen Mechanik und seine *funktionale* Methodik stellt auch eine bedeutende mathematische Grundlage für alle weiteren Entwicklungen, Feldtheorien wie der Elektrodynamik, der Quantentheorie sowie der Thermodynamik dar. Wellenphänomene, die vor allem in der Elektrodynamik und Quantenmechanik eine zentrale Rolle spielen, werden bereits in Teil I eingeführt und anhand einiger mechanischer Phänomene diskutiert. Dabei wird auch von den Fourier-Reihen Gebrauch gemacht. Teil I beinhaltet einige Themen, die häufig nicht in Einführungskursen der klassischen Mechanik vorgestellt werden. Dazu gehören Gezeitenkräfte, das reduzierte Dreikörperproblem sowie die Grundlagen der Fluidodynamik. Diese Abschnitte sind optional, liefern aber wertvolle Einblicke in weiterführende Themen.

Bereits in Teil I wird die Erweiterung der Newton'schen Mechanik durch die spezielle Relativitätstheorie Einsteins behandelt, die traditionellerweise erst im Anschluss an die Elektrodynamik systematisch entwickelt wird. Hier erlaubt dieses Lehrbuch zwei Vorgangsweisen: Die spezielle Relativitätstheorie kann noch vor der Elektrodynamik im Rahmen der Mechanik ausführlich studiert werden, aber ebenso ist es möglich, diese Kapitel in die Elektrodynamik zu integrieren und an den Anfang von Kap. 18 zu stellen, in dem mit einer relativistischen Formulierung der Maxwell'schen Elektrodynamik fortgefahren wird.

Die Elektrodynamik in Teil II beginnt mit einer nichtrelativistischen Formulierung, wie sie für die meisten Anwendungen auch naheliegender ist. Anders als in vielen Lehrbüchern zur Elektrodynamik üblich werden aber bereits im ersten Kapitel von Teil II alle Grundgleichungen der Elektrodynamik eingeführt und diskutiert, einschließlich der Energie- und Impulserhaltungssätze der Elektrodynamik, die erkennen lassen, wie bedeutsam der revolutionär neue Feldbegriff von Faraday und Maxwell ist. Tatsächlich errang dieser in der Folge in der fundamentalen theoretischen Physik eine immer wichtigere Rolle. Gleichzeitig machte es eine Weiterentwicklung des mathematischen Apparats erforderlich. Dementsprechend werden in Teil II *Vektoranalysis*, *partielle Differenzialgleichungen* und *verallgemeinerte Funktionen* eingeführt. Die weiteren Kapitel widmen sich der Entwicklung der spezifischen Problemstellungen und Lösungsmethoden der Elektrodynamik. Der historischen Entwicklung folgend werden zunächst die Lösungsmethoden der Elektrostatik vorgestellt, die sich ursprünglich aus der noch als Fernwirkungstheorie verstandenen Newton'schen Gravitationstheorie entwickelt hatten. Daran schließt sich ein Kapitel an, in dem mehrere weitere grundlegende mathematische Methoden wie die *Funktionentheorie* und *vollständige Funktionensysteme* eingeführt werden. Die ebenfalls darin behandelte Multipolentwicklung bildet in der Folge die Grundlage für die phänomenologische Elektrodynamik in Anwesenheit von Materie. Diese beginnt mit elektro- und magnetostatischen Phänomenen und wird schrittweise auf dynamische Situationen ausgedehnt. Die allgemeine Ausbreitung von Wellen und optische Phänomene im Besonderen werden in zwei getrennten Kapiteln besprochen, da Letzteres nicht immer Teil einer Vorlesung über Elektrodynamik ist.

Nach diesen Kapiteln und vor der Behandlung des Problems der Abstrahlung von elektromagnetischen Wellen widmet sich ein eigenes Kapitel der relativistischen Formulierung der Elektrodynamik. Dieses beginnt mit einem Repetitorium der speziellen Relativitätstheorie, die schon am Ende von Teil I in zwei Kapiteln – eines zur Kinematik und eines zur relativistischen Mechanik – behandelt wurde. Die relativistische Formulierung der Elektrodynamik lässt erkennen, dass Magnetismus ein spezifisch relativistisches Phänomen ist, und erlaubt in seiner vierdimensionalen Formulierung eine elegante Darstellung aller Grundgleichungen. In einem abschließenden, optionalen Abschnitt zur relativistischen Elektrodynamik in Materie wird dies auch auf die phänomenologische Elektrodynamik ausgedehnt, was über das übliche Niveau einer Einführungsvorlesung hinausgeht, aber wertvolle tiefere Einblicke liefert. In dem darauf folgenden Kapitel wird schließlich die Abstrahlung von Wellen besprochen. Das letzte Kapitel von Teil II enthält eine Diskussion des *Lagrange-* und *Hamilton-Formalismus* in der

Elektrodynamik. Dieses schließt mit einem Ausblick, in dem das allgemeine Konzept der *Eichfeldtheorien* und seine Bedeutung für die Physik fundamentaler Wechselwirkungen besprochen werden.

Teil III verlässt die klassische Physik und wendet sich der nichtrelativistischen Quantenmechanik zu. Anhand von ernsthaften Problemen der klassischen Physik wird die Notwendigkeit für eine neue Mechanik – eine Quantenmechanik – begründet. Viele Konzepte der klassischen Physik, wie z. B. der Zustand eines physikalischen Systems oder dessen beobachtbare Größen, gewinnen in der Quantenmechanik eine neue Bedeutung. Im Schrödinger'schen Zugang stehen die Wellenfunktion, deren zeitliche Entwicklung und die mit ihrer Hilfe berechneten Erwartungswerte von Observablen im Vordergrund. Im Gegensatz zur klassischen Mechanik ist die Quantenmechanik eine lineare Theorie – Wellenfunktionen können überlagert werden und interferieren. Anstelle des Phasenraumes der klassischen Mechanik tritt ein linearer Hilbert-Raum. Der mathematische Formalismus der Quantenmechanik, d. h. Eigenschaften von Hilbert-Räumen und linearen Operatoren auf Hilbert-Räumen, werden in Teil III ausgiebig besprochen. Die Quantenmechanik, so wie sie von den meisten Physikern interpretiert wird, ist nicht deterministisch. Dies kommt bei den wichtigen Unbestimmtheitsrelationen, z. B. für Ort und Impuls eines Teilchens, oder beim quantenmechanischen Messprozess ganz klar zum Ausdruck.

Einen großen Raum nimmt in Teil III die Untersuchung von einfachen Systemen ein, z. B. von eindimensionalen Potenzialproblemen, dem harmonischen Oszillator und dem Wasserstoffatom. Man findet darunter auch optionale Themen, wie kohärente Zustände, Bandstrukturen in periodischen Systemen oder die algebraische Lösung des Wasserstoffatoms. Das Wechselspiel zwischen Symmetrien und Erhaltungssätzen spielt in der Quantenmechanik eine noch größere Rolle als in der klassischen Physik und wird deshalb ausführlich vorgestellt. Der Elektronenspin mit seinen doch etwas ungewöhnlichen Eigenschaften wird aus gutem Grund behutsam eingeführt, und einige mit dem Spin verbundene Effekte werden sorgfältig diskutiert. Auch Näherungsmethoden zur Behandlung komplexer Quantensysteme, und insbesondere Mehrteilchensysteme, sind ein wichtiger Bestandteil von Teil III. Die gewonnenen Resultate über Systeme mit identischen Teilchen sind von großem Nutzen bei der Untersuchung von ultrakalten Quantengasen in Teil IV. Man findet hier auch weiterführende optionale Themen, z. B. die Hartree-Fock-Näherung. Im abschließenden Kapitel wird die für die Untersuchung von mikroskopischen Strukturen in Festkörper-, Kern- und Teilchenphysik wichtige Streutheorie behandelt.

Teil IV geht in fünf Schritten durch die Thermodynamik und die statistische Physik. Zunächst wird die Thermodynamik phänomenologisch als diejenige Theorie der Physik eingeführt, die den Energieaustausch und den Verlauf von Ausgleichsprozessen zwischen physikalischen Systemen mit sehr vielen Freiheitsgraden beschreibt. Drei Hauptsätze bilden das Fundament dieser Theorie: Sie postulieren die Existenz der Temperatur als einer Zustandsgröße, die Energieerhaltung und die Zunahme der Entropie bei spontanen Ausgleichsprozessen. Die wesentlichen Aussagen der Thermodynamik werden zwar häufig am Beispiel des idealen Gases verdeutlicht, gelten aber wegen ihrer Allgemeinheit weit darüber hinaus und umfassen das Verhalten beliebiger physikalischer Systeme, sofern diese sehr viele Freiheitsgrade haben.

Im zweiten Schritt wird die Thermodynamik erneut begründet, diesmal aber ausgehend von statistischen Überlegungen statt von der makroskopischen Phänomenologie der Wärme. Dieser Zugang führt die gesamte Thermodynamik auf Wahrscheinlichkeitsaussagen im Zustandsraum zurück, wobei sich der Phasenraum der klassischen Mechanik ebenso wie der Hilbert-Raum der Quantenmechanik für die Konstruktion des Zustandsraumes eignen. Viele ganz verschiedenartige Erscheinungen lassen sich damit bereits verstehen und begründen. Das dritte Kapitel von Teil IV widmet sich im Wesentlichen verschiedenen Anwendungen der Aussagen, die in den beiden ersten Kapiteln gewonnen wurden.

Im vierten Schritt werden Zustandssummen eingeführt, um die unterschiedlichen Beschreibungsweisen thermodynamischer Systeme durch verschiedene Ensembles formal zu vereinheitlichen. Wesentliche, aber ganz diverse Aussagen wie der Gleichverteilungssatz, das Massenwirkungsgesetz bei chemischen Reaktionen und Phasenübergänge in einfachen magnetischen Systemen werden so auf eine einheitliche formale Behandlung zurückgeführt.

Der fünfte Schritt führt schließlich in die statische Physik von Quantensystemen, ersetzt den Zustandsraum der klassischen Physik durch denjenigen der Quantenmechanik, führt die nötigen quantentheoretischen Operationen ein und kehrt dann zu dem im Wesentlichen unveränderten Apparat

der statistischen Physik zurück. Die Anwendungen des bereits bekannten, aber nun auf eine quantenmechanische Basis gestellten Formalismus auf Fermi- und Bose-Gase führen zur Bose-Einstein-Kondensation, zum Planck'schen Strahlungsgesetz und zur Wärmekapazität von Festkörpern und münden schließlich in eine weiterführende Betrachtung zum Aufbau weißer Zwergsterne.

## Weiterführende Lehrbücher

### Mechanik

Budo, A.: Theoretische Mechanik. Wiley (1990) – älteres aber sehr gutes und erschöpfendes Standardwerk zur klassischen Mechanik. Vorbild für viele spätere Lehrbücher über Mechanik. Neuere Entwicklungen, z. B. aus der analytischen Mechanik, werden natürlich nicht behandelt.

Goldstein, H., Poole, C.P., Safko, J.L.: Klassische Mechanik. Wiley (2006) – wie Budo ein Klassiker; umfangreich und gründlich mit Schwerpunkt auf Theorie sowie dem Lagrange- und Hamilton-Formalismus. In den neuen Auflagen findet man auch eine Einführung in die Chaostheorie.

Kuypers, F.: (2010) Klassische Mechanik. Wiley (2010) – didaktisch sehr gute Darstellung der Mechanik mit verständlichen Erklärungen und schönen Anwendungen sowie einer großen Anzahl von Aufgaben und Lösungen. Man findet hier eine ausführliche Behandlung der Lagrange'schen und Hamilton'schen Dynamik.

Scheck, F.: Mechanik. Von den Newtonschen Gesetzen zum deterministischen Chaos. Springer (1992) – zeitgemäße und mathematisch anspruchsvollere Behandlung der klassischen Mechanik. Im Text und in den Übungsaufgaben werden sehr viele Probleme der klassischen Mechanik behandelt.

### Elektrodynamik und Relativitätstheorie

Becker, R., Sauter, F.: Theorie der Elektrizität, Band 1: Einführung in die Maxwell'sche Theorie, Elektronentheorie, Relativitätstheorie. Teubner (1973) – älteres, aber sehr gutes und umfassendes Standardwerk zur Elektrodynamik.

Griffiths, D.J.: Elektrodynamik: Eine Einführung. Pearson (2011) – sehr pädagogische Einführung in die Elektrodynamik und Relativitätstheorie mit ausführlichen Erklärungen der physikalischen Konzepte sowie von vielen Subtilitäten, die in anderen Lehrbüchern oft implizit bleiben.

Jackson, J.D.: Klassische Elektrodynamik. De Gruyter (2013) – Standardwerk, das eine sehr umfassende Darstellung der theoretischen Elektrodynamik bietet, mit vielen exakt gelösten Aufgabenstellungen.

Purcell, E.M.: Elektrizität und Magnetismus. Vieweg (1989) – zweiter Teil des inzwischen vergriffenen Berkeley-Physikkurses, der eine der didaktisch besten elementaren Einführungen in die Elektrodynamik darstellt, mit äußerst vielen hilfreichen Illustrationen.

Römer, H., Forger, M.: Elementare Feldtheorie. Elektrodynamik, Hydrodynamik, Spezielle Relativitätstheorie. Wiley-VCH (1993) – als Buch vergriffen, aber online frei erhältlich unter <http://www.freidok.uni-freiburg.de/volltexte/405/>. Eine sehr empfehlenswerte gründliche Einführung in die Feldtheorie, die mit elementarer Hydrodynamik beginnt, um im Anschluss die Konzepte der Elektrodynamik greifbarer zu machen.

### Quantenmechanik

Cohen-Tannoudji, C., Diu, B., Laloë, F.: Quantenmechanik Teil I und Teil II. De Gruyter (1999) – eine kompetente und beinahe lückenlose Darstellung der Quantenmechanik mit vielen Erklärungen in zwei

Bänden. Hier findet man auch sorgfältige Begründungen, die man in anderen Büchern oft vergeblich sucht.

Gasiorowicz, S.: Quantenphysik. Oldenbourg (2012) – gut verständliche und sorgfältige Darlegung der Quantenmechanik mit hilfreichen Übungsaufgaben. Ähnlich strukturiert wie Teil III des vorliegenden Buches.

Griffiths, D.J.: Quantenmechanik. Pearson (2012) – schöne, elementare und detaillierte Einführung in die nichtrelativistische Quantenmechanik mit vielen Übungsaufgaben.

Münster, G.: Quantentheorie. De Gruyter (2010) – kompakte Darstellung der Quantenmechanik. Hier findet man auch eine schöne Einführung in die Pfadintegralmethode.

Straumann, N. (2012) Quantenmechanik. Springer – die begrifflichen und mathematischen Grundlagen der Quantenmechanik werden hier gründlich und elegant entwickelt. Auch die wichtigen Symmetrieüberlegungen werden klar herausgearbeitet. Empfehlenswert ist das Buch insbesondere für mathematisch interessierte Studenten.

Weinberg, S.: Lectures on Quantum Mechanics. CUP (2012) – sehr erhellende, präzise und klare Darstellung der Quantenmechanik von einem Nobelpreisträger. Hier findet man auch eine ausführliche Diskussion von Interpretationsfragen. Die Notation ist stellenweise leider etwas gewöhnungsbedürftig.

## Thermodynamik und statistische Physik

Huang, K.: Introduction to Statistical Physics. CRC Press (2010) – interessante Darstellung, die phänomenologische und statistische Thermodynamik weitgehend parallel entwickelt.

Kittel, C., Krömer, H.: Thermodynamik. Oldenbourg (2013) – anregend insbesondere wegen seiner stellenweise unkonventionellen Perspektive.

Reif, F.: Statistische Physik und Theorie der Wärme. De Gruyter (1987) – eine von grundlegenden statistischen Überlegungen ausgehende Einführung in die Thermodynamik und die statistische Physik.

Stierstadt, K.: Thermodynamik. Von der Mikrophysik zur Makrophysik. Springer (2010) – interessant vor allem wegen der besonders sorgfältigen Einführung grundlegender Begriffe der Thermodynamik.

Straumann, N.: Thermodynamik. Springer (1986) – eine knappe, dennoch umfassende, mathematisch fundierte Darstellung der phänomenologischen Thermodynamik.

## Buchreihen zur theoretischen Physik

Neben den genannten Lehrbüchern existieren mehrere Lehrbuchreihen, die den gesamten Stoff der theoretischen Physikvorlesungen abdecken. Davon sind folgende deutschsprachigen Reihen zum Einstieg in die theoretische Physik oder zu einer Vertiefung der Kenntnisse geeignet:

- Fließbach, T.: Lehrbücher zur Theoretischen Physik (Springer Spektrum)
- Greiner, W.: Theoretische Physik (Harri Deutsch)
- Landau, L.D., Lifschitz, E.M.: Lehrbuch der Theoretischen Physik (Harri Deutsch)
- Nolting, W.: Grundkurs Theoretische Physik (Springer)
- Rebhan, E.: Theoretische Physik (Spektrum)
- Reineker, P., Schulz, M., Schulz, B.M.: Theoretische Physik (Wiley-VCH)
- Schwabl, F.: Lehrbücher zur Theoretischen Physik (Springer)



## Mathematische Methoden der theoretischen Physik

Die speziellen mathematischen Methoden der theoretischen Physik werden im vorliegenden Buch parallel zum physikalischen Stoff entwickelt, zum Teil im Haupttext und zum Teil in ergänzenden Kästen zum mathematischen Hintergrund. Diese fassen das Wesentliche zusammen, ersetzen aber nicht vollwertige mathematische Vorlesungen und entsprechende Lehrbücher. Ein mathematisches Lehrbuch, das in seinen didaktischen Elementen ganz ähnlich strukturiert ist wie dieses und sich speziell an die Bedürfnisse von Ingenieuren und Naturwissenschaftlern richtet, ist:

Arens T. et al. (2012) Mathematik. Springer Spektrum

Darüber hinaus sehr empfehlenswert:

Großmann S. (2012) Mathematischer Einführungskurs für die Physik. Vieweg-Teubner – eine bewährte, übersichtliche, gut verständliche Einführung in eine Vielzahl mathematischer Methoden, die in der Physik angewandt werden.

Jänich K. (1995) Analysis für Physiker und Ingenieure. Funktionentheorie, Differentialgleichungen, Spezielle Funktionen. Springer – eine wirklich lebendige Darstellung der speziellen mathematischen Methoden der theoretischen Physik mit einer gründlichen Einführung in die komplexe Funktionentheorie und zahlreichen gelungenen Illustrationen des Autors.

## Dank

Dieses Buch ist das Ergebnis der gemeinsamen, intensiven Anstrengung vieler Menschen, denen die Autoren zu großem Dank verpflichtet sind. Ganz besonders möchte Anton Rebhan seinen Kollegen Dr. Dietrich Grau und Dr. Helmut Nowotny sowie seiner Frau und Mitphysikerin Dr. Ulrike Kraemmer für umfangreiches kritisches Korrekturlesen und wertvolle Hinweise zu den Kapiteln über spezielle Relativitätstheorie und Elektrodynamik danken. Andreas Wipf dankt Frau Johanna Mader und seiner Frau Ingrid Wipf für eine kritische Durchsicht der Kapitel über Quantenmechanik sowie Studenten seiner Vorlesungen in Jena, die Vorschläge zur besseren Darstellung des Stoffes in Teil III machten und viele nützliche Hinweise gaben. Matthias Bartelmann bedankt sich herzlich bei seinen Mitarbeitern und vielen engagierten Studenten seiner Vorlesungen, die durch kritische Fragen und klärende Diskussionen wesentlich dazu beigetragen haben, Teil IV zu verbessern.

Bedanken möchten wir uns auch bei Herrn Prof. Stephan Wagner von der Landessternwarte Heidelberg für die freundliche Überlassung von Materialien zum Astronomie-Praktikum der Sternwarte, Herrn Prof. Bernd Thaller von der Universität Graz für die Erstellung des dem Teil III vorangestellten Bildes, Herrn Prof. Rudolf Grimm vom Institut für Experimentalphysik der Universität Innsbruck für die Überlassung des Bildes zu Beginn von Kap. 22 „Wellenmechanik“, Prof. Alexander Szameit von der Friedrich-Schiller-Universität Jena für die Bereitstellung des Bildes zu Beginn des Kap. 25 „Zeitentwicklung“ und Ruth Bartelmann für das Porträt des Maxwell’schen Dämons bei der Arbeit, das im Kap. 34 „Statistische Begründung der Thermodynamik“ erscheint.

Zu ganz großem Dank sind wir Frau Dr. Kristin Riebe verpflichtet, die mit großem Engagement, Kompetenz und Ideenreichtum die Grafiken dieses Buches gestaltete. Drs. Martin Kreh, Florian Modler und Michael Kuss halfen bei der Erstellung der mathematischen Einschübe und Christoph Kommer beim wissenschaftlichen Lektorat. Frau Bianca Alton vom Verlag Springer Spektrum stellte ihre große Erfahrung zur Verfügung. Nicht zuletzt danken wir besonders herzlich Frau Dr. Vera Spillner, die uns zu diesem Projekt zusammengeführt und mit unermüdlichem Enthusiasmus, großer Kreativität, hilfreichen Ideen und inspirierenden Diskussionen angetrieben und motiviert hat. Ohne sie wäre dieses Buch nicht zustande gekommen.

Heidelberg 2014

Matthias Bartelmann, Björn Feuerbacher, Timm Krüger,  
Dieter Lüst, Anton Rebhan & Andreas Wipf

---

# Inhaltsverzeichnis

|  |       |
|--|-------|
| <b>Verzeichnis der mathematischen Hintergründe</b> .....                   | XXIII |
| <b>Die Autoren</b> .....   | XXV   |
| <b>Teil I Mechanik</b>   |       |
| <b>1 Die Newton'schen Axiome</b> .....                                     | 3     |
| 1.1 Definitionen und Grundlagen .....                                      | 4     |
| 1.2 Die Newton'schen Axiome .....  | 8     |
| 1.3 Eindimensionale Bewegung im homogenen Schwerfeld .....                 | 14    |
| 1.4 Energiesatz in einer Dimension .....                                   | 20    |
| 1.5 Bewegung in drei Dimensionen .....                                     | 25    |
| 1.6 Energieerhaltung und konservative Kräfte .....                         | 30    |
| Aufgaben .....   | 38    |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben .....                                | 41    |
| Antworten zu den Selbstfragen .....  | 47    |
| Literatur .....  | 48    |
| <b>2 Koordinatentransformationen und beschleunigte Bezugssysteme</b> ..... | 49    |
| 2.1 Drehungen von kartesischen Koordinatensystemen .....                   | 50    |
| 2.2 Galilei-Transformationen .....   | 57    |
| 2.3 Beschleunigte Bezugssysteme .....                                      | 61    |
| 2.4 Kräfte in rotierenden Bezugssystemen .....                             | 67    |
| 2.5 Nichtkartesische Koordinatensysteme .....                              | 73    |
| Aufgaben .....   | 79    |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben .....                                | 81    |
| Literatur .....  | 85    |
| <b>3 Systeme von Punktmassen</b> .....                                     | 87    |
| 3.1 Allgemeine Aussagen und Erhaltungssätze .....                          | 88    |
| 3.2 Das Zweikörper-Zentralkraftproblem .....                               | 93    |
| 3.3 Das Kepler-Problem .....   | 97    |
| 3.4 Elastische Stöße und Streuung .....                                    | 103   |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.5      | Das reduzierte Dreikörperproblem                   | 111        |
| 3.6      | Gezeitenkräfte                                     | 114        |
| 3.7      | Mechanische Ähnlichkeit und der Virialsatz         | 117        |
|          | Aufgaben   | 119        |
|          | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben              | 121        |
|          | Antworten zu den Selbstfragen                      | 125        |
|          | Literatur  | 126        |
| <b>4</b> | <b>Starre Körper</b>                               | <b>127</b> |
| 4.1      | Freiheitsgrade des starren Körpers                 | 128        |
| 4.2      | Kinetische Energie und Drehimpuls                  | 131        |
| 4.3      | Tensoren   | 133        |
| 4.4      | Trägheitstensor und Trägheitsmomente               | 137        |
| 4.5      | Kontinuierliche Massenverteilungen                 | 143        |
| 4.6      | Bewegungsgleichungen des starren Körpers           | 147        |
| 4.7      | Rotation des Kreisel                               | 149        |
|          | Aufgaben   | 156        |
|          | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben              | 158        |
|          | Antworten zu den Selbstfragen                      | 163        |
|          | Literatur  | 164        |
| <b>5</b> | <b>Lagrange-Formalismus und Variationsrechnung</b> | <b>165</b> |
| 5.1      | Systeme mit Zwangsbedingungen                      | 166        |
| 5.2      | Lagrange-Gleichungen erster Art                    | 171        |
| 5.3      | Lagrange-Gleichungen zweiter Art                   | 176        |
| 5.4      | Beispiele zur Anwendung des Lagrange-Formalismus   | 181        |
| 5.5      | Variationsrechnung                                 | 186        |
| 5.6      | Symmetrien und Erhaltungssätze                     | 194        |
|          | Aufgaben   | 200        |
|          | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben              | 202        |
|          | Antworten zu den Selbstfragen                      | 208        |
|          | Literatur  | 209        |
| <b>6</b> | <b>Schwingungen</b>                                | <b>211</b> |
| 6.1      | Freie Schwingungen                                 | 212        |
| 6.2      | Gedämpfte Schwingungen                             | 219        |
| 6.3      | Erzwungene Schwingungen und Resonanz               | 222        |
| 6.4      | Kleine Schwingungen gekoppelter Systeme            | 225        |
| 6.5      | Anwendungen gekoppelter Oszillatoren               | 231        |
|          | Aufgaben   | 235        |
|          | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben              | 237        |

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| <b>7</b>  | <b>Hamilton-Formalismus</b> . . . . .                      | 243 |
|           | 7.1 Hamilton-Funktion und kanonische Gleichungen . . . . . | 244 |
|           | 7.2 Kanonische Transformationen . . . . .                  | 249 |
|           | 7.3 Grundlagen der Hamilton-Jacobi-Theorie . . . . .       | 254 |
|           | So geht's weiter . . . . .                                 | 259 |
|           | Aufgaben . . . . .   | 262 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .            | 264 |
|           | Literatur . . . . .  | 269 |
| <b>8</b>  | <b>Kontinuumsmechanik</b> . . . . .                        | 271 |
|           | 8.1 Lineare Kette und Übergang zum Kontinuum . . . . .     | 272 |
|           | 8.2 Schwingende Saite . . . . .                            | 277 |
|           | 8.3 Fourier-Reihen . . . . .                               | 281 |
|           | 8.4 Lagrange-Formalismus für Felder . . . . .              | 287 |
|           | 8.5 Grundlagen der Elastizitätstheorie . . . . .           | 290 |
|           | 8.6 Ideale Fluidodynamik . . . . .                         | 296 |
|           | 8.7 Viskosität und Navier-Stokes-Gleichung . . . . .       | 303 |
|           | So geht's weiter . . . . .                                 | 307 |
|           | Aufgaben . . . . .   | 311 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .            | 313 |
|           | Antworten zu den Selbstfragen . . . . .                    | 317 |
|           | Literatur . . . . .  | 318 |
| <b>9</b>  | <b>Spezielle Relativitätstheorie</b> . . . . .             | 319 |
|           | 9.1 Anfang und Ende der Äther-Vorstellung . . . . .        | 321 |
|           | 9.2 Lorentz-Transformationen . . . . .                     | 325 |
|           | 9.3 Minkowski-Raum . . . . .                               | 330 |
|           | 9.4 Viererformalismus . . . . .                            | 337 |
|           | So geht's weiter . . . . .                                 | 344 |
|           | Aufgaben . . . . .   | 346 |
|           | Lösungen zu den Aufgaben . . . . .                         | 348 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .            | 349 |
|           | Literatur . . . . .  | 353 |
| <b>10</b> | <b>Relativistische Mechanik</b> . . . . .                  | 355 |
|           | 10.1 Punktteilchen, Ruhemasse und Viererimpuls . . . . .   | 356 |
|           | 10.2 Relativistische Bewegungsgleichungen . . . . .        | 357 |
|           | 10.3 Relativistische Teilchenstöße . . . . .               | 360 |
|           | Aufgaben . . . . .   | 370 |
|           | Lösungen zu den Aufgaben . . . . .                         | 373 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .            | 374 |
|           | Literatur . . . . .  | 378 |

**Teil II Elektrodynamik**

|  |     |
|--|-----|
| <b>11 Die Maxwell-Gleichungen</b> .....  | 381 |
| 11.1 Aufstellung der fundamentalen Maxwell-Gleichungen .....                                   | 383 |
| 11.2 Die Lichtgeschwindigkeit in den Maxwell-Gleichungen .....                                 | 397 |
| 11.3 Maßsysteme .....  | 397 |
| 11.4 Energie- und Impulsbilanz .....   | 400 |
| 11.5 Elektrodynamische Potenziale .....  | 404 |
| Aufgaben .....   | 408 |
| Lösungen zu den Aufgaben .....   | 411 |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben .....  | 412 |
| Literatur .....  | 417 |
| <b>12 Elektrostatik</b> .....  | 419 |
| 12.1 Das elektrostatische Potenzial .....  | 420 |
| 12.2 Green'sche Funktionen und Randwertprobleme .....  | 422 |
| 12.3 Randbedingungen auf Leiteroberflächen .....   | 425 |
| 12.4 Bildladungsmethode .....  | 426 |
| 12.5 Elektrische Kapazität .....   | 431 |
| 12.6 Elektrostatische Energie .....  | 434 |
| Aufgaben .....   | 437 |
| Lösungen zu den Aufgaben .....   | 439 |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben .....  | 440 |
| Literatur .....  | 443 |
| <b>13 Vollständige Funktionensysteme: Fourier-Transformation und Multipolentwicklung</b> ..... | 445 |
| 13.1 Das Fourier-Integral .....  | 446 |
| 13.2 Integrale in der komplexen Ebene .....  | 450 |
| 13.3 Vollständige Funktionensysteme .....  | 458 |
| 13.4 Multipolentwicklung in kartesischen Koordinaten .....                                     | 462 |
| 13.5 Die Kugelflächenfunktionen .....  | 466 |
| 13.6 Multipolentwicklung in Kugelkoordinaten .....   | 469 |
| Aufgaben .....   | 474 |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben .....  | 476 |
| Literatur .....  | 484 |

|           |   |     |
|-----------|---|-----|
| <b>14</b> | <b>Elektrische Felder in Materie</b> . . . . .                  | 485 |
|           | 14.1 Makroskopische Elektrostatik . . . . .                     | 486 |
|           | 14.2 Anschlussbedingungen an Grenzflächen . . . . .             | 490 |
|           | 14.3 Potenzialgleichung in Dielektrika . . . . .                | 492 |
|           | 14.4 Elektrostatische Energie in linearen Medien . . . . .      | 495 |
|           | Aufgaben . . . . .  | 499 |
|           | Lösungen zu den Aufgaben . . . . .                              | 502 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .                 | 503 |
|           | Literatur . . . . .   | 509 |
| <b>15</b> | <b>Magnetismus und elektrische Ströme</b> . . . . .             | 511 |
|           | 15.1 Magnetostatik im Vakuum . . . . .                          | 512 |
|           | 15.2 Makroskopische Magnetostatik . . . . .                     | 515 |
|           | 15.3 Lösungsmethoden der Magnetostatik . . . . .                | 522 |
|           | 15.4 Magnetostatische Energie . . . . .                         | 526 |
|           | 15.5 Bewegung von geladenen Teilchen in Magnetfeldern . . . . . | 530 |
|           | 15.6 Elektromotorische Kräfte . . . . .                         | 533 |
|           | 15.7 Makroskopische Elektrodynamik . . . . .                    | 538 |
|           | Aufgaben . . . . .  | 543 |
|           | Lösungen zu den Aufgaben . . . . .                              | 545 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .                 | 546 |
|           | Literatur . . . . .   | 551 |
| <b>16</b> | <b>Ausbreitung elektromagnetischer Wellen</b> . . . . .         | 553 |
|           | 16.1 Ausbreitung im Vakuum . . . . .                            | 554 |
|           | 16.2 Ausbreitung in homogenen, linearen Medien . . . . .        | 560 |
|           | 16.3 Ausbreitung in Hohlleitern . . . . .                       | 567 |
|           | So geht's weiter . . . . .                                      | 571 |
|           | Aufgaben . . . . .  | 575 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .                 | 578 |
|           | Literatur . . . . .   | 584 |
| <b>17</b> | <b>Optik</b> . . . . .  | 585 |
|           | 17.1 Wellenoptik kontra geometrische Optik . . . . .            | 586 |
|           | 17.2 Brechung und Reflexion an Grenzflächen . . . . .           | 586 |
|           | 17.3 Die Eikonalgleichung . . . . .                             | 592 |
|           | 17.4 Beugung . . . . .  | 596 |
|           | Aufgaben . . . . .  | 605 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .                 | 607 |
|           | Literatur . . . . .   | 612 |

|                                 |   |     |
|---------------------------------|---|-----|
| <b>18</b>                       | <b>Relativistische Formulierung der Elektrodynamik</b>          | 613 |
| 18.1                            | Repetitorium: Spezielle Relativitätstheorie                     | 614 |
| 18.2                            | Manifest Lorentz-kovariante Maxwell-Gleichungen                 | 617 |
| 18.3                            | Lorentz-Transformation von Feldstärken                          | 620 |
| 18.4                            | Elektromagnetische Viererkräfte                                 | 625 |
| 18.5                            | Relativistische Effekte in der Wellenausbreitung                | 627 |
| 18.6                            | Relativistische Elektrodynamik in Materie                       | 629 |
|                                 | Aufgaben  | 636 |
|                                 | Lösungen zu den Aufgaben  | 638 |
|                                 | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                           | 639 |
|                                 | Literatur   | 643 |
| <b>19</b>                       | <b>Abstrahlung elektromagnetischer Wellen</b>                   | 645 |
| 19.1                            | Retardierte Potenziale  | 646 |
| 19.2                            | Bewegte Punktladung: Liénard-Wiechert-Potenziale                | 649 |
| 19.3                            | Der Hertz'sche Dipol  | 656 |
| 19.4                            | Multipolstrahlung   | 658 |
| 19.5                            | Abstrahlung durch relativistisch bewegte Teilchen               | 661 |
|                                 | Aufgaben  | 668 |
|                                 | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                           | 671 |
|                                 | Literatur   | 679 |
| <b>20</b>                       | <b>Lagrange- und Hamilton-Formalismus in der Elektrodynamik</b> | 681 |
| 20.1                            | Bewegtes Punktteilchen – auch relativistisch                    | 682 |
| 20.2                            | Das elektromagnetische Feld                                     | 686 |
| 20.3                            | Das kovariante Noether-Theorem für Felder                       | 690 |
|                                 | So geht's weiter  | 693 |
|                                 | Aufgaben  | 695 |
|                                 | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                           | 696 |
|                                 | Literatur   | 699 |
| <b>Teil III Quantenmechanik</b> |   |     |
| <b>21</b>                       | <b>Die Entstehung der Quantenphysik</b>                         | 703 |
| 21.1                            | Probleme der klassischen Physik                                 | 704 |
| 21.2                            | Hohlraumstrahlung   | 706 |
| 21.3                            | Lichtquanten und Materiewellen                                  | 708 |
| 21.4                            | Quantisierungsregeln von Bohr und Sommerfeld                    | 716 |
| 21.5                            | Emission, Absorption und Einstein-Koeffizienten                 | 719 |
| 21.6                            | Der Spin  | 720 |

|  |            |
|--|------------|
| Aufgaben   | 723        |
| Lösungen zu den Aufgaben                                 | 725        |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                    | 726        |
| Literatur  | 728        |
| <b>22 Wellenmechanik</b>                                 | <b>729</b> |
| 22.1 Unbestimmtheit für materielle Teilchen              | 730        |
| 22.2 Materiewellen für kräftefreie Teilchen              | 732        |
| 22.3 Wellenmechanik mit Kräften                          | 740        |
| 22.4 Erhaltung der Wahrscheinlichkeit                    | 746        |
| So geht's weiter   | 749        |
| Aufgaben   | 751        |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                    | 754        |
| Literatur  | 759        |
| <b>23 Formalismus der Quantenmechanik</b>                | <b>761</b> |
| 23.1 Hilbert-Räume                                       | 762        |
| 23.2 Lineare Operatoren                                  | 769        |
| 23.3 Spektralzerlegung von selbstadjungierten Operatoren | 778        |
| 23.4 Inverse und unitäre Operatoren                      | 782        |
| Aufgaben   | 785        |
| Lösungen zu den Aufgaben                                 | 788        |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                    | 789        |
| Literatur  | 794        |
| <b>24 Observablen, Zustände und Unbestimmtheit</b>       | <b>795</b> |
| 24.1 Die Kopenhagener Interpretation                     | 796        |
| 24.2 Unbestimmtheitsrelationen                           | 803        |
| 24.3 Ist die Quantenmechanik vollständig?                | 804        |
| 24.4 Gemischte Zustände                                  | 810        |
| Aufgaben   | 815        |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                    | 818        |
| Literatur  | 822        |
| <b>25 Zeitentwicklung und Bilder</b>                     | <b>823</b> |
| 25.1 Systeme mit wenigen Zuständen                       | 824        |
| 25.2 Dyson-Reihe für den Zeitentwicklungsoperator        | 830        |
| 25.3 Die Bilder der Quantenmechanik                      | 832        |
| 25.4 Zeitentwicklung von Gemischen                       | 836        |
| 25.5 Pfadintegrale                                       | 836        |
| Aufgaben   | 841        |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                    | 843        |
| Literatur  | 847        |



|           |   |     |
|-----------|---|-----|
| <b>26</b> | <b>Eindimensionale Quantensysteme</b>         | 849 |
| 26.1      | Potenzialprobleme und Potenzialstufe          | 850 |
| 26.2      | Potenzialwall, Potenzialtopf und Tunneleffekt | 857 |
| 26.3      | Der harmonische Oszillator                    | 863 |
| 26.4      | Kohärente Zustände                            | 867 |
| 26.5      | Numerische Lösung der Schrödinger-Gleichung   | 872 |
|           | So geht's weiter                              | 875 |
|           | Aufgaben                                      | 878 |
|           | Lösungen zu den Aufgaben                      | 881 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben         | 882 |
|           | Literatur                                     | 887 |
| <b>27</b> | <b>Symmetrien und Erhaltungssätze</b>         | 889 |
| 27.1      | Symmetrien und Erhaltungsgrößen               | 890 |
| 27.2      | Raumspiegelungen                              | 891 |
| 27.3      | Translationen im Raum                         | 894 |
| 27.4      | Bandstruktur für gitterperiodische Potenziale | 895 |
| 27.5      | Drehungen und Drehimpuls                      | 900 |
| 27.6      | Eigenvektoren und Eigenwerte des Drehimpulses | 903 |
| 27.7      | Addition von Drehimpulsen                     | 908 |
|           | So geht's weiter                              | 911 |
|           | Aufgaben                                      | 912 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben         | 914 |
|           | Literatur                                     | 918 |
| <b>28</b> | <b>Zentralkräfte – das Wasserstoffatom</b>    | 919 |
| 28.1      | Relativbewegung im Zweiteilchensystem         | 920 |
| 28.2      | Kugelförmiger Potenzialtopf                   | 925 |
| 28.3      | Gebundene Zustände des Wasserstoffatoms       | 927 |
| 28.4      | Algebraische Lösung des Wasserstoffatoms      | 934 |
|           | Aufgaben                                      | 937 |
|           | Lösungen zu den Aufgaben                      | 939 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben         | 940 |
|           | Literatur                                     | 946 |
| <b>29</b> | <b>Elektromagnetische Felder und der Spin</b> | 947 |
| 29.1      | Beobachtbarkeit der Potenziale                | 948 |
| 29.2      | Geladenes Teilchen im homogenen Magnetfeld    | 951 |
| 29.3      | Der Spin des Elektrons                        | 955 |
|           | Aufgaben                                      | 963 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben         | 965 |
|           | Literatur                                     | 970 |

**30 Störungstheorie und Virialsatz** . . . . . 971

30.1 Zeitunabhängige Störungen . . . . . 972

30.2 Allgemeine Aussagen über Erwartungswerte . . . . . 981

30.3 Zeitabhängige Störungen . . . . . 985

Aufgaben . . . . . 992

Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . . 995

**31 Mehrteilchensysteme und weitere Näherungsmethoden** . . . . . 1005

31.1 Mehrteilchensysteme . . . . . 1006

31.2 Das Variationsverfahren . . . . . 1014

31.3 Die semiklassische Näherung . . . . . 1016

So geht's weiter . . . . . 1026

Aufgaben . . . . . 1029

Lösungen zu den Aufgaben . . . . . 1032

Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . . 1033

Literatur . . . . . 1043

**32 Streutheorie** . . . . . 1045

32.1 Potenzialstreuung . . . . . 1046

32.2 Partialwellenanalyse . . . . . 1052

32.3 Resonanzen . . . . . 1060

32.4 Elastische Streuung identischer Teilchen . . . . . 1061

So geht's weiter . . . . . 1066

Aufgaben . . . . . 1069

Lösungen zu den Aufgaben . . . . . 1071

Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . . 1072

Literatur . . . . . 1077

**Teil IV Thermodynamik und statistische Physik**

**33 Phänomenologische Begründung der Thermodynamik** . . . . . 1081

33.1 Entwicklung der Thermodynamik . . . . . 1082

33.2 Was ist Thermodynamik? . . . . . 1088

33.3 Temperatur, Zustandsgrößen und Zustandsänderungen . . . . . 1091

33.4 Arbeit und Wärme . . . . . 1098

33.5 Die idealen Gasgesetze . . . . . 1100

33.6 Der erste Hauptsatz . . . . . 1102

33.7 Der zweite Hauptsatz (1. Teil) . . . . . 1108

33.8 Der zweite Hauptsatz (2. Teil) . . . . . 1118

Aufgaben . . . . . 1123

Lösungen zu den Aufgaben . . . . . 1126

Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . . 1127

Literatur . . . . . 1133

|           |  |       |
|-----------|--|-------|
| <b>34</b> | <b>Statistische Begründung der Thermodynamik</b>           | .1135 |
| 34.1      | Das Grundpostulat der statistischen Physik                 | .1136 |
| 34.2      | Statistische Definition der absoluten Temperatur           | .1153 |
| 34.3      | Statistische Definition der Entropie                       | .1157 |
| 34.4      | Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung                 | .1161 |
|           | Aufgaben   | .1171 |
|           | Lösungen zu den Aufgaben                                   | .1174 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                      | .1175 |
|           | Literatur  | .1181 |
| <b>35</b> | <b>Einfache thermodynamische Anwendungen</b>               | .1183 |
| 35.1      | Thermodynamische Funktionen                                | .1184 |
| 35.2      | Extremaleigenschaften, Gleichgewicht und Stabilität        | .1193 |
| 35.3      | Das ideale Gas   | .1196 |
| 35.4      | Das Van-der-Waals-Gas                                      | .1201 |
| 35.5      | Der Joule-Thomson-Effekt                                   | .1204 |
| 35.6      | Allgemeine Kreisprozesse und der Carnot'sche Wirkungsgrad  | .1207 |
| 35.7      | Chemisches Potenzial und Phasenübergänge                   | .1210 |
|           | Aufgaben   | .1215 |
|           | Lösungen zu den Aufgaben                                   | .1217 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                      | .1218 |
|           | Literatur  | .1222 |
| <b>36</b> | <b>Ensembles und Zustandssummen</b>                        | .1223 |
| 36.1      | Ensembles  | .1224 |
| 36.2      | Die kanonische Zustandssumme                               | .1227 |
| 36.3      | Großkanonische Zustandssumme und großkanonisches Potenzial | .1235 |
| 36.4      | Ideales Gas im Schwerfeld                                  | .1238 |
| 36.5      | Chemische Reaktionen idealer Gasgemische                   | .1240 |
| 36.6      | Einfache Modelle für magnetische Systeme                   | .1245 |
|           | So geht's weiter   | .1249 |
|           | Aufgaben   | .1252 |
|           | Lösungen zu den Aufgaben                                   | .1254 |
|           | Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben                      | .1255 |
|           | Literatur  | .1259 |

|   |       |
|---|-------|
| <b>37 Quantenstatistik</b> .....              | .1261 |
| 37.1 Grundlagen der Quantenstatistik .....    | .1262 |
| 37.2 Besetzungszahldarstellung .....          | .1264 |
| 37.3 Ideale Quantengase .....                 | .1266 |
| 37.4 Ideale Fermi-Gase .....                  | .1269 |
| 37.5 Ideale Bose-Gase .....                   | .1271 |
| 37.6 Relativistische ideale Quantengase ..... | .1277 |
| 37.7 Wärmekapazität fester Körper .....       | .1282 |
| So geht's weiter .....                        | .1287 |
| Aufgaben .....                                | .1289 |
| Lösungen zu den Aufgaben .....                | .1291 |
| Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben .....   | .1292 |
| Literatur .....                               | .1297 |
| <b>Abbildungsnachweis</b> .....               | .1299 |
| <b>Sachverzeichnis</b> .....                  | .1301 |

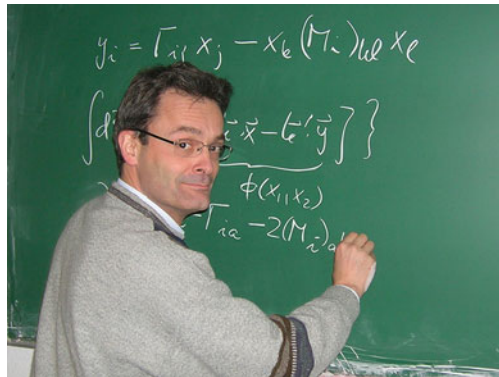
---

# Verzeichnis der mathematischen Hintergründe

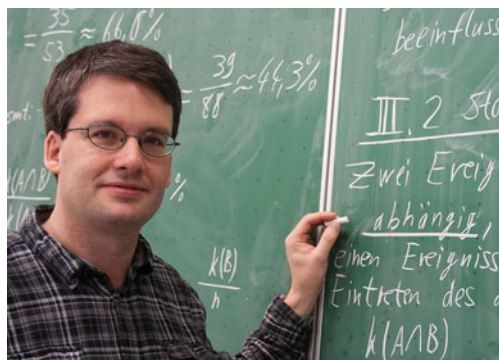
|      |  |     |
|------|--|-----|
| 1.1  | Vektorräume  | 6   |
| 1.2  | Metrische und normierte Räume  | 8   |
| 1.3  | Skalarprodukt, euklidische Räume   | 9   |
| 1.4  | Differenzialgleichungen  | 15  |
| 1.5  | Differenzialgleichungen – Lösungsverfahren   | 16  |
| 1.6  | Vektorprodukt und Levi-Civita-Symbol   | 27  |
| 1.7  | Differenzialoperatoren   | 31  |
| 1.8  | Taylor'scher Satz  | 33  |
| 1.9  | Der Satz von Stokes  | 35  |
| 2.1  | Matrizen I – Definition und grundlegende Rechenregeln  | 52  |
| 2.2  | Matrizen II – Determinanten  | 54  |
| 2.3  | Matrizen III – Matrixinversion und Rechenregeln für Determinanten  | 59  |
| 2.4  | Gruppen – Einführung in die Gruppentheorie   | 62  |
| 4.1  | Tensoren   | 134 |
| 4.2  | Diagonalisierbarkeit   | 140 |
| 5.1  | Mannigfaltigkeiten – Eine Verallgemeinerung euklidischer Räume   | 168 |
| 5.2  | Funktionale  | 187 |
| 6.1  | Lineare Differenzialgleichungen – Homogene und inhomogene Differenzialgleichungen, Fundamentalsystem               | 214 |
| 6.2  | Komplexe Zahlen – Definition und Rechenregeln  | 216 |
| 6.3  | Lineare Differenzialgleichungen – Lösungsstrategien  | 218 |
| 7.1  | Legendre-Transformationen – Grundlagen und anschauliche Bedeutung  | 246 |
| 8.1  | Funktionenfolgen und Funktionenreihen – Punktweise und gleichförmige Konvergenz                                    | 282 |
| 9.1  | Dualraum   | 340 |
| 11.1 | Distributionen   | 386 |
| 11.2 | Rechenregeln für Distributionen  | 387 |
| 11.3 | Integralsätze der Vektoranalysis – Satz von Gauß und Satz von Stokes   | 388 |
| 13.1 | Komplexe Funktionen I – Definition von holomorphen Funktionen und die Cauchy-Riemann'schen Differenzialgleichungen | 452 |
| 13.2 | Komplexe Funktionen II – Potenzreihen und Beispiele  | 454 |

|      |   |      |
|------|---|------|
| 13.3 | Komplexe Funktionen III – Singularitäten und meromorphe Funktionen . . . . .  | 455  |
| 13.4 | Separationsansatz zum Lösen partieller Differential- gleichungen . . . . .    | 467  |
| 16.1 | Bessel-Funktionen . . . . .   | 561  |
| 23.1 | Operatoren – Hermitesche und selbstadjungierte Operatoren . . . . .           | 777  |
| 23.2 | Spektralprojektoren . . . . .   | 783  |
| 26.1 | Verzweigungspunkte komplexer Funktionen . . . . .                             | 862  |
| 27.1 | Lie-Gruppen und Lie-Algebren . . . . .  | 892  |
| 27.2 | Darstellungen einer Lie-Gruppe und Lie-Algebra . . . . .                      | 896  |
| 28.1 | Frobenius-Sommerfeld-Methode – Verallgemeinerte Potenzreihenansätze . . . . . | 924  |
| 28.2 | Laguerre-Polynome . . . . .   | 930  |
| 30.1 | Asymptotische Reihen . . . . .  | 974  |
| 32.1 | Gammafunktion . . . . .   | 1065 |
| 33.1 | Homogene Funktionen . . . . .   | 1095 |
| 34.1 | Symplektische Struktur . . . . .  | 1138 |
| 34.2 | Differenzialformen – Ein Ausblick in die Differentialgeometrie . . . . .      | 1139 |
| 34.3 | Volumen und Oberfläche der $n$ -Sphäre . . . . .                              | 1146 |
| 34.4 | Kolmogorows Axiome und der Bayes'sche Satz . . . . .                          | 1164 |
| 36.1 | Gauß'sche Integrale . . . . .   | 1232 |
| 37.1 | Riemann'sche Zetafunktion – Einige Eigenschaften . . . . .                    | 1274 |

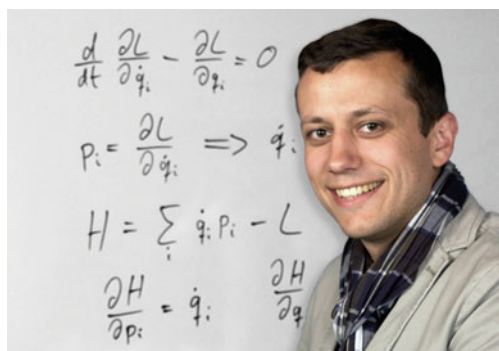
## Die Autoren



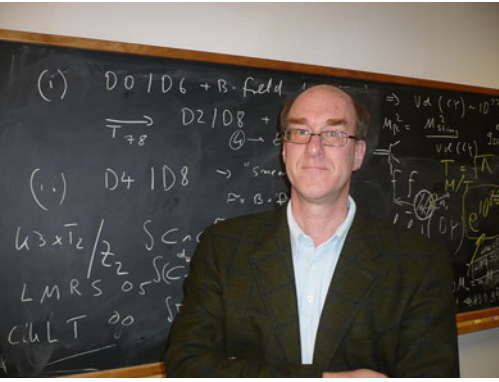
**Matthias Bartelmann** ist seit 2003 Professor für theoretische Astrophysik an der Universität Heidelberg. Sein besonderes Interesse gilt der Kosmologie und der Entstehung kosmischer Strukturen. Für seine Vorlesungen zu verschiedenen Gebieten der theoretischen Physik und Astrophysik erhielt er 2008 den Lehrpreis seiner Fakultät.



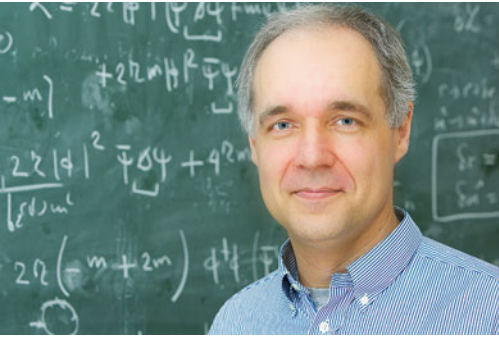
**Björn Feuerbacher** hat in Heidelberg Physik studiert und dort am Institut für Theoretische Physik über ein Thema der Quantenfeldtheorie promoviert. Nach einer PostDoc-Stelle in der theoretischen Chemie arbeitet er seit 2007 als Lehrer für Mathematik und Physik an der Friedrich-Fischer-Schule in Schweinfurt, einer beruflichen Oberschule.



**Timm Krüger** hat in Bielefeld und Heidelberg Physik studiert und seine Doktorarbeit am Max-Planck-Institut für Eisenforschung in Düsseldorf geschrieben. Seit 2013 forscht er als Chancellor's Fellow an der Universität von Edinburgh. Er ist vor allem an der Rheologie komplexer Flüssigkeiten und der Modellierung und Simulation von Blutströmungen interessiert.



**Dieter Lüst** ist seit 2004 Professor für mathematische Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität in München und dort Direktor am Max-Planck-Institut für Physik. Davor war er von 1993 bis 2004 Professor für Theoretische Physik an der Humboldt-Universität zu Berlin. Sein besonderes Interesse gilt der Stringtheorie.



**Anton Rebhan** war als Wissenschaftler mehrere Jahre an den Forschungszentren CERN (Genf) und DESY (Hamburg) tätig und ist seit 2008 Professor für theoretische Physik an der Technischen Universität Wien und Leiter der Arbeitsgruppe fundamentale Wechselwirkungen. Seine Forschungsschwerpunkte sind Quantenfeldtheorie und Theorie des Quark-Gluon-Plasmas. Seit 2014 leitet er zudem eine Graduiertenschule zur theoretischen und experimentellen Teilchenphysik.



**Andreas Wipf** forschte am Dublin Institute for Advanced Studies, Los Alamos National Laboratory, Max-Planck-Institut für Physik und an der ETH-Zürich und ist seit 1995 Professor für Quantentheorie an der Friedrich-Schiller-Universität in Jena. Er ist Direktor des Theoretisch-Physikalischen Instituts und Sprecher eines Graduiertenkollegs zur Gravitation, Quantenfeldtheorie und Mathematischen Physik. Diesen Forschungsgebieten gilt auch sein besonderes Interesse.