

# Handbibliothek für Bauingenieure

Ein Hand- und Nachschlagebuch  
für Studium und Praxi

Begründet von

**Robert Otzen**

IV. Teil. Konstruktiver Ingenieurbau. 1. Band:

**Statik der Tragwerke**

von

**Walther Kaufmann**

Dritte, ergänzte und verbesserte Auflage



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1949

# Statik der Tragwerke

Von

**Dr.-Ing. habil. Walther Kaufmann**

o. Professor an der Technischen Hochschule  
zu München

Dritte,  
ergänzte und verbesserte Auflage

Mit 364 Abbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1949

ISBN 978-3-642-53355-6      ISBN 978-3-642-53396-9 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-642-53396-9

**Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.**

## Vorwort zur dritten Auflage.

Bereits im Vorwort zur ersten Auflage meiner „Statik der Tragwerke“ habe ich zum Ausdruck gebracht, daß mit diesem Buch ein Wegweiser geschaffen werden sollte, der sowohl dem Studierenden als auch dem praktisch tätigen Ingenieur bei der Berechnung von Bauwerken der verschiedensten Form Anhaltspunkte liefern und ihm über die Grundlagen der Theorie Aufschluß geben sollte. Diesem Ziel entsprach der gedrängte Inhalt des Buches, der sich auf das Wesentlichste beschränkt, ohne Anspruch auf eine erschöpfende Darstellung des ganzen Lehrgebietes zu erheben. Auch in der nunmehr vorliegenden dritten Auflage ist an diesem Gesichtspunkt festgehalten worden. Immerhin habe ich es als notwendig erachtet, einige Kapitel vollständig umzuarbeiten und mehrere Verfahren neu aufzunehmen, die in den letzten Jahren immer mehr Eingang in die praktischen Anwendungen gefunden haben. Es handelt sich dabei vor allem um das sogenannte Formänderungsverfahren zur Berechnung statisch unbestimmter Systeme und um die von Cross entwickelte Methode des Momentenausgleichs bei der Rahmenberechnung. Auch das Kapitel über die allgemeine Theorie der statisch unbestimmten Systeme hat eine neue und allgemeinere Fassung erhalten. Bei der Behandlung der Grundgleichungen des stabförmigen Trägers wurden die Betrachtungen über die Torsion etwas ergänzt und auch auf Stäbe mit dünnwandigen Hohlquerschnitten ausgedehnt. Ermöglicht wurde diese Erweiterung des Stoffes ohne Vergrößerung des Buchumfanges dadurch, daß einige weniger wichtige Abschnitte gekürzt oder ganz fortgelassen wurden. Demgegenüber mußten weitergehende Wünsche, insbesondere die Behandlung der Platten und Schalen, zurückgestellt werden. Die Aufnahme dieser an sich für die moderne Baustatik sehr wichtigen Tragwerke hätte eine ganz erhebliche Steigerung des Buchumfanges mit sich gebracht, die unter den jetzigen Verhältnissen nicht zu verantworten wäre. Leser, welche sich mit diesen mehr in das Gebiet der eigentlichen Elastizitätstheorie fallenden Aufgaben zu beschäftigen haben, müssen deshalb auf die entsprechenden, z. T. ausgezeichneten Spezialwerke über Platten und Schalen verwiesen werden.

Das Erscheinen der dritten Auflage hat sich durch die jetzigen Verhältnisse leider etwas verzögert. Daß es trotz aller vorhandenen Schwierigkeiten dennoch gelungen ist, das Buch auch dieses Mal in einer ansprechenden Form herauszubringen, ist der großen Sorgfalt zu verdanken, die der Springer-Verlag seiner Fertigstellung hat angedeihen lassen, wofür ich ihm meinen verbindlichsten Dank sage.

So lasse ich denn das Buch hinausgehen in der Hoffnung, daß es auch in der neuen Gestalt seine alten Freunde behalten und neue, besonders junge Studenten und Ingenieure, hinzubekommen möge.

München, im Oktober 1948.

**W. Kaufmann.**

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
<b>Erster Abschnitt: Allgemeine Grundlagen.</b>	
1. Begriff und Aufgabe der Statik . . . . .	1
2. Die äußeren Kräfte . . . . .	2
3. Die inneren Kräfte . . . . .	3
4. Die Gleichgewichtsbedingungen des starren Körpers und das Prinzip der virtuellen Verrückungen . . . . .	4
5. Statisch bestimmte und statisch unbestimmte Systeme . . . . .	7
6. Die Einflußlinie . . . . .	11
7. Die Grundgleichungen der Statik des stabförmigen Trägers . . . . .	14
a) Zug (Druck), Biegung und Schub . . . . .	14
b) Drillung (Torsion) . . . . .	24
8. Die Grundlagen der Fachwerktheorie . . . . .	28
<b>Zweiter Abschnitt: Momente, Quer- und Normalkräfte an statisch bestimmten Stabwerken.</b>	
1. Der einfache Balken . . . . .	34
I. Ruhende Belastung . . . . .	34
II. Bewegliche Belastung . . . . .	41
a) Einflußlinien . . . . .	41
b) A-Polygon und Maximalmomente . . . . .	43
$\alpha$ ) A-Polygon . . . . .	43
$\beta$ ) Maximalmomente . . . . .	46
2. Freiträger, Balken mit überkragenden Enden und Gerberträger . . . . .	48
3. Dreigelenkbogen und verwandte Systeme . . . . .	54
<b>Dritter Abschnitt: Ermittlung der Spannkkräfte statisch bestimmter Fachwerke.</b>	
1. Statische Verfahren für das ebene Fachwerk . . . . .	62
a) Schnittmethoden . . . . .	62
$\alpha$ ) Das Culmannsche Verfahren . . . . .	62
$\beta$ ) Das Rittersche Verfahren . . . . .	64
b) Die Cremonaschen Kräftepläne . . . . .	66
c) Spannkraftermittlung mit Hilfe der Einflußlinien . . . . .	69
d) Die Methode der Stabvertauschung . . . . .	80
2. Die kinematische Methode . . . . .	82
a) Die zwangläufige kinematische Kette . . . . .	82
b) Polplan und Geschwindigkeitsplan . . . . .	84
c) Einflußlinien . . . . .	91
3. Räumliche Fachwerke . . . . .	102
a) Netzwerkkuppeln . . . . .	110
b) Schwedlerkuppeln . . . . .	110
c) Zimmermannsche Kuppeln . . . . .	112
d) Turmgerüste und ähnliche Konstruktionen . . . . .	113
<b>Vierter Abschnitt: Die elastischen Formänderungen.</b>	
1. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen . . . . .	114
a) Das Prinzip für den elastisch-festen Körper . . . . .	114
b) Anwendung auf Stabwerke . . . . .	116
c) Anwendung auf Fachwerke . . . . .	118
d) Die Belastungseinheiten des Punktes, des Punktpaares, der Geraden und des Geradenpaares . . . . .	119

	Seite
2. Die Sätze von der Gegenseitigkeit der elastischen Formänderungen . . . . .	124
3. Der Castiglianosche Satz vom Differentialquotienten der Formänderungsarbeit .	126
a) Fachwerke . . . . .	126
b) Stabwerke . . . . .	128
4. Die Biegelinie. . . . .	131
A. Die Biegelinie des ebenen Fachwerks als Seilpolygon der W-Gewichte . .	131
B. Die Biegelinie stabförmiger Träger. . . . .	141
a) Die Gleichung der elastischen Linie des geraden Stabes . . . . .	141
b) Die Biegelinie des geraden Stabes als Seilpolygon . . . . .	144
c) Die Biegelinie des steifen Stabzuges . . . . .	147
C. Die Biegelinie als Einflußlinie einer elastischen Formänderung . . .	150
5. Vollständige Darstellung der Formänderung ebener Systeme . . . . .	151
A Der Williotische Verschiebungsplan für das Fachwerk . . . . .	151
B. Ableitung der totalen Verschiebungen aus der Biegelinie eines Stabzuges	156

**Fünfter Abschnitt: Theorie der statisch unbestimmten Systeme.**

1. Einführung . . . . .	158
2. Das statisch bestimmte Hauptsystem . . . . .	163
3. Die Elastizitäts- oder Bedingungsgleichungen für die statisch unbestimmten Größen	169
4. Die Auflösung der allgemeinen Elastizitätsgleichungen . . . . .	179
5. Einführung statisch unbestimmter Hauptsysteme . . . . .	187
6. Aufstellung von Elastizitätsgleichungen mit nur einer Unbekannten . . . . .	188
7. Einführung von Formänderungsgrößen als Unbekannte . . . . .	197
8. Näherungsweise Berechnung statisch unbestimmter Stabwerke durch Momenten-	
ausgleich . . . . .	206

**Sechster Abschnitt: Statisch unbestimmte ebene Tragwerke.**

1. Der durchlaufende Träger . . . . .	212
I. Der Träger auf drei Stützen . . . . .	212
a) Vollwandige Träger . . . . .	212
b) Fachwerkträger . . . . .	215
II. Der Träger auf vier Stützen . . . . .	219
a) Vollwandige Träger . . . . .	219
b) Fachwerkträger . . . . .	224
III. Der Träger auf beliebig vielen Stützen . . . . .	226
A. Vollwandige Träger . . . . .	226
1. Ableitung der Elastizitätsgleichungen . . . . .	226
2. Auflösung der Elastizitätsgleichungen . . . . .	231
a) Anwendung der Clapeyronschen Gleichung auf den Balken auf drei	
und vier Stützen . . . . .	231
b) Allgemeine Lösung . . . . .	232
c) Graphisches Verfahren im Falle eines konstanten Trägheitsmomentes	240
3. Ableitung der Feldmomente, Querkräfte und Stützenreaktionen aus den	
Stützmomenten . . . . .	243
4. Einflußlinien. . . . .	244
a) Stützmomente . . . . .	244
b) Feldmomente . . . . .	246
c) Querkräfte . . . . .	247
d) Stützenreaktionen . . . . .	247
e) Einflußlinien für die Momente und Querkräfte des Endfeldes . .	248
B. Fachwerkträger . . . . .	248
IV. Der kontinuierliche Träger auf elastischen Stützen . . . . .	249
2. Der beiderseits eingespannte Träger . . . . .	251
3. Der Träger auf elastischer Unterlage . . . . .	258

	Seite
4. Rahmen . . . . .	257
a) Zweistieliger Rahmen mit Fußgelenken . . . . .	257
b) Dreistieliger Rahmen mit Fußgelenken . . . . .	259
c) Stockwerkrahmen . . . . .	264
1. Zweistieliger, symmetrischer Stockwerkrahmen von beliebiger Felderzahl . . . . .	264
2. Mehrstieliger Stockwerkrahmen . . . . .	266
d) Der eingespannte Rahmen . . . . .	268
e) Der geschlossene Brückenrahmen . . . . .	273
5. Bogenträger . . . . .	276
a) Der Zweigelenkbogen . . . . .	276
1. Der vollwandige Zweigelenkbogen . . . . .	276
2. Der Fachwerkzweigelenkbogen . . . . .	282
b) Der beiderseits eingespannte Bogen ohne Gelenke . . . . .	289
1. Der Vollwandbogen . . . . .	289
2. Der Fachwerkbogen . . . . .	296
6. Durch einen einfachen Balken versteifte Gelenkbögen und Ketten . . . . .	298
a) Langerscher Balken . . . . .	298
b) Gelenkbogen mit oberem Versteifungsträger . . . . .	301
c) Durch einen Fachwerkbalken versteifte Kette . . . . .	303
7. Durch einen über drei Öffnungen laufenden Vollwandträger versteifte Kette . . . . .	304
8. Dreifach statisch unbestimmter Bogen über drei Öffnungen . . . . .	309
Literaturverzeichnis . . . . .	311
Sachverzeichnis . . . . .	313