



**Isochromaten im Modell eines Freilaufs.**

Auf den Außenring wirkt ein Drehmoment im Uhrzeigersinn. Dadurch klemmen sich die Rollen zwischen die schrägen Flächen des Innenkranzes und den Außenring.

Modell aus VP 1527, 10 mm stark, Durchmesser 230 mm

L. Föppl · E. Mönch

# Praktische Spannungsoptik

Dritte völlig neubearbeitete Auflage



Springer-Verlag Berlin · Heidelberg · New York 1972

Dr. phil. LUDWIG FÖPPL  
em. o. Professor an der Technischen Universität München

Dr.-Ing. ERNST MÖNCH  
o. Professor an der Technischen Universität München

Mit 198 Abbildungen

---

ISBN 978-3-642-52169-0      ISBN 978-3-642-52168-3 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-642-52168-3

---

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Bei Vervielfältigung für gewerbliche Zwecke ist gemäß § 54 UrhG eine Vergütung an den Verlag zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© by Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg 1972.  
Softcover reprint of the hardcover 3rd edition 1972  
Library of Congress Catalog Card Number: 75-178755.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buche berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

## Vorwort

Seitdem Ingenieure die Aufgabe haben, den Festigkeitsnachweis für Konstruktionen der Technik zu führen, mußten sie immer wieder feststellen, daß durch Rechnung allein, mit Hilfe der Festigkeitslehre und der Elastizitätstheorie, dieses Ziel oft nicht erreicht werden konnte. Aus diesem Grunde haben sie sich für die Ermittlung der mechanischen Spannungen in solchen Fällen die mannigfaltigen Methoden der „experimentellen Spannungsanalyse“ geschaffen. Eine der wichtigsten Methoden davon ist die Spannungsoptik.

Nun hat es in jüngster Zeit den Anschein, als ob die experimentellen Methoden des Festigkeitsnachweises an Bedeutung verlieren könnten, weil der Theorie heute in den Rechenautomaten ein mächtiger Helfer erwachsen ist. In der sogenannten Methode der endlichen Elemente (finite elements) [w]<sup>1</sup> zerlegt man das zu berechnende Objekt in eine große Anzahl von Elementen und läßt die Grundgleichungen der Mechanik für jedes Element durch die Rechenmaschine lösen. So scheint sich die Aussicht zu eröffnen, daß man in absehbarer Zeit vielleicht jedes Festigkeitsproblem wird rechnen können, wenn nur die zur Verfügung stehende Kapazität der Rechenmaschine eine genügend feine Unterteilung in Elemente zuläßt. Man muß sich daher heute die Frage vorlegen, ob die experimentelle Spannungsanalyse ihre bisherige Bedeutung behalten wird.

Für die Spannungsoptik kann man diese Frage wahrscheinlich bejahen, weil sie zwei entscheidende Vorzüge besitzt. In der Spannungsoptik wird, wie wir sehen werden, ein durchsichtiges Modell des zu untersuchenden Bauteils oder ein Schnitt daraus mit polarisiertem Licht durchstrahlt. Die dabei durch die mechanischen Spannungen hervorgerufenen optischen Effekte können unmittelbar mit dem Auge beobachtet werden. Der Spannungszustand ist daher im ganzen Objekt leicht überschaubar, was bei einem Rechenprogramm nicht der Fall ist. Dadurch, daß man in der Spannungsoptik den Spannungszustand gewissermaßen „sieht“, können auch methodische Fehler, die eventuell unterlaufen sein können, leichter entdeckt werden als in einem Rechenprogramm.

Zu dem wichtigen Vorteil der Überschaubarkeit des Spannungszustandes kommt ein zweiter, nämlich der Umstand, daß beim span-

---

<sup>1</sup> Buchstaben und Zahlen in eckigen Klammern weisen auf das Literaturverzeichnis am Ende des Buches hin.

nungsoptischen Modellversuch der Spannungszustand überall in kleinsten Bezirken, nahezu infinitesimal, erfaßt wird. Dies ist besonders wichtig bei örtlich konzentrierten Spannungen. Mit endlichen Elementen kann eine Spannungskonzentration nur erfaßt werden, wenn sehr fein unterteilt wird. Um diese Unterteilung vorzusehen, muß man aber den Ort der Spannungskonzentration schon vorher kennen, was durchaus nicht immer der Fall ist. Dagegen ergibt sich in der Spannungsoptik der Ort der Maximalspannung von selbst durch bloße Inaugenscheinnahme, und die Auswertung kann dann, weil die modellmäßige Wiedergabe der Spannungen überall praktisch infinitesimal ist, zuverlässig und genau vorgenommen werden.

Wegen dieser Vorteile ist zu erwarten, daß die Spannungsoptik auch im Zeitalter der Rechenmaschinen ihre Bedeutung für den Festigkeitsingenieur nicht verlieren wird.

Was die Entwicklung der Spannungsoptik innerhalb der 12 Jahre betrifft, die seit Erscheinen der 2. Auflage dieses Buches verstrichen sind, so ist festzustellen, daß sich an den beiden grundsätzlichen Verfahren — ebene und räumliche Spannungsoptik — verhältnismäßig wenig geändert hat, aber bezüglich besonderer Verfahren für spezielle Zwecke eine Menge neuer Literatur hinzugekommen ist.

Dementsprechend konnten wir die in der 2. Auflage getroffene Einteilung beibehalten:

Der erste Teil gibt eine ausführliche Anleitung für die beiden Grundverfahren, so wie man sie meistens anwendet. Dieser Teil wurde in seinen Grundzügen gegenüber der 2. Auflage wenig verändert; es wurden nur zusätzliche Erfahrungen, die inzwischen im Münchener Laboratorium gesammelt worden sind, berücksichtigt.

Im zweiten Teil wird wieder eine Übersicht über besondere Verfahren der Spannungsoptik gebracht. Wegen der großen Flut neuer Literatur mußte diese Übersicht weitgehend umgearbeitet und erweitert werden. Bei der Auswahl des Stoffes haben wir uns wieder bemüht, hauptsächlich solche Verfahren zu behandeln, die sich in der technischen Praxis bewährt haben, und solche, die sich zwar noch in der Entwicklung befinden, von denen man aber vermuten kann, daß sie vielleicht einmal Bedeutung erlangen könnten. Wir haben die Auswahl auf die eigentliche Spannungsoptik, nämlich die polarisationsoptische, beschränkt und bringen andere Verfahren der experimentellen Spannungsanalyse nur, soweit sie in Kombination mit polarisationsoptischen Versuchen angewandt werden. Nicht gebracht wird z. B. das sogenannte „Moiré-Verfahren“ oder „Verfahren der mechanischen Interferenzen“, das an sich mit der Spannungsoptik verwandt ist und das in letzter Zeit große Verbreitung gefunden hat; siehe hierzu eine Bemerkung auf Seite 154. Ferner haben wir uns in unserem Überblick darauf beschränkt, die *Methoden* der Spannungsoptik

zu bringen, nicht aber alle ihre *Anwendungen*. Nicht behandelt wird z. B. die spannungsoptische Untersuchung von Wärmespannungen, die in letzter Zeit von verschiedener Seite mit Erfolg angegangen wurde und für die sich die Bezeichnung „Photothermoelastizität“ eingebürgert hat. Wir müssen hier auf die Literatur verweisen.

Die Verfasser hoffen auch bei dieser 3. Auflage auf das Verständnis des Lesers, wenn sie gelegentlich eigene Arbeiten und solche von Mitarbeitern etwas bevorzugt behandelt haben.

Im dritten Teil, der praktische Anwendungen bringt, wurde einiges gestrichen, es kamen jedoch vier Beispiele neu hinzu, welche Anwendungen von besonderen Methoden zeigen, wie sie in der 2. Auflage noch nicht gebracht worden waren.

Im Rahmen dieses Buches war es den Verfassern nicht möglich, die gesamte Literatur über Spannungsoptik zu erfassen. Neben den Zitaten, die als unmittelbare Quellennachweise erforderlich waren, haben wir uns bemüht, hauptsächlich solche Arbeiten zu zitieren, die didaktisch besonders geeignet für das Studium der Spannungsoptik sind, oder solche, die ihrerseits durch ausführliche Literaturangaben den Gesichtskreis erweitern. Darüber hinaus möchten wir aber noch dem Leser für weiteres Studium der Literatur einige Hinweise geben:

Umfangreiche systematische Literaturverzeichnisse findet man in den Büchern von COKER-FILON [a] (bis etwa 1930), [b] (bis etwa 1954) und von HEYWOOD [q] (bis 1968).

Die wichtigsten Zeitschriften, die spannungsoptische Arbeiten veröffentlichen, sind in den USA: „Experimental Mechanics, Journal of the Society of Experimental Stress Analysis“, in Deutschland: „Beiträge zur Spannungs- und Dehnungsanalyse, Schriftenreihe der Institute für Mathematik bei der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin“, in England: „Strain, Quarterly Journal of the British Society for Strain Measurements“. Ferner sei hingewiesen auf die Berichte der regelmäßig stattfindenden Tagungen. Es sind dies in den USA: Spring Meetings of the Society for Experimental Stress Analysis (SESA), alljährlich; in Europa: Conferences of the Permanent European Committee for Stress Analysis, alle 4 Jahre, letzte Konferenz in Cambridge, England 1970; in der Sowjetunion: Poljarisazionno-optitscheskij Metod issledowanija naprjaschenij (Polarisationsoptische Methode der Spannungsbestimmung), Gesamt-Unions-Konferenzen etwa alle 6 Jahre, letzte Konferenz Tallin 1971.

Die Hauptlast bei der Bearbeitung der 3. Auflage hat wieder der jüngere der beiden Verfasser übernommen.

Für seine Mitwirkung an der 3. Auflage dieses Buches haben die Verfasser in besonderem Maße dem langjährigen Betriebsleiter des Münchener spannungsoptischen Laboratoriums, Herrn Dr.-Ing. E. FICKER,

zu danken. Sein Anteil daran, insbesondere an den meisten Versuchen und ihren Ergebnissen, über die berichtet wird, ist weit größer, als es in den Literaturhinweisen zum Ausdruck kommen konnte. Er hat auch alle Korrekturen mitgelesen.

Den Herren Prof. Dr. M. NISIDA, Tokio, und Dr. W. N. SACHAROW, Moskau, danken die Verfasser für die Überlassung von Originalbildern.

München, im Februar 1972

**L. Föppl   E. Mönch**

# Inhaltsverzeichnis

## Erster Teil: Grundlagen

1 Die ebene Spannungsoptik . . . . .	1
1.1 Der ebene Spannungszustand . . . . .	1
1.2 Der ebene Formänderungszustand . . . . .	4
1.3 Die einfache spannungsoptische Apparatur (Das Diffuslicht-Polariskop)	6
1.4 Das Polariskop mit Projektionseinrichtung . . . . .	10
1.5 Die polarisationsoptischen Grundvorgänge . . . . .	13
1.5.1 Modell im linear polarisierten monochromatischen Licht. Hauptgleichung der Spannungsoptik . . . . .	13
1.5.2 Weißes Licht . . . . .	17
1.5.3 Ausschaltung der Isoklinen durch zirkular polarisiertes Licht . . . . .	18
1.6 Die Aufnahme und Auswertung des Isochromatenbildes . . . . .	22
1.7 Ermittlung der Hauptspannungslinien aus den Isoklinen . . . . .	32
1.8 Modellwerkstoffe und Modellherstellung . . . . .	36
1.8.1 Übersicht . . . . .	36
1.8.2 Werkstoffe und Modellherstellung für Isochromatenversuche . . . . .	43
1.8.3 Sonstige Werkstoffe . . . . .	48
1.9 Bestimmung von Bruchteilen der Isochromatenordnung . . . . .	52
1.9.1 Am Rand durch Extrapolieren . . . . .	52
1.9.2 Durch „Hellfeldbild“ (halbe Ordnungen) . . . . .	54
1.9.3 Durch Kompensieren mit Viertelwellenplatte nach SÉNARMONT . . . . .	56
1.10 Das Vorzeichen von Randspannungen. „Nagelprobe“ . . . . .	58
1.11 Die vollständige Auswertung des ebenen Spannungszustandes durch das Schubspannungsdifferenzverfahren . . . . .	61
1.12 Momentennullpunkte bei Biegung von Stäben . . . . .	68
2 Räumliche Spannungsoptik . . . . .	73
2.1 Die Grundlagen des Einfrierverfahrens . . . . .	73
2.1.1 Mechanische Grundlagen . . . . .	73
2.1.2 Optische Grundlagen . . . . .	76
2.1.3 „Sekundäre Hauptspannungen“ . . . . .	78
2.2 Die optische Auswertung der eingefrorenen Spannungen . . . . .	79
2.2.1 Allgemeines . . . . .	79
2.2.2 Symmetrieschnitte; Begriff des „Unterschnitts“ . . . . .	80
2.2.3 Schnitte senkrecht zur lastfreien Oberfläche im allgemeinen Fall; Schiefe Durchstrahlung . . . . .	81
2.2.4 Schnitte längs der lastfreien Oberfläche . . . . .	85
2.3 Der Modellwerkstoff für das Einfrierverfahren . . . . .	87
2.4 Die Durchführung des Einfrierverfahrens mit Araldit B . . . . .	93
2.4.1 Die Beherrschung der Randeffekt-Gefahr . . . . .	93
2.4.2 Herstellung der Modelle . . . . .	98
2.4.3 Die Belastungsvorrichtungen . . . . .	105
2.4.4 Der Einfrierversuch mit Eichversuch . . . . .	106
2.4.5 Das Herausarbeiten der Schnitte . . . . .	110
3 Das spannungsoptische Laboratorium . . . . .	111



4 Die Übertragung der Ergebnisse . . . . .	113
4.1 Strenge, erweiterte und angenäherte Ähnlichkeit . . . . .	113
4.2 Erweitertes statisches Ähnlichkeitsgesetz für den allgemeinen räumlichen Spannungszustand . . . . .	116
4.3 Erweitertes statisches Ähnlichkeitsgesetz für den ebenen Spannungszustand . . . . .	119
4.4 Erweiterte Ähnlichkeitsgesetze für Sonderprobleme . . . . .	120
4.4.1 Plattenbiegung . . . . .	120
4.4.2 Schalen . . . . .	121
4.4.3 Ebene Biegungsprobleme . . . . .	122
4.5 Die Wahl der Maßstäbe . . . . .	122
4.6 Abschätzung der Maßstabfehler (Übertragungsfehler) . . . . .	128

## Zweiter Teil: Besondere Verfahren

5 Übersicht über besondere Verfahren der Spannungsoptik . . . . .	132
5.1 Das Reflexionspolaroskop . . . . .	132
5.2 Das Oberflächenschicht-Verfahren . . . . .	135
5.2.1 Grundlagen . . . . .	135
5.2.2 Ausführungsformen . . . . .	137
5.2.3 Vollständige Auswertung . . . . .	138
5.2.4 Grenzen der Anwendbarkeit und Genauigkeit . . . . .	139
5.3 Besondere Verfahren zur vollständigen Auswertung des ebenen Spannungszustandes . . . . .	142
5.3.1 Ergänzung zum Schubspannungsdifferenz-Verfahren . . . . .	143
5.3.2 Andere Verfahren, die auf den Isochromaten und Isoklinen aufbauen . . . . .	143
5.3.3 Das Verfahren der mechanischen Messung der Dickenänderung . . . . .	147
5.3.4 Interferometrische Verfahren . . . . .	148
5.3.5 Verfahren der schiefen Durchstrahlung . . . . .	159
5.3.6 Ergänzung durch die elektrische Analogie . . . . .	160
5.3.7 Anbohrverfahren . . . . .	161
5.4 Einige Ergänzungen für die Praxis des Einfrierverfahrens . . . . .	161
5.4.1 Einfrierverfahren mit kleinen Verformungen: Isochromatenvervielfachung . . . . .	161
5.4.2 Modelle aus Teilen verschiedenen Elastizitätsmoduls . . . . .	164
5.4.3 Schrumpf- und Preßverbindungen . . . . .	166
5.4.4 Einfrieren von Gravitationsbeanspruchungen . . . . .	168
5.5 Das allgemeine optische Gesetz bei veränderlichem Spannungszustand . . . . .	169
5.5.1 Poincaré-Kugel . . . . .	169
5.5.2 $j$ -Kreis . . . . .	173
5.5.3 „Wulff-Netz“ . . . . .	174
5.5.4 Kontinuierlich veränderlicher Spannungszustand . . . . .	174
5.6 Räumliche Spannungsoptik ohne Einfrieren der Spannungen . . . . .	175
5.6.1 Das Zwischenschichtverfahren . . . . .	175
5.6.2 Modelle mit eingelagerten Spiegelschichten . . . . .	176
5.6.3 Untersuchung von Platten . . . . .	177
5.6.4 Untersuchung von Schalen . . . . .	184
5.6.5 Das Streulichtverfahren . . . . .	189
5.7 Dynamische Untersuchungen . . . . .	192
5.7.1 Zeitlich unveränderliche Zustände durch Zentrifugalkräfte . . . . .	192
5.7.2 Periodische Vorgänge . . . . .	192

5.7.3 Nichtstationäre Vorgänge . . . . . 193  
 5.8 Spannungsoptik jenseits der Elastizitätsgrenze (Photoplastizität) . . . 196  
 5.8.1 Ebener Spannungszustand . . . . . 197  
 5.8.2 Ebener Formänderungszustand . . . . . 204

**Dritter Teil: Anwendungen**

6 Praktische Anwendungen der Spannungsoptik . . . . . 206  
 6.1 Spannungen in Fundamenten . . . . . 206  
     6.1.1 Versuchsergebnisse . . . . . 208  
     6.1.2 Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . . 210  
 6.2 Plexiglashaube unter äußerem Überdruck . . . . . 210  
 6.3 Statische Berechnung eines Stahlbetonrahmens mit Hilfe der Momenten-  
     nullpunkte . . . . . 215  
 6.4 Der Spannungszustand in Zahnrädern . . . . . 219  
     6.4.1 Geradverzahnungen . . . . . 219  
     6.4.2 Schrägverzahnung . . . . . 223  
 6.5 Windscheibe eines Stahlbeton-Skelettbaus . . . . . 231  
 6.6 Pfeilerkopfmanschetten bei der Erneuerung der Trisannabrücke . . . 238  
     6.6.1 Versuch mit monolithischem Modell . . . . . 239  
     6.6.2 Versuch unter Annahme eines kleineren E-Moduls im Pfeiler . . 245  
 6.7 Untersuchung des Spannungszustandes an einer Stauwand mit Hilfe  
     eines Modells aus Gelatine . . . . . 248  
 6.8 Rohrverzweigung unter Innendruck . . . . . 252  
 6.9 Der Kraftfluß in einem Dieselmotorkolben . . . . . 258  
 6.10 Zungentellerfeder einer Automobilkupplung . . . . . 264  
 6.11 Untersuchung von Stahlbetonbauteilen durch bewehrte Modelle . . . 269  
 6.12 Nachprüfung des St. Venantschen Prinzips mit Hilfe der Spannungs-  
     optik . . . . . 276  
 6.13 Elastische Spannungszustände in Körpern mit ebenen Schnitten . . . 280

**Literatur**

Bücher über Spannungsoptik [a—q] . . . . . 284  
 Bücher über Spannungsanalyse, insbesondere experimentelle, mit Ab-  
     schnitten über Spannungsoptik [r—x] . . . . . 284  
 Kongreßberichte, Übersichtsartikel, Sammelbände u. ä. über Spannungs-  
     optik [y—ae] . . . . . 285  
 Einzelhinweise [1—193] . . . . . 285  
 Hochschulunterrichtsfilme über Spannungsoptik . . . . . 294  
 Bildquellen . . . . . 294

**Namenverzeichnis** . . . . . 294

**Sachverzeichnis** . . . . . 297