

Die Knickfestigkeit

Von

Dr.-Ing. Rudolf Mayer

Privatdozent an der Technischen Hochschule in Karlsruhe

Mit 280 Textabbildungen
und 87 Tabellen



Berlin

Verlag von Julius Springer

1921

Herausgegeben mit Unterstützung aus den Mitteln
der Karlsruher Hochschulvereinigung und der
Wissenschaftlichen Gesellschaft Freiburg i. Br.

ISBN 978-3-642-51287-2 ISBN 978-3-642-51406-7 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-51406-7

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen,
vorbehalten.

Copyright 1921 by Julius Springer in Berlin.

Vorwort.

Das vorliegende Buch verfolgt das Ziel, die Theorie der elastischen Stabilität, die sowohl im Maschinenbau wie namentlich im Eisenhochbau und im Brückenbau eine immer ausgedehntere Bedeutung erlangt hat, im Zusammenhang einerseits mit der praktischen technischen Anwendung, andererseits aber auch mit den bisher bekannt gewordenen Versuchen zur Darstellung zu bringen.

Bei dem Streit der Meinungen um das Wesentliche des Knickvorganges, der eine Zeitlang in der technischen Literatur ausgetragen wurde, erschien es mir notwendig, von vornherein schon bei dem grundlegenden Problem der lamina elastica, dessen Lösung bekanntlich zuerst Euler gab, die Knickgrenze als den Übergang aus dem Zustand des labilen elastischen Gleichgewichts in den des stabilen elastischen Gleichgewichts zu beschreiben und dieser Grenzscheide mechanische Analogien an die Seite zu stellen (§ 1 und § 11).

Wenngleich ein Teil der im II. Abschnitt beschriebenen Versuche heute vorwiegend nur noch historisch von Belang ist, so sollte doch auf ihre kurze Wiedergabe nicht ganz verzichtet werden, weil aus der Beschäftigung mit diesen Versuchen immerhin ein gutes Stück praktischer Erfahrung sich gewinnen läßt. Durch die Kármán'schen Versuche (§ 18) kann das Knickproblem des geraden Stabes als erschöpfend gelöst angesehen werden; es erschien daher, zumal die Tetmajerschen Formeln hiernach als überschüssig sicher sich erweisen lassen, nicht gewagt, die in § 17 hergeleitete Formel für Nickelstahl auf eine so spärliche Versuchsreihe zu gründen, wie die bisherige Literatur sie aufweist. Immerhin wäre bei der Wichtigkeit, die dieser Baustoff gerade jetzt bei der derzeitigen Steigerung der Spannweiten der Brücken mehr und mehr erlangen wird, eine Durchführung besonderer Versuche an Nickelstahlstäben erwünscht, wobei namentlich auch der Einfluß des Prozentgehaltes an Nickel auf die Knickgrenze zu prüfen wäre.

Die bei Anwendungen der Theorie stets schwierige Frage, welche Länge als freie Knicklänge in Betracht kommt, war vollständig nicht zu beantworten; die zahlreichen im § 24 behandelten Anwendungsbeispiele dürften indessen hier zur Heranbildung eines hinreichend sicheren Urteils auch für sonstige Aufgaben beitragen.

An manchen theoretischen Untersuchungen — wie z. B. den grundlegenden Untersuchungen Zimmermanns über das elastisch

gestützte Stabeck (§ 36), der strengen Berechnung offener Brücken (§ 42) sowie der Theorie der exzentrisch gedrückten Gliederstäbe (§§ 50, 51 und 52) — durfte die Darstellung nicht achtlos vorbeigehen. Wiewohl hier das Ergebnis der Theorie in einer mathematischen Form auftrat, die zu verwickelt war, um dem Konstrukteur zum unmittelbaren Gebrauch zu dienen, so ist doch das hier vermittelte Wissen kein unnützer Ballast. Ganz davon abgesehen, daß der Beschäftigung mit solchen Untersuchungen ein hoher erzieherischer Wert innewohnt, der bei der beispiellos raschen Entwicklung der heutigen Technik, die auf allen Gebieten immer wieder neue Lösungen zu finden heischt, doppelt hoch zu veranschlagen ist, wird durch diese Untersuchungen vor allem jene Kritik geweckt, die zur verständigen Anwendung der neben der strengen Theorie gebotenen Gebrauchsformeln unerlässlich vorhanden sein muß. Nichts ist wohl geeigneter, die Theorie in Mißkredit zu bringen, als die kritiklose Anwendung von Faustformeln und Berechnungsrezepten. Gerade weil technische Aufgaben der mathematischen Behandlung sehr oft erst dann wirklich zugänglich werden, wenn man unter Verzicht auf eine allumfassende Anwendbarkeit der zu gewinnenden Ergebnisse aus dem zu lösenden Problem seinen wesentlichen Kern herauschält, ist eine allzuweit getriebene Verfeinerung der Theorie oft ebenso bedenklich wie eine oberflächliche Anwendung fertiger Formeln.

Das Wesentliche herauszuschälen, das Belanglose aber außer acht zu lassen und einen klaren Einblick darein zu gewinnen, in welcher Weise die maßgebenden Größen ein technisches Problem beeinflussen, bedeutet für die Ingenieurkunst einen höheren Gewinn als die Aufstellung von Gesetzen von möglichst weitgehender mathematischer Schärfe, welche, ohne je eine technische Aufgabe bis in ihre letzten Feinheiten auszuschöpfen, die wirklichen Verhältnisse doch auch nur verzerrt widerspiegeln. Näherungsrechnungen wurden daher in vollem Umfange in die Darstellung einbezogen; ihre hervorragende Bedeutung zeigt sich namentlich bei im Grunde genommen so verwickelten Aufgaben wie der der Knicksicherheit offener Brücken oder von Gliederstäben, deren Lösung in vorbildlicher Form durch die Engesserschen Untersuchungen geboten wurde.

Das in § 55 mitgeteilte Verfahren der Berechnung von Gliederstäben mit Hilfe der „Wirkungsgrade“ darf, obwohl es der theoretischen Begründung entbehrt, doch durch die bereits erhebliche Zahl von Versuchen an gegliederten Druckstäben, die es ziemlich gut bestätigen, als hinreichend zuverlässig angesehen werden. Überhaupt befinden sich Theorie und Versuch auf dem vorliegenden Gebiete in ziemlich guter Übereinstimmung. Eine Mehrung der Versuche an gegliederten Druckstäben wäre immerhin noch erwünscht. Vor allem aber scheint hier eine weitergehende Systematik in der Anlage der Versuchsreihen noch zu fehlen. Die meisten Versuche erstreckten sich bisher auf die Untersuchung von Stäben, die für irgendeinen Bauzweck gebraucht waren oder gebraucht werden sollten. Versuche,

bei denen die die Knickgrenze bestimmenden Größen einzeln in zweckentsprechender Weise variiert wurden, fehlen bisher ganz. Bei den hohen Kosten, die diese Versuche erfordern, wäre auch der Übergang zum Modellversuch ernstlich in Erwägung zu ziehen.

Für die Vermittlung der sehr wertvollen Beobachtungen, die bei den vom „Board of Engineers“ für den Neubau der Quebecbrücke 1912 und 1913 durchgeführten Versuchen gemacht wurden, bin ich meinem Freunde Dr.-Ing. H. Grether besonderen Dank schuldig. Durch das Entgegenkommen des „Board“ konnten in §§ 63 und 64 diese sehr ergebnisreichen Untersuchungen zum ersten Male veröffentlicht und zugleich gezeigt werden, daß die Theorie auch diesen sehr ins Große gesteigerten Verhältnissen gerecht wird.

Die Drucklegung dieses Buches haben die Karlsruher Hochschulvereinigung und die Wissenschaftliche Gesellschaft der Universität Freiburg i. B. durch Bewilligung je einer finanziellen Unterstützung, welche die in den Zeitverhältnissen liegenden Schwierigkeiten überwinden half, in großherziger Weise ermöglicht. Auch die Verlagsbuchhandlung J. Springer hat durch ihr Entgegenkommen die Herausgabe der Arbeit in jeder Weise gefördert; sie hat für sorgfältigen Satz und gute Ausstattung alles getan. Es ist mir eine angenehme Pflicht, beiden Körperschaften wie auch dem Verlag an dieser Stelle für ihre Unterstützung danken zu dürfen.

Karlsruhe, Ende 1920.

Dr.-Ing. Rudolf Mayer.

Inhalt.

I. Abschnitt.

Theorie des geraden, vollwandigen Stabes bei unveränderlicher Stabkraft und unveränderlichem Querschnitt.

	Seite
§ 1. Die wahrnehmbaren Vorgänge, welche sich beim Druck- und Zugversuch an elastischen, geraden Stäben abspielen („Druck“ und „Knickung“)	1
§ 2. Angenäherte Berechnung der elastischen Linie prismatischer Stäbe bei exzentrischem Druck	5
§ 3. Die verschiedenen Knickfälle und der Geltungsbereich der Eulerschen Formeln	13
§ 4. Strengere Berechnung der elastischen Linie	18
§ 5. Einfluß kleiner Abweichungen des Stabes von der geraden Form	24
§ 6. Einfluß von Querbelastungen des Stabes	25
§ 7. Einwirkung der Schubkraft auf die Knickgrenze	28
§ 8. Knicken eines Stabes durch sein Eigengewicht	30
§ 9. Einige besondere Fälle des Knickens (Verbeulung)	33
§ 10. Der gerade Stab unter Wirkung von Druck und Torsion	35
§ 11. Der Knickvorgang vom Standpunkt der Theorie des Verzweigungsgleichgewichts	36

II. Abschnitt.

Der gerade, vollwandige Stab bei unveränderlicher Stabkraft und unveränderlichem Querschnitt außerhalb der Proportionalitätsgrenze (Versuche über Knickfestigkeit gerader, vollwandiger Stäbe).

§ 12. Die praktische Erfüllbarkeit der Voraussetzungen der Eulerschen Theorie	41
§ 13. Von Euler bis Hodgkinson	44
§ 14. Hodgkinsons Versuche	45
§ 15. Die Versuche von Bauschinger	50
§ 16. Die Untersuchungen von L. von Tetmajer und seine empirischen Formeln	55
§ 17. Knickformeln für Nickelstahl	63
§ 18. Die allgemeine Knickformel und die Versuche Kármáns	66
§ 19. Die Knickformeln von Strand	74
§ 20. Empirische Formeln	79
§ 21. Die Nietteilung zusammengesetzter Stäbe von vollwandigem Querschnitt	83
§ 22. Föppls Versuche über den Einfluß von Querschnittschwächungen	85
§ 23. Die Knicksicherheit der einzelnen Teile eines Vollwandstabes (Knicken der Stehbleche und Flanschen)	87
§ 24. Die freie Knicklänge und ihre Wahl bei gegebenen Systemen	102
§ 25. Bestimmung der Knickgrenze bei Versuchen	124

III. Abschnitt.

Der vollwandige Stab mit krummer Achse.

	Seite
§ 26. Die elastische Linie kreisförmiger Stäbe für kleine Deformationen	127
§ 27. Die Stabilität des geschlossenen Kreisrings bei konstantem äußerem Normaldruck	128
§ 28. Der Kreisbogen unter gleichförmigem Normaldruck	136
§ 29. Die Knicksicherheit des Zweigelenkbogens innerhalb der Tragwandebene	139
§ 30. Die Knicksicherheit eingespannter Bogenträger	147
§ 31. Die Knicksicherheit des steifen Dreigelenkbogens	149
§ 32. Der schlaife Dreigelenkbogen mit Versteifungsträger	156

IV. Abschnitt.

Der vollwandige Stab mit veränderlichem Querschnitt, veränderlicher Stabkraft, mit oder ohne elastische Querstützung.

A. Stäbe ohne elastische Stützung.

§ 33. Zwei Methoden zur Berechnung gerader Vollwandstäbe von veränderlichem Querschnitt und veränderlicher Stabkraft	161
§ 34. Der gelenkig befestigte Stab mit stetig veränderlichem Druck und Querschnitt	171
§ 35. Der eingespannte Stab mit konstantem Trägheitsmoment und veränderlichem Druck	176

B. Stäbe mit elastischer Stützung.

§ 36. Allgemeine Theorie des Stabzuges mit elastischer Querstützung	178
§ 37. Der stetig gestützte Stab mit gelenkig befestigten Enden bei stetiger (insbesondere parabolischer) Änderung von Druck und Trägheitsmoment	191

V. Abschnitt.

Die seitliche Knicksicherheit der Druckgurtungen offener Brücken.

§ 38. Allgemeine Bemerkungen zum Problem der Seitensteifigkeit von Brücken	197
§ 39. Berechnung der Querrahmenwiderstände	200
§ 40. Die Gurtung mit Kugelgelenken (Unterer Grenzfall für die Knicksicherheit)	209
§ 41. Kontinuierliche Gurtungen von unendlich großem Trägheitsmoment (Oberer Grenzfall für die Knicksicherheit)	216
§ 42. Elastische Gurtungen mit Halbrahmen (Strenge Berechnung der Knicksicherheit offener Brücken)	220
§ 43. Die Näherungsformeln von Engesser und seine Modellversuche	229
§ 44. Die Berechnung der Knicksicherheit offener Brücken bei Überschreitung der Proportionalitätsgrenze	245
§ 45. Ermittlung der wirtschaftlichsten Verstärkung offener Brücken mit Rücksicht auf die Knicksicherheit ihrer Druckgurtungen	251
§ 46. Die Knicksicherheit der Druckgurte offener Brücken mit sehr steifen Endrahmen (Bogenbrücken und Halbparabelträger)	255
§ 47. Die Knicksicherheit offener Fachwerkbogenbrücken	259
§ 48. Der Sicherheitsgrad	265

VI. Abschnitt.

Theorie der gegliederten Druckstäbe (Gitter und Rahmenstäbe).

§ 49. Allgemeine Bemerkungen über Gliederstäbe	273
§ 50. Der nur durch Diagonalen versteifte Gitterstab bei exzentrischer Belastung	278

	Seite
§ 51. Der durch Diagonalen und Pfosten versteifte Gitterstab bei exzentrischer Belastung	298
§ 52. Der exzentrisch belastete Rahmenstab	315
§ 53. Die Engesserschen Formeln für Gliederstäbe	341
§ 54. Das allgemeine Näherungsverfahren für Gliederstäbe von Engesser	357
§ 55. Das Engessersche Abschätzungs-Verfahren mittelst der Wirkungsgrade und die Krohnsche Formel	366
§ 56. Zusammenstellung der Gebrauchsformeln für Gliederstäbe	376
§ 57. Entwurf und Herstellung gegliederter Druckstäbe	381

VII. Abschnitt.

Versuche an gegliederten Druckstäben.

§ 58. Die Wiener Versuche	388
§ 59. Die Pariser Versuche	391
§ 60. Vergleichende Versuche der Gutehoffnungshütte an Flußeisen- und Nickelstahlstäben	394
§ 61. Versuche für den Verein deutscher Brücken- und Eisenbaufabriken, ausgeführt im Kgl. Materialprüfungsamt zu Großlichterfelde	399
§ 62. Versuche an Nickelstahlstäben für den Neubau der Quebecbrücke, durchgeführt im Jahre 1910	407
§ 63. Versuche an Flußeisenstäben für den Neubau der Quebecbrücke, durchgeführt im Jahre 1912	421
§ 64. Versuche an Flußeisen- und Nickelstahlstäben für den Neubau der Quebecbrücke, durchgeführt im Jahre 1913	458