DIE GRUNDLEHREN DER

MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN

IN EINZELDARSTELLUNGEN MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG DER ANWENDUNGSGEBIETE

GEMEINSAM MIT

W. BLASCHKE
HAMBURG

M. BORN
GÖTTINGEN

C. RUNGE †
GÖTTINGEN

HERAUSGEGEBEN VON

R. COURANT
GÖTTINGEN

BAND XXIX

VORLESUNGEN ÜBER DIFFERENTIALGEOMETRIE III

VON

WILHELM BLASCHKE

BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1929

VORLESUNGEN ÜBER

DIFFERENTIAL-GEOMETRIE

UND GEOMETRISCHE GRUNDLAGEN VON EINSTEINS RELATIVITÄTSTHEORIE

VON

WILHELM BLASCHKE

PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT HAMBURG

III

DIFFERENTIALGEOMETRIE DER KREISE UND KUGELN

BEARBEITET VON

GERHARD THOMSEN

PRIVATDOZENT DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT HAMBURG

MIT 68 TEXTFIGUREN

BERLIN

VERLAG VON JULIUS SPRINGER

1929

ISBN 978-3-642-50513-3 ISBN 978-3-642-50823-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-50823-3

SOFTCOVER REPRINT OF THE HARDCOVER 1ST EDITION 1929

Vorwort.

Dieser Band ist aus Vorlesungen entstanden, die mein Freund und Kollege *Thomsen* und ich in Hamburg gehalten haben. Die Darstellung und nähere Ausführung dieses Bandes geht allein auf Herrn *Thomsen* zurück.

Es handelt sich hier um die verschiedenen Arten der Kugelgeometrie, die sich alle einbauen lassen in die sogenannte *höhere Kugelgeometrie von Lie* und auf deren Boden systematisch zusammengefaßt werden können. Die allgemeine Kugelgeometrie liefert ein Beispiel zur Auseinandersetzung der Ideen von *Kleins Erlanger Programm,* das an Schlagkraft dem der projektiven Geometrie gleichwertig, ja, wenn man zu den schwierigeren Fragen der Differentialgeometrie übergeht, sogar überlegen erscheint. Besonders handelt es sich um die Darstellung der Inversionsgeometrie des Raumes (oder, wie wir sagen wollen, um die *Kugelgeometrie von Möbius*) und um die *Kugelgeometrie von Laguerre.* Diese letztere Gruppe ist heute für die Physik als Gruppe der speziellen Relativitätstheorie wichtig geworden. Von der Kugelgeometrie aus gewinnt man aber weiter auch Einblick in die verschiedenen Zweige der *nichteuklidischen Geometrie.* Endlich wird auch der Verwandtschaft der Kugelgeometrie von *Lie* mit der *projektiven Geometrie* Rechnung getragen. So findet sich die projektive Flächentheorie, wie sie insbesondere von *Fubini* und *Čech* begründet und vor allem in Italien gepflegt worden ist, in den §§ 90ff. von diesem Standpunkt aus in ihren Grundzügen entwickelt. So läßt sich wohl sagen, daß in den vorliegenden drei ersten Bänden die Differentialgeometrie der wichtigsten endlichen geometrischen Gruppen im wesentlichen enthalten ist.

Elementargeometrische Dinge der Kugelgeometrie, für die es wenigstens in deutscher Sprache keine leicht lesbare systematische Darstellung gibt, nehmen im folgenden einen breiten Raum ein. Die im engeren Sinn differentialgeometrischen Untersuchungen sind insbesondere in den Kapiteln III und VI—IX enthalten.

Wegen der Fülle und Vielgestaltigkeit des Stoffes war manche Beschränkung geboten. Fragen der „Differentialgeometrie im Großen" hat man auf unserem Gebiet eben erst zu behandeln begonnen und wir können davon nur eine Kostprobe bringen (§ 65). Fragen der komplexen Differentialgeometrie haben wir (von gewissen Übungsaufgaben abgesehen) ganz vermieden und uns ausschließlich auf Reelles beschränkt. Weiter haben wir mehrdimensionale Betrachtungen fast immer vermieden. Nur in Fällen, wo sie eine lohnende Einsicht in dreidimensionale Probleme gewähren (vgl. z. B. § 77) haben wir sie herangezogen.

Die vorkommenden Funktionen werden in der Regel als reell und regulär analytisch vorausgesetzt. Daß bei einer Benennung wie „benachbarte Punkte einer Kurve" ein Grenzübergang angedeutet ist, ist nicht jedesmal wieder besonders hervorgehoben worden.

An Vorkenntnissen werden nur die Anfangsgründe der projektiven Geometrie und etwa der Inhalt des dritten Kapitels des ersten Bandes dieser Vorlesungen benötigt.

Bei den Korrekturen sind wir wieder aufs freundlichste unterstützt worden, insbesondere durch die Herren *Berwald* (Prag), *Haack* (Danzig), *König* (Hamburg) und *Schatz* (Innsbruck). Ihnen allen wie der bewährten Verlagsbuchhandlung sei hierdurch nochmals gedankt.

Hamburg, im Dezember 1928.

Wilhelm Blaschke.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Kennzeichnende Eigenschaften der Abbildungen von *Möbius*, *Laguerre* und *Lie*.

1. Kapitel.

Stereographische Projektion und Geometrie von *Möbius* in der Ebene.

2. Kapitel.

Invarianten der Kreisgeometrie von *Möbius*.

3. Kapitel.

Kreisscharen, Kurven und Kurvennetze in der Geometrie von *Möbius* in der Ebene.

4. Kapitel.

Geometrie von *Laguerre* in der Ebene.

5. Kapitel.

Die Geometrie von *Lie* in der Ebene.

6. Kapitel.

Geometrie von *Lie*, *Möbius* und *Laguerre* im Raum.

7. Kapitel.

Flächentheorie in der Geometrie von *Möbius* und *Laguerre*.

8. Kapitel.

Kugelsysteme.

9. Kapitel.

Flächen- und Zyklidensysteme in der Geometrie von *Lie*.

Anhang.

Lebensbilder von *Möbius*, *Laguerre* und *Lie*.