BEGRÜNDUNG DER FUNKTIONENTHEORIE

AUF ALTEN UND NEUEN WEGEN

VON

DR. LOTHAR HEFFTER

PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT FREIBURG

ZWEITE WESENTLICH VERBESSERTE AUFLAGE

MIT 13 ABBILDUNGEN IM TEXT

SPRINGER-VERLAG

BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG

1960

ISBN-13: 978-3-540-02553-5 e-ISBN-13: 978-3-642-49164-1
DOI: 10.1007/978-3-642-49164-1

BRÜHLSCHE UNIVERSITÄTSDRUCKEREI GIESSEN

DEM ANDENKEN AN

WILHELM SÜSS

DEN AM 21. MAI 1958 ENTSCHLAFENEN FREUND
GEWIDMET

Vorwort

Unter „Begründung der Funktionentheorie" verstehen wir die auf möglichst elementarem Weg gewonnene Darstellung einer Funktion $f(z) \equiv u(x, y) + i v(x, y)$ von $z \equiv x + y i$ durch gewöhnliche Potenzreihen, wenn über $f(z)$ gewisse möglichst elementare Voraussetzungen gemacht werden. Diese können sehr verschiedener Art sein. Während aber wohl alle Lehrbücher der Funktionentheorie nur einen der beiden „klassischen" Wege verfolgen, bei denen die Existenz der Ableitung $f'(z)$ (GOURSAT) oder deren Existenz und Stetigkeit (CAUCHY) den Ausgangspunkt bildet, werden hier außer jenen beiden noch vier andere Wege bis zu dem genannten Endziel gebahnt. Einer von ihnen (MORERA 1901, § 26) wird hauptsächlich nur aus historischem Interesse durchgeführt. Die drei anderen rühren in der vorliegenden Gestalt vom Verfasser her und gehen von geringeren Voraussetzungen aus als GOURSAT, d. h. der Existenz von $f'(z)$. Nur einer von ihnen war schon in der Schrift „Kurvenintegrale und Begründung der Funktionentheorie", Springer-Verlag 1948, enthalten. Damit war von mir ein Wunsch erfüllt worden, in dem sich BOLZA, wie er mir erzählte, 1912 in London mit HILBERT begegnet war.

Wichtige Teile der Funktionentheorie beginnen erst *nach* der Begründung, wenn man also schon im Besitz der Potenzreihen für $f(z)$ ist. Auf diese Teile gehen wir nicht mehr ein, da wir ja nicht ein „Lehrbuch der Funktionentheorie", sondern gewissermaßen nur den *Anfang* eines solchen auf sehr verschiedenen Wegen liefern wollen.

Abschnitt A bringt *Vorkenntnisse*, die unmittelbar oder mittelbar wirklich benutzt werden, und zwar mit *Beweisen* der angeführten Sätze. Auch werde ausdrücklich betont, daß außer Kreisen keine *gekrümmten* ebenen Linien und über solche erstreckten Integrale bei uns auftreten. Durch diese beiden Umstände ist die vorliegende Schrift bereits für Studenten vom 2. Semester an lesbar.

Der *Hauptabschnitt B* bringt nach obigem sechs verschiedene ältere, neuere und ganz neue Eingänge in die Funktionentheorie. Der Anfänger möge zunächst § 25 und 26 überschlagen. Den gereiften Forscher aber werden namentlich die Kap. III—VII interessieren.

Abschnitt C stellt einen Beitrag zur *Geschichte der Begründung der Funktionentheorie* dar in Gestalt einer reichhaltigen, chronologisch geordneten Liste einschlägiger Originalliteratur, jeweils mit kurzen Inhaltsangaben. Auch dieser Abschnitt dürfte gerade den reiferen Leser interessieren.

Herrn Professor Dr. G. L. TAUTZ in Freiburg schulde ich herzlichen Dank für die kritische Durchsicht großer Teile des Manuskriptes der ersten Auflage und viele gute Ratschläge. — Ebenso dankbar bin ich Herrn Professor Dr. H. GERICKE in Freiburg, der die Korrekturen mitgelesen und auch dabei noch sehr viele wesentliche Verbesserungen veranlaßt hat. — Beiden Herren Kollegen schulde ich auch für ihre Hilfe bei der neuen Auflage herzlichen Dank.

Die *Abbildungen* hat, wie bei allen meinen Schriften der letzten Jahrzehnte, meine Frau, Dr. GERTRAUD HEFFTER, gezeichnet.

Freiburg i. B. 1959 LOTHAR HEFFTER

Inhaltsverzeichnis