
Methode der Dimensionsreduktion in Kontaktmechanik und Reibung

Valentin L. Popov · Markus Heß

Methode der Dimensionsreduktion in Kontaktmechanik und Reibung

Eine Berechnungsmethode im Mikro- und
Makrobereich

Valentin L. Popov
Institut für Mechanik, TU Berlin
Berlin, Deutschland

Markus Heß
Abt. IC Studienkolleg, TU Berlin
Berlin, Deutschland

ISBN 978-3-642-32672-1 ISBN 978-3-642-32673-8 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-32673-8

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Vieweg ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-vieweg.de

Es ist schwieriger, eine vorgefasste Meinung zu zertrümmern als ein Atom.

A. Einstein

Vorwort

Kontakt und Reibung sind Phänomene, die für unzählige technische Anwendungen von entscheidender Bedeutung sind. Gleichzeitig sind es Phänomene, deren theoretische Erfassung und numerische Simulation auf besondere Schwierigkeiten stoßen. Dieses Buch ist einer Methode gewidmet, welche zwei wichtige Klassen von Kontaktaufgaben soweit „trivialisiert“, dass sie für jeden Ingenieur-Studierenden des ersten Semesters, der über die elementaren mathematischen und physikalischen Kenntnisse verfügt, zugänglich werden. Gleichzeitig eröffnet sie die Möglichkeiten, Kontakt- und Reibungskräfte auf eine sehr einfache Weise in die numerischen Simulationen einzubinden.

Die „Trivialisierung“ geschieht mithilfe der Methode der Dimensionsreduktion, welche den Hauptgegenstand des Buches bildet. Diese Methode basiert auf einer Analogie zwischen bestimmten Klassen von dreidimensionalen Kontakten und Kontakten mit eindimensionalen elastischen oder viskoelastischen Bettungen. Dreidimensionale Kontakte werden im Rahmen der Methode der Dimensionsreduktion durch eine Reihe von eindimensional angeordneten elastischen oder viskoelastischen Elementen ersetzt. Dabei möchten wir streng hervorheben, dass dies *keine Näherung* ist: Bestimmte makroskopische Kontakteigenschaften stimmen *exakt* mit denen des dreidimensionalen Originals überein.

Die Methode der Dimensionsreduktion bietet die *zweifache* Reduktion: Zum einen wird ein dreidimensionales System durch ein eindimensionales ersetzt, zum anderen sind die resultierenden Freiheitsgrade des eindimensionalen Ersatzsystems unabhängig voneinander. Diese beiden Eigenschaften führen zu einer enormen Vereinfachung in der Handhabung von Kontaktaufgaben und einer qualitativen Beschleunigung von numerischen Simulationen.

Die Methode der Dimensionsreduktion zeichnet sich durch vier wesentliche Eigenschaften aus: sie ist *mächtig*, sie ist *einfach*, sie ist *bewiesen* und sie ist *konstraintuitiv*. Es fällt nicht leicht, sie zu akzeptieren. Jeder Fachmann in der Kontaktmechanik, der sich mit den detaillierten Beweisen der Methode noch nicht beschäftigt hat, wird sofort beurteilen, dass sie nicht funktionieren kann. Es scheint einer gesunden Intuition völlig zu widersprechen, dass ein System mit einer anderen räumlichen Dimension und dazu auch noch unabhängigen Freiheitsgraden ein dreidimensionales System mit räumlichen Wechselwirkungen korrekt wiedergeben kann. Und trotzdem funktioniert das! Wie und unter welchen Einschränkungen – diesen Themen ist dieses Buch gewidmet.

Beim Verfassen des Buches haben wir im Wesentlichen zwei Hauptziele verfolgt. Einerseits ging es uns um eine möglichst einfache Vermittlung der Handhabungsregeln der Methode. Andererseits wollten wir aber auch die wichtigsten Aussagen der Methode mit strengen mathematischen Beweisen belegen, damit auch der rigoroseste Kontaktmechaniker sich selbst von der Korrektheit der Methode überzeugen könnte. Wir haben versucht, diese zwei Ziele auseinander zu halten. Die Kapitel, in denen die Grundlagen der praktischen Handhabung der Methode erläutert werden (vor allem [Kap. 3](#), aber auch die darauffolgenden [Kap. 4](#), [5](#), [6](#) und [7](#) sowie das der Kontaktmechanik von rauen Oberflächen gewidmete [Kap. 10](#)), versuchten wir mit den Beweisen nicht zu überlasten. Es ist uns bewusst, dass uns das leider nicht an allen Stellen gelungen ist.

Die Methode der Dimensionsreduktion gibt vor allem dem Ingenieur ein praktisches Werkzeug in die Hand. Um die praktische Seite der Methode noch stärker zu unterstreichen, haben wir die meisten Kapitel mit zahlreichen Aufgaben versehen, welche zum besseren Verständnis der Handhabung der Methode und ihrer Anwendungsgebiete dienen sollen. Das Buch kann daher auch als ein Lehrbuch in einem tribologisch orientierten Studiengang benutzt werden.

Berlin, April 2013

Valentin L. Popov
Markus Heß

Danksagung

Dieses Buch wäre nicht ohne die tatkräftige Unterstützung unserer Kollegen am Institut für Mechanik der Technischen Universität Berlin entstanden. Einige Kapitel wurden in direkter Zusammenarbeit mit Kollegen geschrieben:

- Kapitel 6: Rollkontakt – zusammen mit R. Wetter
- Kapitel 7: Kontakt mit Elastomeren – zusammen mit S. Kürschner
- Kapitel 10: Normalkontakt mit rauen Oberflächen – zusammen mit R. Pohrt
- Kapitel 11: Reibungskraft – zusammen mit S. Kürschner
- Kapitel 12: Reibungsdämpfung – zusammen mit E. Teidelt
- Kapitel 13: Kopplung an eine makroskopische Dynamik – zusammen mit E. Teidelt
- Kapitel 14: Akustische Emission beim Rollen – zusammen mit M. Popov und J. Benad
- Kapitel 15: Kopplung an Mikroskala – zusammen mit R. Pohrt
- Kapitel 19: Anlage 3: Ersetzung der Materialeigenschaften mit Radoks Methode der Funktionalgleichungen – zusammen mit S. Kürschner

Für viele wertvolle Diskussionen sind wir unseren Kollegen und Gästen am Institut für Mechanik dankbar: A. Dimaki, A.E. Filippov, T. Geike, R. Heise, Q. Li, S.G. Psakhie, J. Starcevic, E. Teidelt, E. Willert. Einen ganz herzlichen Dank möchten wir Frau Dr.-Ing. J. Starcevic aussprechen für ihre umfangreiche Unterstützung beim Verfassen des Buches. Frau Ch. Koll danken wir für ihre Geduld bei der Erstellung von Bildern.

Berlin, im April 2013

Valentin L. Popov und Markus Hefß

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
1.1 Zielsetzung des Buches	1
1.2 Methode der Dimensionsreduktion als Bindeglied zwischen Mikro- und Makroskala	3
1.3 Struktur des Buches	4
Literatur	5
2 Separation der elastischen und der Trägheitseigenschaften in dreidimensionalen Systemen	7
2.1 Einführung	7
2.2 Quasistationarität	8
2.3 Elastische Energie als lokale Eigenschaft	9
2.4 Kinetische Energie als globale Eigenschaft	10
Aufgaben	14
Literatur	18
3 Normalkontaktprobleme mit rotationssymmetrischen Körpern ohne Adhäsion	19
3.1 Abbildung von dreidimensionalen Kontaktproblemen in eine Dimension: Die Grundidee	19
3.2 Regeln von Geike & Popov und Regeln von Heß für Normalkontaktprobleme	20
3.3 Allgemeine Abbildung rotationssymmetrischer Profile	25
3.4 Abbildung von Spannungen	28
3.5 Abbildung von nicht-rotationssymmetrischen Körpern	29
Aufgaben	29
Literatur	37
4 Normalkontakt mit Adhäsion	39
4.1 Einführung	39
4.2 Regel von Heß für den adhäsiven Kontakt rotationssymmetrischer Körper	40
4.3 Adhäsiver Kontakt und Griffith-Riss	41
	XI

4.4	Vollständige Reduktion des adhäsiven, elastischen Kontaktes	46
4.5	Musterbeispiel: Adhäsion einer Kugel mit überlagerter, radialer Welligkeit . . .	52
	Aufgaben	57
	Literatur	64
5	Tangentialkontakt	67
5.1	Einführung	67
5.2	Tangentialkontakt mit Reibung für parabolische Körper	68
5.3	Tangentialkontakt mit Reibung für beliebige rotationssymmetrische Körper	70
5.4	Abbildung von Spannungen im Tangentialkontakt	75
	Aufgaben	76
	Literatur	84
6	Rollkontakt	87
6.1	Abbildung des stationären Rollkontaktes	87
6.2	Regeln für die exakte Abbildung des Rollkontaktes	90
6.3	Shakedown und Kriechen in oszillierenden Rollkontakten	91
	Aufgaben	96
	Literatur	98
7	Kontakt mit Elastomeren	99
7.1	Einführung	99
7.2	Spannungsrelaxation in Elastomeren	100
7.3	Anwendung der Methode der Dimensionsreduktion auf viskoelastische Medien: Die Grundidee	102
7.4	Radoks Methode der Funktionalgleichungen	103
7.5	Formulierung der Reduktionsmethode für linear viskose Elastomere	106
7.6	Das allgemeine viskoelastische Materialgesetz	107
	Aufgaben	108
	Literatur	113
8	Wärmeleitung und Wärmeerzeugung	115
8.1	Wärmeleitfähigkeit und Wärmewiderstand	115
8.2	Temperaturverteilung bei punktförmiger Wärmequelle auf leitendem Halbraum	116
8.3	Die universelle Abhängigkeit von Leitfähigkeit und Kontaktsteifigkeit	118
8.4	Die Umsetzung stationärer Leitungsprozesse innerhalb der Reduktionsmethode	119
8.5	Wärmeproduktion und Temperatur im Kontakt elastischer Körper	122
8.6	Wärmeproduktion und Temperatur im Kontakt viskoelastischer Körper	124
	Aufgaben	125
	Literatur	130

9	Adhäsion mit Elastomeren	133
9.1	Einführung	133
9.2	Spannungskonzentration in der Nähe der Grenze eines adhäsiven Kontaktes	133
9.3	Deformationskriterium	135
9.4	Spannungskriterium	136
9.5	Adhäsiver Kontakt ohne Vorspannung	136
	Aufgaben	137
	Literatur	143
10	Normalkontakt mit rauen Oberflächen	145
10.1	Einführung	145
10.2	Zufällig raue, statistisch isotrope Oberflächen	146
10.3	Fraktale, selbst-affine Oberflächen	147
10.4	Generierung des äquivalenten 1D-Systems	149
10.5	Numerische Ergebnisse der Randlementemethode und der Reduktionsmethode	152
10.6	Selbstaffinität und Dimensionsreduktion	156
10.7	Kontaktmechanik von selbstaffinen Oberflächen für $-1 < H < 3$	157
10.8	Äquivalenz zwischen rauen selbst-affinen und rotationssymmetrischen Kontakten mit gleichem Hurst-Exponenten	160
	Aufgaben	162
	Literatur	167
11	Reibungskraft	169
11.1	Einführung	169
11.2	Energiedissipation in einem Elastomer mit linearer Rheologie	170
11.3	Reibungskraft zwischen einem starren, axialsymmetrischen Indenter und einem Elastomer	171
11.4	Die Halbraumnäherung	173
11.5	Berechnung der Reibungskraft mit einem konischen Indenter im Rahmen der Dimensionsreduktionsmethode	174
11.6	Korrekturkoeffizient bei der Umrechnung von 3D in 1D Profile	177
11.7	Kontakte zwischen rauen Oberflächen	180
11.8	Kontakt eines ebenen, glatten Elastomers mit einem durchschnittlich ebenen, rauen Körper	181
11.9	Kontakt zwischen einem rauen Elastomer und einer rauen starren Fläche	182
	Aufgaben	182
	Literatur	188
12	Reibungsdämpfung	189
12.1	Einführung	189
12.2	Dämpfung durch trockene Reibung	189

12.3	Dämpfung von Elastomeren bei Normaloszillationen	192
	Aufgaben	193
	Literatur	195
13	Kopplung an eine makroskopische Dynamik	197
13.1	Einführung	197
13.2	Hybridmodelle: Verzicht auf die Formulierung eines expliziten Reibgesetzes	197
13.3	Simulation eines Nanoantriebs	200
	Aufgaben	204
	Literatur	206
14	Akustische Emission beim Rollen	207
14.1	Einführung	207
14.2	Akustische Emission beim Rollen eines Rades – Analytische Lösung	208
14.3	Akustische Emission beim Rollen eines Rades – Dynamische Simulation	211
	Literatur	214
15	Kopplung an Mikroskala	215
15.1	Einführung	215
15.2	Nichtlineare Steifigkeit auf der „Mikroebene“	215
15.3	Kopplung mit der Mikroskala am Beispiel des Hertzschen Kontaktes	216
15.4	Kopplung mit der Mikroskala am Beispiel einer zufällig rauhen, fraktalen Oberfläche	217
	Literatur	219
16	Was weiter?	221
16.1	Einführung	221
16.2	Lineare Scans zur direkten Verwendung im eindimensionalen Ersatzmodell	221
16.3	Anisotropie: Lineare Scans in Bewegungsrichtung?	222
16.4	Kann die Methode der Dimensionsreduktion auch auf nicht zufällig raue Oberflächen angewandt werden?	223
16.5	Heterogene Systeme	224
16.6	Bruch und plastische Deformation in der Dimensionsreduktionsmethode	225
	Literatur	226

17	Anlage 1: Exakte Lösungen in drei Dimensionen für den Normalkontakt rotationssymmetrischer Körper	227
17.1	Einführung	227
17.2	Normalkontakt ohne Adhäsion	230
17.2.1	Eingliedrige Profilvorgabe – Potenzfunktion	231
17.2.2	Der Sonderfall des flachen zylindrischen Stempels	232
17.2.3	Superpositionsprinzip und mehrgliedrige Profilvorgabe	232
17.3	Normalkontakte mit Adhäsion gemäß verallgemeinerter JKR-Theorie	233
17.4	Die Abbildung von Spannungen	237
	Literatur	238
18	Anlage 2: Exakte Lösungen in drei Dimensionen für den Tangentialkontakt rotationssymmetrischer Körper	241
	Literatur	245
19	Anlage 3: Ersetzung der Materialeigenschaften mit Radoks Methode der Funktionalgleichungen	247
19.1	Einführung	247
19.2	Die Fundamentallösung für das linear viskose Materialmodell	247
19.3	Die Fundamentallösung für das linear viskose, inkompressible Materialmodell	251
19.4	Die Anwendung der Reduktionsmethode auf ein allgemeines lineares viskoelastisches Materialmodell	251
19.5	Vereinfachung: das inkompressible, viskoelastische Materialmodell	254
19.6	Vereinfachung: Approximation der Relaxationsfunktionen durch diskrete Modelle	255
	Literatur	255
20	Anlage 4: Bestimmung des 2D Leistungsspektrums aus 1D Scans	257
20.1	Einführung	257
20.2	Definitionen	257
20.3	Zusammenhang des 1D- und des 2D-Leistungsspektrums	258
20.4	1D und 2D Leistungsspektren für zufällig raue, selbst-affine Oberflächen	260
	Literatur	261
	Sachverzeichnis	263