

Eine Einladung in die Mathematik

Dierk Schleicher · Malte Lackmann
Herausgeber

Eine Einladung in die Mathematik

Einblicke in aktuelle Forschung

Aus dem englischen Original übersetzt von Bertram Arnold
sowie von Robin Stoll ("Wie man Diophantische Gleichungen löst")
und Marcel Oliver ("Regulär oder singular? Mathematische und numerische
Rätsel in der Strömungsmechanik") unter Mitwirkung der Herausgeber



Springer Spektrum

Herausgeber

Dierk Schleicher
Jacobs University
Postfach 750 561
28725 Bremen
Deutschland
dierk@jacobs-university.de

Malte Lackmann
Immenkorv 13
24582 Bordesholm
Deutschland
malte.lackmann@web.de

Übersetzung der englischen Ausgabe: *An Invitation to Mathematics. From Competitions to Research* von D. Schleicher und M. Lackmann (Hrsg.). Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. ISBN 978-3-642-19532-7

ISBN 978-3-642-25797-1

ISBN 978-3-642-25798-8 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-642-25798-8

Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Mathematics Subject Classification Codes (2010): 00-01, 00A09, 00A05

Springer Spektrum

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.springer-spektrum.de

Inhaltsverzeichnis

Vorwort: Was ist Mathematik?	vii
Günter M. Ziegler	
Willkommen!	ix
Eine Begrüßung durch die Herausgeber	
Struktur und Zufälligkeit der Primzahlen	1
Terence Tao	
Wie man Diophantische Gleichungen löst	9
Michael Stoll	
Vom Kindergarten zu quadratischen Formen	21
Simon Norton	
Kleine Nenner: Zahlentheorie in dynamischen Systemen	43
Jean-Christophe Yoccoz	
Sind IMO-Aufgaben wie Forschungsprobleme?	57
W. Timothy Gowers	
Sind Forschungsprobleme wie IMO-Aufgaben?	73
Stanislav Smirnov	
45 Jahre Graphentheorie	87
László Lovász	
Die Komplexität der Kommunikation	99
Alexander A. Razborov	
Zehnstellige Probleme	121
Lloyd N. Trefethen	

Regulär oder singular? Mathematische und numerische Rätsel in der Strömungsmechanik	141
Robert M. Kerr und Marcel Oliver	
Über die Hardy-Ungleichung	171
Nader Masmoudi	
Der Löwe und der Christ, und andere Verfolgungs- und Fluchtspiele	187
Béla Bollobás	
Drei mathematische Wettbewerbe	201
Günter M. Ziegler	
Komplexe Dynamik, die Mandelbrot-Menge und das Newton-Verfahren — oder: Von nutzloser und nützlicher Mathematik	213
Dierk Schleicher	

Vorwort: Was ist Mathematik?

Günter M. Ziegler

Dieses Buch ist eine Einladung in die Mathematik.

Aber *was ist Mathematik?* Diese Frage sucht nach einer Definition. Eine solche findet man etwa in der englischen Wikipedia. Ich übersetze:

Mathematik ist das Studium von Mengen, Struktur, Raum und Veränderung. Mathematiker suchen Muster, formulieren neue Vermutungen und leiten wahre Aussagen systematisch aus passend gewählten Axiomen und Definitionen ab.

Mengen, Struktur, Raum und Veränderung? Diese Worte stecken einen riesigen Bereich an Wissen ab — und werden dann mit einer sehr engen, mechanischen und ehrlich gesagt recht langweiligen Beschreibung davon abgeschlossen, „was Mathematiker machen“. Sollte „was Mathematiker machen“ wirklich Teil der Definition sein?

Die Definition der deutschen *Wikipedia* ist aus anderen Gründen interessant: sie betont, dass es keine Definition von Mathematik gibt, die allgemein akzeptiert wird.

Die Mathematik ist die Wissenschaft, welche aus der Untersuchung von Figuren und dem Rechnen mit Zahlen entstand. Für Mathematik gibt es keine allgemein anerkannte Definition; heute wird sie üblicherweise als eine Wissenschaft beschrieben, die selbst durch logische Definitionen geschaffene abstrakte Strukturen mittels der Logik auf ihre Eigenschaften und Muster untersucht.

Ist das eine gute Definition, eine zufriedenstellende Antwort auf die Frage „Was ist Mathematik“? Ich glaube nicht, dass man in der *Wikipedia* eine solche finden kann (ganz unabhängig von der Sprache). Viel wichtiger ist aber, dass man auch in den Lehrplänen für Mathematikunterricht vergeblich nach einer Antwort sucht. Selbst das berühmte Buch „Was ist Mathematik?“ von Richard Courant und Herbert Robbins kann keine zufriedenstellende Antwort liefern.

Vielleicht passt eine gute Definition einfach nicht in ein oder zwei Sätze. Ich behaupte sogar, dass eine einzige Antwort unmöglich ausreichen kann: Die Mathematik des 21. Jahrhunderts bildet einen riesigen und unglaublich vielseitigen Wissensschatz, der verschiedenste Forschungsgebiete vereint.

Günter M. Ziegler

Fachbereich Mathematik und Informatik, Freie Universität Berlin, Arnimallee 2, 14195 Berlin, Germany. E-mail: ziegler@math.fu-berlin.de

Man kann Mathematik daher auf die verschiedensten Arten erkunden — im Wettstreit bei nationalen und internationalen Wettbewerben, in jahrelanger Einzelarbeit (man denke an Andrew Wiles, der den großen Satz von Fermat bewies, oder Grigori Perelman, der die Poincaré-Vermutung zeigen konnte), über einer Tasse Kaffee bei einer Konferenz oder in massiver Zusammenarbeit im Internet (wie bei den von Michael Nielsen, Timothy Gowers, Terence Tao und anderen angestoßenen Polymath-Projekten).

Aber vielleicht hat die englische *Wikipedia* doch in einem Sinne recht: der Weg zur Wissenschaft Mathematik führt über die Menschen, die Mathematik betreiben. *Was ist Mathematik also für eine Erfahrung? Was bedeutet es, Mathematik zu machen?*

Dieses Buch ist eine Einladung in die Mathematik, die aus Beiträgen von führenden Mathematikern besteht. Viele von ihnen machten ihre ersten Schritte in die Mathematik, und in Richtung mathematische Forschung, bei Wettbewerben wie den Mathematikolympiaden — eine der vielen Möglichkeiten, Begeisterung für Mathematik zu entwickeln. Dieses Buch soll eine Verbindung zwischen der „gezähmten“ Schul- und Wettbewerbsmathematik und der „wilden“ und „freien“ Mathematik bilden, die in der Forschung untersucht wird. Als früherer Schüler, erfolgreicher Teilnehmer an Wettbewerben wie der IMO und als Universitätsprofessor, der versucht, der Öffentlichkeit Mathematik näher zu bringen, habe ich alle diese Arten von Mathematik kennengelernt, und bin daher gespannt auf dieses Buch und die Brücken, die es baut.

Ausgangspunkt dieses Buchs war die 50. Internationale Mathematikolympiade, die 2009 in Bremen stattfand, genauer gesagt eine Veranstaltung, die ich (gemeinsam mit Martin Grötschel) moderieren durfte. Bei dieser wurde mehreren IMO-Goldmedaillisten und anderen Mathematikern ersten Ranges eine Bühne gegeben, um über die Mathematik zu reden, die sie betrieben, die sie betreiben und die sie interessiert. All dies spiegelt sich in diesem Buch wider: es enthält einige Vorträge von der IMO-Veranstaltung sowie andere Facetten der mathematischen Forschung. Es wurde mit bewundernswerter Sorgfalt, Energie und Liebe zum Detail von Dierk Schleicher (einem der Hauptorganisatoren der 50. IMO in Bremen) und Malte Lackmann (einem erfolgreichen dreimaligen IMO-Teilnehmer) zusammengestellt und von Bertram Arnold ins Deutsche übersetzt. Ich möchte allen dreien für dieses Werk danken, das ich als Anfang einer Antwort auf die Frage „Was ist Mathematik“ sehe — und jetzt ein informatives, amüsantes und (im wahren Sinne des Wortes) *attraktives* Lesevergnügen wünschen.

Berlin, Mai 2012

Günter M. Ziegler

Willkommen!

Eine Begrüßung durch die Herausgeber

Liebe Leser,

wir freuen uns, dass ihr unsere *Einladung in die Mathematik* angenommen habt. Es ist eine gemeinsame Einladung von einigen der international führenden Mathematiker zusammen mit uns, den Herausgebern. Die vierzehn Beiträge in diesem Buch sind von sehr verschiedenen Persönlichkeiten auf sehr unterschiedliche Art und Weise geschrieben worden, aber wir alle haben eines gemeinsam: wir haben eine Leidenschaft für die Mathematik, wir sind gerne Mathematiker und wir würden uns freuen, unsere Begeisterung für das Fach mit euch, unseren Lesern, zu teilen.

Für wen wurde dieses Buch geschrieben? Dieses Buch wurde für alle geschrieben, die Interesse an Mathematik haben — ja, genau für Leute wie dich! Vor allem haben wir dabei junge Leute im Kopf, die am Ende der Schulzeit oder am Beginn des Studiums stehen und die Mathematik in der Schule (und vielleicht in Mathematikwettbewerben) kennen und schätzen gelernt haben. Die Mathematik hat viele verschiedene Gesichter: Schulmathematik ist etwas anderes als die Mathematik, die man bei Wettbewerben betreibt, und Forschungsmathematik steht noch einmal auf einem ganz anderen Blatt. Aber natürlich gibt es auch viele Ähnlichkeiten — schließlich handelt es sich immer um Mathematik!

Die Idee dieses Buches ist, dass professionelle Forschungsmathematiker den Teil der Mathematik, in dem sie sich auskennen und in dem sie exzellente Arbeit leisten, auf einladende Weise beschreiben und unseren Lesern nahebringen. Wir haben uns große Mühe gegeben, auf euch Leser Rücksicht zu nehmen und die Beiträge so zu schreiben, dass sie — größtenteils — für talentierte und, was wichtiger ist, interessierte Schüler oder junge Studenten zugänglich sind. Wir denken ganz besonders auch an Mathematiklehrer, von denen wir hoffen, dass sie unsere Einladung so spannend finden, dass sie vielleicht den einen oder anderen Aspekt an ihre Schüler weitergeben; und natürlich hoffen wir auch darauf, dass auch aktive Forschungsmathematiker

dieses Buch gerne lesen werden, da es eine Möglichkeit darstellt, interessante mathematische Einsichten und Denkweisen kennenzulernen, die vielleicht außerhalb ihres eigenen Spezialgebiets liegen. Wir selbst können versichern, dass wir während der Arbeit an diesem Buch sehr viel gelernt haben!

Vierzehn Einladungen in die Mathematik. Wie man beim Lesen des Buchs schnell bemerkt, sind die vierzehn individuellen Einladungen, die es enthält, genauso verschieden wie die Persönlichkeiten ihrer Autoren und deren mathematische Geschmäcker und Vorlieben: Mathematik bietet Platz für sehr verschiedene Menschen. Die vierzehn Einladungen sind unabhängig voneinander geschrieben und wir stellen uns nicht vor, dass sie in ihrer vorgegebenen Reihenfolge gelesen werden, sondern eher, dass ihr das Buch durchblättert, mit dem Beitrag startet, der euch auf den ersten Blick am meisten zusagt und dann in eurer eigenen Reihenfolge weitermacht — ein bisschen wie der „Zufalls-Weg“ auf dem Buchumschlag, der die Bilder aus den verschiedenen Beiträgen verbindet. (Bei der Ordnung der Beiträge haben wir versucht, Beiträge über verwandte Themen nah zueinander zu bringen, aber es hätte natürlich auch viele andere Möglichkeiten gegeben.) Wenn ihr bei einer bestimmten Einladung feststeckt, kann es eine gute Idee sein, einfach mit einer anderen weiterzumachen. Es kann gut passieren, dass ihr merkt, dass die Beiträge, die ihr zuerst schwierig fandet, mit der Zeit einfacher und auch schöner werden: das mag daran liegen, dass ihr in der Zwischenzeit mehr Mathematik gelernt habt, aber auch einfach daran, dass ihr etwas Zeit hattet, die Erkenntnisse zu verdauen. In der Tat sind die meisten Beiträge Einladungen zum aktiven Lesen und zum aktiven Mit-Denken: Denken ist schließlich das, was die meisten von uns während ihrer Arbeitszeit hauptsächlich machen.

Gerade haben wir euch geraten, mit den Einladungen anzufangen, die euch auf den ersten Blick am interessantesten erscheinen. Genauso möchten wir euch aber auch ermutigen, das ganze breite Spektrum an Mathematik zu benutzen, das dieses Buch bietet. Es mag sein, dass ihr in der Schule oder bei Wettbewerben Vorlieben für einen Teil der Mathematik oder Abneigungen gegen einen anderen entwickelt habt. Wir denken aber, dass es ungesund ist, sich zu früh auf einen bestimmten Teil der Mathematik zu spezialisieren, bevor man die Schönheit der anderen Teile und die Reichweite und Vielfalt der gesamten Mathematik kennengelernt hat. Wir haben oft mit jungen Studenten gesprochen, die sich sicher waren, in Gebiet X arbeiten zu wollen und sich weigerten, ihre Bildung auf anderen Gebieten voranzutreiben, und haben ihnen geraten, etwas Hintergrund in den Bereichen Y und Z zu erlangen. Oft stellte sich heraus, dass diese Bereiche gar nicht so langweilig waren, und am Ende ihres Studiums entschieden sich die Studenten, ihre Forschung in Gebiet Y oder Z' zu betreiben — oder auch Ω . Und selbst für diejenigen, die, nachdem sie verschiedene Zweige der Mathematik erkundet hatten, wieder zu ihrem früheren Lieblingsbereich zurückgekehrt sind, kann es nur gut sein, ihren mathematischen Horizont so breit wie möglich gestaltet zu haben. Denn in der modernen Mathematik gibt es immer mehr Verbindungen zwischen verschiedenen Gebieten, die sich vor einiger Zeit auseinanderzubewegen

schienen. Dies kann man an den Beiträgen unseres Buches gut sehen: viele Beiträge behandeln (scheinbar) sehr verschiedene Aspekte der mathematischen Forschung und zeigen überraschende Verbindungen zwischen ihnen. Es gibt viele Gemeinsamkeiten zwischen den einzelnen Beiträgen, so dass ihr oft den Eindruck haben werdet, dieselben Ideen in sehr verschiedenen Zusammenhängen anzutreffen. (Wir erzählen euch jetzt aber nicht, an welche Gemeinsamkeiten wir denken — findet sie ruhig selber!)

Zusammenfassend kann man sagen: Der Titel dieses Buches ist *nicht* „Vierzehn Einladungen in die Mathematik“, und wir hoffen, dass ihr einen Einblick in die Mathematik erhalten könnt, der so viel Breite und Vielfalt hat, wie es uns möglich war, zwischen die Deckel dieses Buches zu bekommen. (Natürlich ist die Mathematik selbst noch viel breiter, und wir hätten gern noch etliche weitere Beiträge. Wenn ihr glaubt, dass ein wichtiger Aspekt der Mathematik fehlt, oder dass wir eine bestimmte Person übersehen haben, die eine weitere Einladung zur Mathematik hätte beitragen sollen, lasst es uns bitte wissen — und helft uns, diese Person zu überzeugen, ihre Einsichten für die nächste Auflage dieses Buchs beizusteuern!)

Der Ursprung des Buchs. Dieses Buch wurde von der 50. Internationalen Mathematik-Olympiade inspiriert, die 2009 in Bremen stattgefunden hat. Beide von uns waren an der Olympiade beteiligt: der eine als einer der Hauptorganisatoren, der andere als Teilnehmer.

Ein Höhepunkt dieser Olympiade war die Zeremonie zur Feier des 50. IMO-Geburtstags, zu der sechs der weltweit führenden Forschungsmathematiker eingeladen wurden, die alle persönliche IMO-Erfahrung hatten: Béla Bollobás, Timothy Gowers, László Lovász, Stanislav Smirnov, Terence Tao und Jean-Christophe Yoccoz. *Alle sechs nahmen unsere Einladung an!* Sie hielten wundervolle Vorträge und wurden von den IMO-Delegationen wie Filmstars gefeiert. Wir haben versucht, den IMO-Teilnehmern ausgiebige Möglichkeiten einzurichten, mit den Ehrengästen in Kontakt zu kommen. Die Veranstaltung wurde für uns alle zu einem spannenden Erlebnis, das viele bleibende Erinnerung schaffte. Wir hoffen, dass dieser Geist der persönlichen Interaktion und Einladung auch in den einzelnen Einladungen in diesem Buch durchscheint.

Neben den Beiträgen der genannten Ehrengästen haben drei weitere Beiträge ihre Wurzeln in der IMO 2009: an drei Abenden während der Olympiade, als die Lösungen der Schüler gerade korrigiert wurden, boten wir ihnen mathematische Vorträge an (gehalten von Michael Stoll, Marcel Oliver und Dierk Schleicher). Ein weiterer Beitrag (von Alexander Razborov) hat seinen Ursprung in einer Vorlesungsreihe bei der „Summer School on Contemporary Mathematics“ in Dubna bei Moskau im Jahr 2009. Trotz dieser unterschiedlichen Ursprünge sind alle Beiträge eigens für dieses Buch verfasst worden (frühere Versionen der Beiträge von Bollobás, Gowers, Lovász, Smirnov, Tao und Yoccoz sind im Bericht über die 50. IMO erschienen).

Dieses Buch wurde zwar von den Erlebnissen auf der 50. IMO inspiriert, geht aber viel weiter als diese einzelne Veranstaltung, so spannend sie auch war, und versucht, dauerhafte Brücken zwischen Schulen, Wettbewerben und

mathematischer Forschung zu bauen. József Pelikán, der damalige Vorsitzende des IMO Advisory Boards, hat die folgende Metapher geprägt: Wenn Forschungsmathematik wie die Tierwelt in der Wildnis ist, dann ist das Lösen von Olympiade-Aufgaben wie die Tiere in einem Zoo — selbst wenn sie als Tiere der Wildnis verkauft werden, sind sie doch in einem sehr engen Käfig gefangen. Kein Löwe kann seine ganze Stärke und Pracht in einem kleinen Gehege zeigen, genau wie die ganze Schönheit der Mathematik sich in den starren Grenzen der Wettbewerbsregularien nicht entfalten kann. Für junge Menschen, die bei Wettbewerben erfolgreich gewesen sind, ist es wichtig zu lernen, diesen Mikrokosmos zu verlassen und neue Herausforderungen in der realen mathematischen Wildnis zu meistern.

Etwas Werbung machen für die Mathematik? Wir haben darüber nachgedacht, diese Einleitung dazu zu nutzen, Werbung für die Mathematik zu machen, inklusive der üblichen Formulierungen darüber, wie wichtig Mathematik ist und wie große Teile unserer Kultur auf mathematischem Denken beruhen. Schließlich haben wir uns dagegen entschieden, da wir denken, dass unsere Leser nicht mehr überzeugt werden müssen und dass die Einladungen von sich aus für die Schönheit und den Wert der Mathematik sprechen. Allerdings sind wir uns bewusst, dass viele Studenten Eltern oder andere wohlmeinende Ratgeber haben, die ihnen sagen, sie sollten lieber etwas studieren, mit dem sie eines Tages ordentlich Geld verdienen können und sichere Berufsaussichten haben. All diesen Zweiflern wollen wir sagen, dass es unsere ausdrückliche Meinung ist, dass junge Menschen in dem Bereich am erfolgreichsten sind, der ihnen am meisten Spaß macht, weil dies der einzige Bereich ist, in dem sie ihr ganzes Potential entwickeln können. Eltern¹, bitte habt keine Angst: alle Studenten aus allen Ländern der Welt, die Mathematiker werden wollten und denen wir geraten haben, ihre Ziele trotz der Bedenken ihrer Eltern weiterhin zu verfolgen, waren erfolgreich in ihrem Gebiet, sei es in der akademischen Welt, in der Industrie oder in der Businesswelt, und niemand von ihnen ist arbeitslos geworden.

Was dieses Buch zu etwas Besonderem macht. Zuallererst sind natürlich unsere Autoren einige der weltweit herausragenden Forschungsmathematiker, die einige ihrer Einblicke mit euch, unseren Lesern, teilen. Dieses Buch versucht, Brücken zu schlagen zwischen aktiven Forschungsmathematikern und jungen Studenten; an seiner Erstellung hat ein Team aus vielen verschiedenen Menschen von beiden Seiten der Brücke mitgearbeitet: Autoren, Herausgeber und Testleser.

¹ Zusätzliche Informationen zur Beruhigung von Eltern: Vor drei Jahren hat das *Wall Street Journal* ein Ranking von 200 Jobs nach den folgenden fünf Kriterien veröffentlicht: Arbeitsumfeld, Einkommen, Jobaussichten, körperliche Belastung und Stress. Die untersuchten Berufe umfassten so verschiedene Tätigkeiten wie Programmierer, Filmtechniker, Physiker, Astronom und Holzfäller. Und was sind die drei „besten“ Berufe? In dieser Reihenfolge: Mathematiker, Aktuar und Statistiker. Alle drei Jobs basieren auf einer intensiven mathematischen Ausbildung. (Quelle: <http://online.wsj.com/article/SB123119236117055127.html>.)

Wir haben es unseren Autoren wahrhaftig nicht leicht gemacht, ihre Beiträge zu schreiben: Wir haben uns in unserer Herausgebere Tätigkeit an Timothy Gowers orientiert, der im Vorwort zum *Princeton Companion to Mathematics* von „aktivem interventionistischem Herausgeben“ (active interventionist editing) schreibt. Alle Beiträge wurden sorgfältig von uns und einem Team junger Testleser aus der Zielgruppe des Buches gelesen, und die Autoren und wir haben alles zu verbessern versucht, was nicht gut verständlich war. So hoffen wir, dass die Beiträge, die für unsere Leser verständlich *sein sollten*, es auch tatsächlich *sind*; die einzige Möglichkeit, dies sicherzustellen, war, viele Testleser zu beteiligen, und genau das haben wir getan.

Diese Vorgehensweise hatte zahlreiche und substantielle Änderungswünsche in den meisten Beiträgen zur Folge. Alle Autoren akzeptierten diese Wünsche, und viele waren sehr erfreut über das Feedback, das sie von uns erhielten. Ein Autor, der anfangs etwas skeptisch über diesen Prozess gewesen war, schrieb uns: „Ich bin sehr beeindruckt von der Qualität der Arbeit, die sie gemacht haben — sie übertrifft bei weitem das normale Niveau an Gutachten, die ich in allen drei Eigenschaften der wissenschaftlichen Begutachtung (als Herausgeber, als Autor und, naja, selber als Gutachter) gesehen habe“. Im Vorwort zu seinem *Princeton Companion* schreibt Timothy Gowers: „Wenn man daran denkt, dass interventionistisches Herausgeben dieser Art in der Mathematik selten ist, so kann ich mir kaum vorstellen, dass das Buch nicht in einer positiven Art und Weise ungewöhnlich wird“. Bei allem angemessenen Respekt hoffen wir, dass dies zu einem gewissen Grad auch auf unser Buch zutrifft, und dass unsere Leser das Ergebnis der Bemühungen der Autoren und des Herausgeberteams begrüßen werden.

Wir möchten dieses *Willkommen* mit Zitaten von zweien der Testleser abschließen: „Ich hätte vorher nicht gedacht, dass Thema XY spannend sein könnte; naja, kann es anscheinend doch sein...“. Ein anderes Zitat zu einem anderen Beitrag: „Ich fand diesen Text sehr interessant zu lesen; und das hat wirklich etwas zu bedeuten, da ich eigentlich dachte, dass mich dieses Gebiet nicht sehr interessiert!“

Wir wollen euch ermutigen, unser Buch in genau diesem Geiste zu lesen!

Bonn; Bremen und Ithaca/NY, Mai 2012

Malte Lackmann Dierk Schlicher

Malte Lackmann und Dierk Schlicher

Danksagungen. Zunächst sind wir den Autoren unserer *Einladung in die Mathematik* tiefen und aufrichtigen Dank schuldig. Wir haben nicht nur ihre Bereitschaft, Beiträge für das Buch zu schreiben und damit ihre persönlichen Einsichten zu teilen, sehr zu schätzen gelernt, sondern auch die positive Einstellung, mit der sie unseren zahlreichen Verbesserungswünschen entgegengetreten sind. Wir glauben und hoffen, dass auch unsere Leser davon profitieren werden. Wir hatten außerdem etliche „Testleser“, die geduldig und sorgfältig mehrere oder sogar alle der Einladungen gelesen haben und dadurch mitgeholfen haben, ein deutlich besseres Buch zu produzieren. Einige der Autoren haben uns gebeten, ihnen ihre ausdrückliche Wertschätzung für ihre Hingabe und Sorgfalt bei dieser Arbeit zu überbringen, und wir tun dies sehr gerne. Unsere aktivsten Testleser waren Alexander Thomas, Bertram Arnold und Kęstutis Česnavičius, aber viele weitere Schüler und Studenten lasen einen oder mehrere Beiträge und gaben wertvolles Feedback, so unter anderem Bastian Laubner, Christoph Kröner, Dima Dudko, Florian Tran, Jens Reinhold, Lisa Sauermann, Matthias Görner, Michael Meyer, Nikita Selinger, Philipp Meerkamp und Radoslav Zlatev sowie unsere Kollegen und Freunde Marcel Oliver und Michael Stoll. Wir möchten außerdem Jan Cannizzo danken, der uns für die englische Version bei sprachlichen Unklarheiten zur Seite stand und einige Beiträge im Bezug auf die Sprache auch vollständig überarbeitete; unsere Autoren haben uns eigens gebeten, ihm aufrichtig zu danken.

Wir sind Clemens Heine vom Springer Verlag außerordentlich dankbar für seine unermüdliche inhaltliche und moralische Unterstützung in welcher Situation auch immer; es ist sicherlich keine leere Phrase, wenn wir sagen, dass dieses Buch ohne seine stetige Unterstützung nicht entstanden wäre. Es war auch ein Vergnügen, mit Frank Holzwarth vom Springer Verlag zusammenzuarbeiten, der all unsere LaTeX-Probleme innerhalb von Sekunden löste.

Bei der Übersetzung ins Deutsche gab es wieder eine Gruppe von Testlesern, die uns diesmal vor allem auf inhaltliche Fehler bei der Übertragung sowie auf sprachliche Ungeschliffenheiten hingewiesen haben. Wir danken hierfür Alicia von Schenk, Bastian Laubner, Bernhard Reinke, Danial Samsi, Daniel Brüggemann, Fabian Henneke, Florian Schweiger, Jens Reinhold, Lisa Sauermann, Marvin Meister, Matthias Görner, Michael Meyer, Michael Rothgang, Michael Schubert, Michael Thon, Robin Stoll und Stephanie Schiemann.

Dankende Anerkennung gilt auch dem Rat und den Vorschlägen, die uns viele Kollegen mitgeteilt haben, unter ihnen Béla Bollobás, Timothy Gowers, Martin Grötschel und vor allem Günter Ziegler. Wir danken auch allen, die die IMO 2009 zu einem Erfolg und einem inspirierenden Ereignis gemacht haben, vor allem unseren Freunden und Kollegen aus dem Lenkungskreis: Anke Allner, Hans-Dietrich Gronau, Hanns-Heinrich Langmann und Harald Wagner. Außerdem hatte die IMO 2009 ein großes Team von aktiven Helfern: Koordinatoren, Guides, Freiwillige und viele mehr — nicht zu vergessen sind auch die vielen Sponsoren! Wir möchten ihnen allen gerne danken.

Schließlich dankt M.L. allen, die das Jahr in Bremen möglich und vor allem zu so einer schönen Zeit gemacht haben.

D.S. dankt seinen Studenten und Kollegen für ihr Verständnis während der Arbeit an diesem Buch. Und natürlich danke, Anke und Diego, für eure Unterstützung und euer Verständnis, und dafür, dass ihr bei mir seid.

Wir beide danken unserem Freund und Übersetzer, Bertram Arnold, der sich — nach konstruktiver Mitarbeit am englischen Original — mit viel Geduld und Kompetenz der Aufgabe gestellt hat, dieses Buch und seine Einladungen mathematisch und stilistisch ins Deutsche zu übersetzen.