

Signale und Systeme:
Theorie, Simulation, Anwendung

Ottmar Beucher

Signale und Systeme: Theorie, Simulation, Anwendung

Eine beispielorientierte Einführung
mit MATLAB

Mit 115 Beispielen, 158 Übungsaufgaben
und 147 MATLAB-Programmen

 Springer

Prof. Dr. Ottmar Beucher
Hochschule Karlsruhe – Technik und Wirtschaft
Fakultät Maschinenbau und Mechatronik
Moltkestr. 30
76133 Karlsruhe
Deutschland
ottmar.beucher@hs-karlsruhe.de

Zusatzmaterialien finden Sie unter <http://extras.springer.com/2011/978-3-642-20293-3>

ISBN 978-3-642-20293-3 e-ISBN 978-3-642-20294-0
DOI 10.1007/978-3-642-20294-0
Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandentwurf: WMXDesign GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Vorwort

Das vorliegende Werk ist aus einer grundlegenden Überarbeitung und Erweiterung der Skripte der Vorlesung *Signale und Systeme* entstanden, die der Autor seit dem Jahre 1996 an der Fakultät Maschinenbau und Mechatronik der *Hochschule Karlsruhe - Technik und Wirtschaft* für Studierende im Studiengang „Fahrzeugtechnologie“ hält.

Studierenden der Ingenieurwissenschaften, vorwiegend des Maschinenbaus, der Mechatronik und der Elektrotechnik, sollen damit theoretische und praktische Grundlagen im Bereich der Systemtheorie und der Signalanalyse nahe gebracht werden. Diese Grundlagen sind wesentlich für das Verständnis der Regelungstechnik, der Signalverarbeitung, der Messtechnik und ähnlicher informationsverarbeitender ingenieurwissenschaftlicher Disziplinen.

Dieser Ansatz bedingt trotz aller Beispiel- und Anwendungsorientiertheit auch eine mathematisch formulierte Darstellung der Inhalte, die sich verständlicherweise bei Ingenieurstudenten und Ingenieuren in der Praxis nicht allzu großer Beliebtheit erfreut.

Statt nun jedoch deshalb die mathematisch basierte Darstellung zu Gunsten einer (nach Ansicht des Autors fragwürdigen) kochrezeptartigen Darstellung aufzugeben, wird der Versuch unternommen, die Darstellung der oft mathematisch anspruchsvollen Sachverhalte durch geeignete Beispiele, umfangreiche sprachliche Erläuterungen und den Einsatz von Simulationen unter MATLAB/Simulink verständlicher zu gestalten. Auf Herleitungen dieser Sachverhalte wird dabei nicht gänzlich verzichtet. Jedoch wird hierauf nur dann eingegangen, wenn es dem Autor zur Klärung systemtheoretischer Aspekte sinnvoll erscheint.

Da auf diese Weise mathematisch in vertretbarem Maße (hoffentlich) „entschärft“, setzt der vermittelte Stoff letztendlich fast nur Kenntnisse in Ingenieurmathematik voraus, wie sie üblicherweise im Grundstudium an Fachhochschulen und Universitäten vermittelt werden. Damit sollten auch die mathematischen Herleitungen und Darstellungen ohne weiteres zu bewältigen sein. Ferner werden Grundkenntnisse der heute in der industriellen Praxis weit verbreiteten numerischen Simulationswerkzeuge MATLAB[®] und Simulink[®] vorausgesetzt [1].

Fast jeder Abschnitt des Buches schließt mit Übungsaufgaben ab, deren Lösungen in einem gesonderten *Lösungsband* zur Verfügung stehen. Des Weiteren können die im Buch und im Lösungsband verwendeten Programme der MATLAB/Simulink-Begleitsoftware über die Buchseite auf der Homepage des Springer-Verlags

<http://extras.springer.com/2011/978-3-642-20293-3>

heruntergeladen werden.

Das Buch ist in fünf Kapiteln organisiert.

Im ersten Kapitel werden einige praxisnahe Anwendungsbeispiele zitiert, um daran anschließend grundlegende Fragestellungen um die zentralen Begriffe des *Signals* und des *Systems* herum klar zu machen.

Das zweite Kapitel befasst sich mit der Beschreibung *analoger* Signale und Systeme. Besprochen werden dabei u.a. die wichtigen Signaltransformationen (*Laplace- und Fouriertransformation*) sowie der Begriff des *Linearen Zeitinvarianten Systems (LTI-Systems)* und seine Beschreibungs- und Darstellungsformen.

Eine zentrale Rolle spielt das Kapitel 3, welches sich mit dem Übergang von der analogen in die digitale Welt befasst. Kernpunkt ist der Begriff der *Abtastung* und als zentrale Aussage hierzu das so genannte *Abtasttheorem*, dessen Kenntnis heute für nahezu jeden Ingenieur ein Muss ist.

Die im Zeitalter der Microcomputertechnik und der digitalen Signalverarbeitung sicherlich wichtigsten Teile des Buches sind die Kapitel 4 und 5.

Der Leser wird dabei rasch feststellen, dass Kapitel 4 in seinem Aufbau nahezu identisch mit dem von Kapitel 2 ist. So korrespondieren analoge Transformationen und Systeme mit ihren diskreten Pendanten, wie etwa die Laplace- mit der *Z-Transformation* oder die zeitkontinuierliche Fouriertransformation mit ihren diskreten Versionen DTFT und DFT/FFT. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Diskussion der *Diskreten Fouriertransformation (DFT)* gelegt, die durch ihren schnellen Berechnungsalgorithmus (*Fast Fourier Transform (FFT)*) zu dem zentralen Werkzeug der modernen Signalanalyse geworden ist.

Kapitel 5 befasst sich mit der Behandlung der in der Praxis vorwiegend vorkommenden *stochastischen*, d.h. *zufälligen Signale*. Neben grundsätzlichen Überlegungen zur mathematischen Beschreibung und der Charakterisierung solcher Signale wird der Frage nachgegangen, inwieweit der in Kapitel 2 bis 4 entwickelte Methodenapparat überhaupt auf solche Signale und die sie verarbeitenden Systeme angewandt werden kann. Der Focus liegt dabei auf der Anwendung der (FFT-basierten) *Spektralanalyse*, deren Bedeutung über das klassische Anwendungsfeld der Nachrichtentechnik hinaus ständig wächst. Insbesondere in der Schwingungsanalyse mechanischer Systeme und in der Akustik finden sich hierfür zahllose Beispiele.

Das Kapitel schließt daher mit der Diskussion einiger sehr einfacher, jedoch praxisrelevanter Beispiele ab, die der Leser unter Umständen selbst mit geringem Aufwand zu Hause oder im Labor nachvollziehen kann. Alternativ kann aber auch auf die im Software-Begleitmaterial mitgelieferten Original-Messdaten der Beispiele zurückgegriffen werden.

Um das Buch bis zu einem gewissen Grad in sich abgeschlossen zu halten, sind im Anhang neben benötigten Tabellen auch einige mathematische Grundlagen zusammengefasst. Natürlich ist es nicht wirklich möglich, diese Grundlagen umfassend darzustellen. Jedoch soll die Darstellung auf die im Text größtenteils ausgeblendeten mathematischen Probleme aufmerksam

machen. Dies betrifft insbesondere den Bereich der Distributionen. Viele im Text durchgeführte mathematische Manipulationen lassen sich nur im distributionellen Sinne verstehen. Im Anhang wird zumindest angedeutet, in welchem Sinne diese Berechnungen zu verstehen sind, auch wenn es nicht möglich ist, auf diese z.T. tiefliegenden Resultate genau einzugehen. Im Text sind diese kritischen Stellen durch ein entsprechendes Symbol am Rand gekennzeichnet, um dem Leser anzudeuten, dass die Betrachtungen an dieser Stelle kritisch oder mathematisch nicht ganz korrekt sind.

Alle Kapitel sind, wie bereits erwähnt, mit einer *Vielzahl von Übungsaufgaben* versehen. Ihre (zumindest teilweise) Bearbeitung ist *für das Verständnis der besprochenen Begriffe und Methoden essentiell*. Viele Aufgaben, insbesondere die zur stochastischen Signaltheorie und ihrer Anwendungen, sind unter Einsatz von MATLAB zu lösen. Die Bearbeitung der Aufgaben mit MATLAB ist sehr zu empfehlen, da nur ein korrektes Verständnis der Zusammenhänge eine Umsetzung in korrekte lauffähige Programme erlaubt. Insofern ist MATLAB auch ein gutes Werkzeug der Selbstkontrolle beim Erlernen des Stoffes.

Um dem Leser eine Kontrolle seiner bearbeiteten Aufgaben zu ermöglichen, sind die Lösungen zu den Übungsaufgaben in einem gesonderten Lösungsband niedergelegt.

Danksagungen: Mein Dank gilt all denjenigen Personen, die zum Gelingen dieses Buches beigetragen haben.

Hier ist insbesondere mein Kollege Helmut Scherf zu nennen, der ein nie versiegender Quell von Ideen und Anregungen ist.

Für Tipps und Unterstützung bedanke ich weiterhin auch bei meinen Kollegen Manfred Strohmann, Norbert Skricka und Peter Neugebauer.

Mein ganz besonderer Dank gilt Frau Dipl.-Ing. Latifa Abdelmalek für das sorgfältige inhaltliche Korrekturlesen und meiner Frau Petra für die sprachliche Prüfung des Textes.

Zuletzt möchte ich Frau Eva Hestermann-Beyerle und Frau Birgit Kollmar vom Springer-Verlag danken, die dieses Buch verlagsseitig betreut und dessen Veröffentlichung unterstützt haben.

Landau in der Pfalz
im Mai 2011

O. Beucher

Hinweise zum Gebrauch des Buches

Im Folgenden sind einige Hinweise zusammengestellt, die bestimmte Besonderheiten des Buches erläutern sollen.

Mathematische Vorkenntnisse:

In diesem Buch werden solide Grundkenntnisse der höheren Mathematik vorausgesetzt, wie sie üblicherweise in den ersten drei Semestern ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge erworben werden.

MATLAB-Vorkenntnisse:

Der Leser sollte über Kenntnisse der grundlegenden MATLAB-Befehle verfügen und in der Lage sein, die Funktionsweise von MATLAB-Programmen zu verstehen. Idealerweise sollte er kleinere Programme selbst schreiben können, um die Übungsaufgaben selbstständig bearbeiten zu können. Die geforderten MATLAB-Kenntnisse entsprechen üblichen Einführungen in MATLAB, wie sie etwa in [1] zu finden sind.

Im vorliegenden Buch wird *keine* Einführung in MATLAB gegeben.

Begleitsoftware

Alle in dem vorliegenden Buch und in dem zugehörigen Lösungsband für die Übungsaufgaben verwendeten und teilweise abgedruckten Programme sind über die elektronische Seite des Buches auf der Homepage des Springer-Verlags

<http://extras.springer.com/2011/978-3-642-20293-3>

verfügbar. Die Namen dieser Programme sind im Text durch **Fettdruck** hervorgehoben und der abgedruckte MATLAB-Code ist, mit einem grauen Hintergrund unterlegt, vom Fließtext abgesetzt. Die Original-Programme sind natürlich weit ausführlicher kommentiert als in den abgedruckten Auszügen.

Um dem Leser das Auffinden der Programme im Text zu erleichtern, ist am Ende des Buches ein Begleitsoftwareindex abgedruckt.

Wichtiger Hinweis zu den Simulink-Systemen:

Die Simulink-Systeme der Begleitsoftware werden im Allgemeinen durch einen im Blockschaltbild integrierten *Initialisierungsbutton* initialisiert. Durch Drücken des Buttons wird ein zugehöriges MATLAB-Skript aufgerufen, welches die vom Simulink-System benötigten Variablen im MATLAB-Workspace definiert. Anschließend kann die Simulation gestartet werden. Es empfiehlt sich, Änderungen der Initialisierungsvariablen nur im Workspace vorzunehmen, *nicht* jedoch im Initialisierungsskript, um bei einer späteren erneuten Simulation die gleichen Voraussetzungen vorzufinden.

Lösungsband

Das vorliegende Lehrbuch enthält mehr als 150 Übungsaufgaben. Die Bearbeitung dieser Übungsaufgaben ist *für das Verständnis der besprochenen Begriffe und Methoden essentiell* und wird daher dringend empfohlen.

Um dem Leser eine Kontrolle seiner Ergebnisse zu ermöglichen, sind die Übungsaufgaben vollständig gelöst in einem eigenen Lösungsband dokumentiert. Dieser kann ergänzend zum Lehrbuch im Buchhandel erworben werden.

Mathematische Formeln und Gleichungen

Mathematische Formeln und Gleichungen sind entsprechend ihrer Seitennummeriert. So bedeutet die Referenz auf Gleichung (80.2), dass die entsprechende Gleichung auf der Seite 80 zu finden ist und dort die zweite (nummerierte) Gleichung ist.

Marginalien

Besonders kritische Textstellen und schwierige Übungsaufgaben sind am Rand wie nebenstehend mit einem besonderen Symbol gekennzeichnet.

Bei Textstellen wird durch dieses Symbol darauf hingewiesen, dass eine präzise Diskussion des Sachverhaltes weiter und tiefer gehende (mathematische) Analysen notwendig machen würde, die den Rahmen des Buches aber übersteigen würden.

Bei Übungsaufgaben weist das Symbol auf besondere Herausforderungen bei der Lösung hin.

Da die Übungsaufgaben, wie schon im Vorwort betont, für die Vertiefung des Verständnisses einen wichtigen Stellenwert haben, wird im Text wie nebenstehend auf die zum Thema gehörige und empfohlene Übungsaufgabe hingewiesen. Dies soll dem Leser die Zuordnung der Übungsaufgaben zum Stoff des jeweiligen Abschnittes erleichtern.



Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Hinweise zum Gebrauch des Buches	VIII
1 Einführungsbeispiele und grundlegende Begriffe	1
1.1 Fallbeispiele aus der Praxis	1
1.2 Der Signalbegriff	16
1.3 Der Systembegriff	23
1.3.1 Lineare Systeme	25
1.3.2 Nichtlineare Systeme	27
1.4 Übungsaufgaben	31
2 Analoge Signale und Systeme	33
2.1 Einführungsbeispiele	33
2.2 Grundlegende Systemeigenschaften	37
2.2.1 Übungsaufgaben	43
2.3 Signale und LTI-Systeme im Zeitbereich	45
2.3.1 Darstellung mit Differentialgleichungen	45
2.3.2 Zustandsraumdarstellung	49
2.3.3 Darstellung mit Signalflussdiagrammen	60
2.3.4 Darstellung mittels Impuls- und Sprungantwort	62
2.3.5 Übungsaufgaben	88
2.4 Signale und LTI-Systeme im Bildbereich	96
2.4.1 Laplace-Transformation und Bildbereich	98
2.4.2 Beschreibung von LTI-Systemen im Bildbereich	107
2.4.3 Transformation von Differentialgleichungen	122
2.4.4 BIBO-Stabilität	125
2.4.5 Zustandsraumdarstellung im Bildbereich	127
2.4.6 Signalflussdiagramme und Simulink-Simulationen ...	134
2.4.7 Übungsaufgaben	135
2.5 Signale und LTI-Systeme im Frequenzbereich	140
2.5.1 Die zeitkontinuierliche Fouriertransformation	143
2.5.2 Zeitfensterung und Bandbegrenzung	162
2.5.3 LTI-Systeme im Frequenzbereich	168
2.5.4 Fourierreihenentwicklung periodischer Signale	171
2.5.5 Der Zusammenhang zwischen zeitkontinuierlichen Fouriertransformation und Fourierreihenentwicklung.	176

2.5.6	Übungsaufgaben	179
2.6	Übertragungseigenschaften analoger LTI-Systeme und Filterentwurf	186
2.6.1	Filterklassen	187
2.6.2	Filterkennwerte	190
2.6.3	Entwurf realisierbarer Tiefpässe	193
2.6.4	Entwurf von Butterworth-Tiefpassfiltern	196
2.6.5	Filterentwurf mit MATLAB	204
2.6.6	Übungsaufgaben	209
3	Abtastung und Digitalisierung	213
3.1	Der Abtastvorgang	213
3.1.1	Anordnung zur Digitalen Signalverarbeitung	214
3.1.2	Systemtheoretische Beschreibung des Abtastvorgangs	215
3.1.3	Das Spektrum eines abgetasteten Signals	216
3.1.4	Rekonstruktion im Zeitbereich	223
3.2	Das Abtasttheorem	226
3.2.1	Übungsaufgaben	232
4	Digitale Signale und Systeme	237
4.1	Einführungsbeispiele	237
4.1.1	Übungsaufgaben	245
4.2	Grundlegende Systemeigenschaften	245
4.2.1	Übungsaufgaben	250
4.3	Signale und LTI-Systeme im Zeitbereich	251
4.3.1	Darstellung mit Differenzgleichungen	251
4.3.2	Zustandsraumdarstellung	252
4.3.3	Darstellung mit Signalflussdiagrammen	255
4.3.4	Darstellung mittels Impuls- und Sprungantwort	256
4.3.5	Übungsaufgaben	267
4.4	Signale und LTI-Systeme im Bildbereich	269
4.4.1	Z-Transformation und Bildbereich	270
4.4.2	Beschreibung von digitalen LTI-Systemen im Bildbereich	280
4.4.3	Transformation von Differenzgleichungen	291
4.4.4	BIBO-Stabilität	293
4.4.5	Zustandsraumdarstellung im Bildbereich	297
4.4.6	Signalflussdiagramme und Simulink-Simulationen	302
4.4.7	Übungsaufgaben	302
4.5	Digitale Signale und LTI-Systeme im Frequenzbereich	308

4.5.1	Die zeitdiskrete Fouriertransformation (DTFT)	311
4.5.2	Der Zusammenhang zwischen DTFT und FT	318
4.5.3	Die diskrete Fouriertransformation (DFT)	320
4.5.4	Die schnelle Fouriertransformation (FFT)	337
4.5.5	Fourierspektren und DFT-Spektren	341
4.5.6	Spezielle DFT/FFT-Techniken	358
4.5.7	Digitale LTI-Systeme im Frequenzbereich	364
4.5.8	Übungsaufgaben	369
4.6	Übertragungseigenschaften digitaler LTI-Systeme und Filterentwurf	374
4.6.1	Filterklassen und Filterkennwerte	374
4.6.2	Entwurf von digitalen Tiefpässen	375
4.6.3	Filterentwurf mit MATLAB	389
4.6.4	Übungsaufgaben	393
5	LTI-Systeme und Stochastische Signale	399
5.1	Stochastische Signale	400
5.1.1	Der Begriff des stochastischen Prozesses	400
5.1.2	Stationäre stochastische Prozesse	404
5.1.3	Ergodische stochastische Prozesse	409
5.1.4	Berechnung von Prozesskennwerten mit MATLAB	412
5.1.5	Übungsaufgaben	423
5.2	Das Leistungsdichtespektrum	427
5.2.1	Korrelation und Leistungsdichte	427
5.2.2	Beispiele für Leistungsdichtespektren	432
5.2.3	Überlagerung stochastischer und deterministischer Signale	447
5.2.4	Übungsaufgaben	451
5.3	LTI-Systeme bei stochastischer Erregung	453
5.3.1	Das Wiener-Lee-Theorem	453
5.3.2	Systemidentifikation	457
5.3.3	Formfilter	460
5.3.4	Übungsaufgaben	465
5.4	Berechnung des Leistungsdichtespektrums	466
5.4.1	Das Wiener-Khintchine-Theorem	466
5.4.2	DFT/FFT-gestützte Schätzung des Leistungsdichtespektrums	467
5.4.3	Schätzung des Leistungsdichtespektrums mit MATLAB	472
5.4.4	Übungsaufgaben	475

5.5	Experimente, Beispiele, exemplarische praktische Anwendungen	477
5.5.1	Spektralanalyse eines Wasserstrahl-Geräuschs	478
5.5.2	Bestimmung eines Signal-Rausch-Abstandes	482
5.5.3	Quantisierungsrauschen eines ADU	490
5.5.4	Experimentelle Bestimmung der effektiven Auflösung eines ADU	493
5.5.5	Laufzeitmessung mittels Korrelation	498
5.5.6	Berührungsfreie Messung der Rotationsgeschwindigkeit einer rotierenden Scheibe mittels Korrelation optischer Sensorsignale ...	501
5.5.7	Entfernungsmessung mittels Korrelation akustischer Laufzeitsignale	509
5.5.8	Untersuchung eines Ventilators mittels Spektralanalyse des Rotorgeräusches	513
5.5.9	Systemidentifikation eines realen RC-Tiefpasses	519
5.5.10	Akustische Füllstandsmessung mit dem Helmholtz-Resonator auf Basis einer Spektralanalyse	524
5.5.11	Fahrbahnunebenheits-Simulation mittels Formfilterung ..	531
5.5.12	Übungsaufgaben	539
A	Mathematische Grundlagen	543
A.1	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	543
A.2	Systeme linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	543
A.3	Jordan'sche Normalform	545
A.4	Berechnung der Transitionsmatrix	546
A.5	Distributionen	548
A.6	Lineare Differenzgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	553
A.7	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	553
A.8	Energiedichtespektrum	560
B	Symbole und Formelzeichen	563
C	Tabellen	565
C.1	Tabelle der Laplace- und Z-Transformationen	565
C.2	Filterentwurfs(kurz)tabellen analoger und digitaler Filter ...	567
	Literaturverzeichnis	569

Begleitsoftwareverzeichnis des Lehrbuchs	572
Begleitsoftwareverzeichnis des Lösungsbandes	574
Verzeichnis der verwendeten MATLAB-Funktionen	576
Stichwortverzeichnis	577