

# Messtechnik

Fernando Puente León • Uwe Kiencke

# Messtechnik

Systemtheorie für Ingenieure und Informatiker

8., gründlich überarbeitete Auflage

 Springer

Professor Dr.-Ing. Fernando Puente León  
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
Institut für Industrielle Informationstechnik  
Hertzstraße 16, Geb. 06.35  
76187 Karlsruhe  
E-Mail: [mt@iit.kit.edu](mailto:mt@iit.kit.edu)  
Homepage zum Buch:  
<http://www.iit.kit.edu/messtechnik>

Professor Dr.-Ing. Uwe Kiencke  
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

ISBN 978-3-642-20238-4 e-ISBN 978-3-642-20239-1  
DOI 10.1007/978-3-642-20239-1  
Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1995, 2001, 2005, 2008, 2011

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

*Einbandentwurf:* WMXDesign GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media ([www.springer.com](http://www.springer.com))

*Für Barbara*

## Vorwort

Dieses Lehrbuch richtet sich an Studenten der Ingenieurwissenschaften (insbesondere der Elektrotechnik, Informationstechnik, Mechatronik und des Maschinenbaus) sowie der Informatik. Es behandelt die systemtheoretischen Grundlagen der Messtechnik. Dabei werden die allen Messsystemen gemeinsamen Verfahren in den Vordergrund gestellt. Der Inhalt des Buches umfasst

- die Beschreibung des physikalischen Verhaltens von Messsystemen durch ein mathematisches Modell,
- die Verbesserung der statischen sowie der dynamischen Eigenschaften von Messsystemen,
- die Messung zufälliger Größen und stochastischer Signale,
- die rechnergestützte Messdatenerfassung und -verarbeitung sowie
- die Erfassung frequenzanaloger Signale.

Vorausgesetzt werden Kenntnisse der gebräuchlichen Integraltransformationen und der Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Bei den Herleitungen von Formeln sind alle notwendigen Zwischenschritte angegeben, damit der Leser sich den Stoff auch im Selbststudium aneignen kann.

Bei der Ausarbeitung dieses Buches fand ich das Buch *Messtechnik* (Springer-Verlag, 7. Auflage, 2008) meines verehrten Vorgängers, Herrn Professor Uwe Kiencke, vor, das die Messtechnik in der oben geschilderten, systematischen Weise hervorragend aufbereitet. Ich habe es deshalb als Grundlage herangezogen und die Struktur des Buches weitgehend beibehalten, weil sie sich im Lehrbetrieb über viele Jahre bewährt hat.

Inhaltlich wurden im Kapitel *Messsysteme und Messfehler* Messskalen und damit auch die Messung qualitativer Größen eingeführt; ferner wurden die Abschnitte über metrische Größen und Messsysteme deutlich erweitert. Das Kapitel *Zufällige Messfehler* enthält zahlreiche inhaltliche Erweiterungen und neue Beispiele. Exemplarisch seien das Bayes-Theorem, die Behandlung höherer Momente von Verteilungen sowie multivariater Verteilungen und die Eigenschaften von Schätzern genannt. Im Kapitel *Dynamisches Verhalten von Messsystemen* wurde die Gliederung aus didaktischen Überlegungen überarbeitet und es wurden neue Erkenntnisse aus dem Gebiet der Systemoptimierung berücksichtigt. In nahezu jedem Kapitel wurden neue Abbildungen und praktische Beispiele aufgenommen, die ein tieferes Verständnis der behandelten Verfahren und ihrer Einsatzgebiete vermitteln.

Ferner wurde das gesamte Buch inhaltlich und redaktionell überarbeitet und praktisch jede Abbildung neu erstellt, um eine bessere Verständlichkeit sowie eine konsistentere Verwendung der mathematischen Symbole zu erzielen. Bei dieser Gelegenheit wurde die Darstellung von Vektoren und Matrizen

an die international übliche Notation angepasst, stochastische Größen wurden zu ihrer leichteren Erkennung konsistent in Schreibmaschinenschrift gesetzt.

Darüber hinaus konnten durch Hinweise von Lesern und Hörern Fehler korrigiert und Erläuterungen verbessert werden. Besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Ing. Marco Kruse für die Erstellung von Matlab-Übungen, für wertvolle Hinweise und Diskussionen sowie für die zweimalige akribische Korrektur des Manuskripts. Von seinem fachkundigen Einsatz und seinem didaktischen Geschick hat dieses Buch außerordentlich stark profitiert. Schließlich sei dem Springer-Verlag für die ausgezeichnete Zusammenarbeit gedankt.

Karlsruhe, im Sommer 2011

*Fernando Puente León*

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Messsysteme und Messfehler</b>	<b>3</b>
1.1	Messskalen . . . . .	3
1.2	Metrische Größen . . . . .	5
1.2.1	Einheitensystem . . . . .	5
1.2.2	Anpassung der Definitionen der Einheiten . . . . .	8
1.3	Messsysteme . . . . .	9
1.3.1	Struktur von Messsystemen . . . . .	9
1.3.2	Beschreibung von Messsystemen im Zustandsraum . . . . .	11
1.3.3	Physikalische Messkennlinie . . . . .	12
1.3.4	Messsignale als Informationsträger . . . . .	13
1.4	Messfehler . . . . .	15
1.4.1	Absoluter und relativer Fehler . . . . .	15
1.4.2	Fehlerursachen . . . . .	16
1.4.3	Spezifizierte Normalbedingungen . . . . .	18
<b>2</b>	<b>Kurvenanpassung</b>	<b>25</b>
2.1	Approximation . . . . .	26
2.1.1	Approximation mit orthonormalen Funktionensystemen . . . . .	26
2.1.2	Least-Squares-Schätzer . . . . .	30
2.1.3	Regressionsanalyse . . . . .	31
2.2	Interpolation . . . . .	33
2.2.1	Polynominterpolation . . . . .	34
2.2.2	Interpolation durch Lagrange-Polynome . . . . .	35
2.2.3	Interpolation durch Newton-Polynome . . . . .	37
2.2.4	Spline-Interpolation . . . . .	40
2.2.5	Systemtheoretische Deutung der Interpolation . . . . .	44
2.3	Kennfeldinterpolation . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Stationäres Verhalten von Messsystemen</b>	<b>53</b>
3.1	Stationäre Messkennlinie und deren Fehler . . . . .	53
3.1.1	Ideale und reale Messkennlinie . . . . .	53
3.1.2	Abgleich der Messkennlinie . . . . .	54
3.1.3	Kennlinienfehler bei realer Kennlinie . . . . .	56
3.1.4	Abschätzung des Kennlinienfehlers . . . . .	58
3.2	Kennlinienfehler unter Normalbedingungen . . . . .	62
3.2.1	Herabsetzen des Messbereichs . . . . .	62
3.2.2	Reihenschaltung zweier nichtlinearer Glieder . . . . .	65

3.2.3	Wahl des günstigsten Messbereichs . . . . .	68
3.2.4	Differenzmethode . . . . .	74
3.2.5	Gegenkopplung . . . . .	80
3.3	Kennlinienfehler bei Abweichungen von den Normalbedingungen	83
3.3.1	Superponierende Störgrößen . . . . .	84
3.3.2	Unterdrückung superponierender Störgrößen mit der Differenzmethode . . . . .	85
3.3.3	Deformierende Störgrößen . . . . .	87
3.3.4	Deformierende Störgrößen bei Gegenkopplung . . . . .	89
3.3.5	Superponierende Störgrößen bei Gegenkopplung . . . . .	93
3.3.6	Kompensation systematischer Störeinflüsse . . . . .	93
3.3.7	Abschirmung . . . . .	94
3.3.8	Superponierende Störgrößen in Messketten . . . . .	94
3.3.9	Zerhackerverstärker . . . . .	95
3.4	Rückwirkung des Messsystems . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Zufällige Messfehler</b>	<b>105</b>
4.1	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	105
4.1.1	Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	108
4.1.2	Wahrscheinlichkeitsdichten abgebildeter Größen . . . . .	111
4.1.3	Erwartungswerte 1. Ordnung . . . . .	112
4.1.4	Erwartungswerte 2. Ordnung . . . . .	114
4.1.5	Korrelationskoeffizient . . . . .	116
4.1.6	Charakteristische Funktion . . . . .	119
4.2	Stichproben . . . . .	120
4.2.1	Häufigkeitsverteilung und Histogramm . . . . .	120
4.2.2	Stichprobenmittelwert . . . . .	122
4.2.3	Stichprobenvarianz . . . . .	124
4.2.4	Gesetz der großen Zahlen . . . . .	127
4.2.5	Mittelung zur Störungsunterdrückung . . . . .	129
4.3	Normalverteilte Zufallsvariable . . . . .	131
4.3.1	Normalverteilung . . . . .	131
4.3.2	Zentraler Grenzwertsatz . . . . .	133
4.3.3	$\chi^2$ -Verteilung . . . . .	134
4.3.4	Student'sche t-Verteilung . . . . .	139
4.4	Statistische Testverfahren . . . . .	140
4.4.1	Konfidenzintervall und statistische Sicherheit . . . . .	140
4.4.2	Hypothesen und statistische Tests . . . . .	146
4.4.3	Signifikanztest für den Stichprobenmittelwert . . . . .	147
4.4.4	$\chi^2$ -Anpassungstest . . . . .	149



4.5	Qualitätssicherung . . . . .	153
4.5.1	Beurteilung von Fertigungsprozessen . . . . .	153
4.5.2	Bestimmung der Ausfallrate . . . . .	155
4.5.3	Statistische Prozessüberwachung . . . . .	159
4.6	Fehlerfortpflanzung . . . . .	164
<b>5</b>	<b>Dynamisches Verhalten von Messsystemen</b>	<b>171</b>
5.1	Beschreibung von Messsystemen . . . . .	171
5.1.1	Systemeigenschaften . . . . .	171
5.1.2	Lineare, zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme) . . . . .	172
5.1.3	Stabilität . . . . .	174
5.2	Empirische Analyse von Messsystemen . . . . .	175
5.2.1	Kennwerte der Sprungantwort . . . . .	176
5.2.2	Nichtlineares dynamisches Verhalten . . . . .	177
5.2.3	Bestimmung des Frequenzganges . . . . .	178
5.3	Verbesserung des dynamischen Systemverhaltens . . . . .	180
5.4	Parameteroptimierung . . . . .	183
5.4.1	Kriterium „verschwindende Momente der Impulsantwort“	186
5.4.2	Kriterium „konstanter Amplitudengang für kleine Frequenzen“ . . . . .	189
5.4.3	Kriterium „konstanter Realteil des Frequenzganges“ . . . . .	194
5.4.4	ITAE-Kriterium . . . . .	200
5.4.5	Kriterium „quadratisches Fehlerintegral“ . . . . .	206
5.5	Strukturänderung zur Optimierung des Zeitverhaltens . . . . .	212
5.5.1	Kompensation des Zeitverhaltens . . . . .	212
5.5.2	Zeitverhalten bei Gegenkopplung . . . . .	217
<b>6</b>	<b>Messung stochastischer Signale</b>	<b>229</b>
6.1	Stochastische Prozesse . . . . .	229
6.1.1	Wahrscheinlichkeitsverteilung und Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	231
6.1.2	Schar- und Zeitmittelwerte, Momente erster Ordnung . . . . .	233
6.1.3	Momente zweiter Ordnung . . . . .	235
6.1.4	Stationäre Prozesse . . . . .	237
6.1.5	Ergodische Prozesse . . . . .	238
6.2	Korrelationsfunktionen . . . . .	242
6.2.1	Signalklassen . . . . .	242
6.2.2	Korrelation für Leistungssignale . . . . .	245
6.2.3	Korrelation für Energiesignale . . . . .	247
6.2.4	Eigenschaften der Korrelationsfunktionen . . . . .	249

6.3	Korrelationsmesstechnik . . . . .	251
6.3.1	Messung von Korrelationsfunktionen . . . . .	251
6.3.2	Ähnlichkeit von Signalen, Laufzeitmessung . . . . .	252
6.3.3	Closed-loop-Korrelation . . . . .	257
6.3.4	Polaritätskorrelation . . . . .	260
6.3.5	Ähnlichkeit von Spektren, Dopplerfrequenzmessung . . . . .	261
6.3.6	Selbstähnlichkeit . . . . .	263
6.4	Leistungsdichtespektrum . . . . .	265
6.4.1	Rauschen . . . . .	267
6.4.2	Überlagerung zufälliger Störsignale . . . . .	272
6.4.3	Übertragung stochastischer Signale durch LTI-Systeme . . . . .	273
6.4.4	Systemidentifikation . . . . .	276
6.4.5	Wiener-Filter . . . . .	282
<b>7</b>	<b>Erfassung analoger Signale</b>	<b>295</b>
7.1	Abtastung . . . . .	296
7.1.1	Bandüberlappungsfehler ( <i>Aliasing</i> ) . . . . .	298
7.1.2	Anti-Aliasing-Filter . . . . .	299
7.1.3	Mittelwertbildung bei endlicher Abtastdauer . . . . .	302
7.1.4	Zeitliche Abtastfehler . . . . .	305
7.2	Quantisierung . . . . .	310
7.2.1	Wahrscheinlichkeitsdichten von Signalamplituden . . . . .	312
7.2.2	Amplitudendichte einer Fourier-Reihe . . . . .	314
7.2.3	Quantisierungstheorem . . . . .	317
7.2.4	Wahrscheinlichkeitsdichte des Quantisierungsfehlers . . . . .	321
7.2.5	Optimale Quantisierung . . . . .	324
7.2.6	Minimierung des relativen Quantisierungsfehlers . . . . .	325
7.2.7	Dithering . . . . .	328
7.3	Analog-Digital-Umsetzer . . . . .	333
7.3.1	A/D-Nachlaufumsetzer . . . . .	333
7.3.2	A/D-Umsetzer mit sukzessiver Approximation . . . . .	334
7.3.3	Integrierende A/D-Umsetzer . . . . .	336
7.3.4	Delta-Sigma-Umsetzer . . . . .	338
7.3.5	Ratiometrische Messung . . . . .	347
7.4	Digital-Analog-Umsetzer . . . . .	347
7.4.1	Parallele D/A-Umsetzer . . . . .	348
7.4.2	Serielle D/A-Umsetzer . . . . .	350
<b>8</b>	<b>Erfassung frequenzanaloger Signale</b>	<b>355</b>
8.1	Allgemeiner Frequenzbegriff . . . . .	356

8.2	Digitale Drehzahlmessung . . . . .	362
8.2.1	Periodendauermessung . . . . .	363
8.2.2	Frequenzmessung . . . . .	365
8.2.3	Maximaler Quantisierungsfehler für einen Zählvorgang	366
8.2.4	Mittelwertbildung bei der Drehzahlmessung . . . . .	368
8.2.5	Abtastung bei der Drehzahlmessung . . . . .	370
8.2.6	Quantisierung bei fortlaufenden Periodendauermessungen . . . . .	371
8.2.7	Leistungsdichte des Quantisierungsfehlers . . . . .	375
8.2.8	Kompensation mechanischer Fehler des Sensorrades .	378
8.3	Kontinuierliche Frequenzmessung . . . . .	382
8.3.1	Phasenregelkreis . . . . .	384
8.3.2	Frequenzregelkreis . . . . .	388
8.4	Positions- und Richtungserkennung . . . . .	390
8.4.1	Drehrichtungserkennung . . . . .	390
8.4.2	Positionsbestimmung . . . . .	392
	<b>Erratum</b>	E1
	<b>A Symbole und Tabellen</b>	397
A.1	Symbole . . . . .	397
A.2	Tabellen . . . . .	400
	<b>Literaturverzeichnis</b>	401
	<b>Index</b>	405