

# Springer-Lehrbuch

Herbert Balke

# Einführung in die Technische Mechanik

Kinetik

3., bearbeitete Auflage

 Springer

Prof. Dr.-Ing. habil. Herbert Balke  
Institut für Festkörpermechanik  
Technische Universität Dresden  
01062 Dresden  
Herbert.Balke@tu-dresden.de

ISSN 0937-7433  
ISBN 978-3-642-19743-7                      e-ISBN 978-3-642-19744-4  
DOI 10.1007/978-3-642-19744-4  
Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006, 2009, 2011

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

*Einbandentwurf:* WMXDesign GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media ([www.springer.com](http://www.springer.com))

## **Vorwort zur dritten Auflage**

Die anhaltende Nachfrage machte eine dritte Auflage des Buches erforderlich. Bei dieser Gelegenheit wurden einige Korrekturen und Ergänzungen vorgenommen. Diese stützen sich z. T. auf Hinweise der Herren Prof. M. Beitelschmidt und Dr.-Ing. S. Werdin, denen ich hiermit herzlich danke. Herr Prof. Beitelschmidt hat mich auch auf das Buch „Dynamik und Regelung mechanischer Systeme“ von H. Bremer aufmerksam gemacht. Das Buch, welches wie meine dreibändige „Einführung in die Technische Mechanik“ die überflüssige und im Widerspruch zum unverzichtbaren Kontinuums-konzept stehende Punktmechanik vermeidet, wurde in das Verzeichnis der ergänzenden und weiterführenden Literatur mit aufgenommen.

Dresden, im Sommer 2011

H. Balke

## **Vorwort zur ersten Auflage**

Die „Einführung in die Technische Mechanik/Kinetik“ schließt an den vorliegenden Band „Einführung in die Technische Mechanik/Statik“ an. In der Statik wurden die Gleichgewichtsbedingungen belasteter starrer Körper untersucht. Der Inhalt der Kinetik besteht darin, unter Beachtung der Kinetik, d.h. der geometrisch-zeitlichen Beschreibung der Körperbewegungen, den Zusammenhang zwischen den Bewegungen und den damit verbundenen Lasten aufzuklären.

Inhalt und Umfang des Buches entsprechen im Wesentlichen meiner einsemestrigen Vorlesung für den Studiengang „Mechatronik“ an der Technischen Universität Dresden, orientieren sich aber auch stark am traditionellen Lehrstoff der Technischen Mechanik im Grundstudium für Maschinenbauingenieure an technischen Hochschulen und Universitäten.

Konzeptionell beruht die Kinetik in diesem Buch auf den beiden für beliebige Körper und Körperteile gültigen Grundgesetzen der Mechanik, der Impulsbilanz und der Drehimpulsbilanz. Dieses Konzept, das widerspruchsfrei die Gleichgewichtsbedingungen der Statik als Sonderfall einschließt, erlaubt es, beispielunterstützt von einfachen Situationen allmählich auf kompliziertere Probleme überzugehen und so die Fähigkeit zur mechanischen Modellbildung zu entwickeln. Bei paralleler Aneignung des erforderlichen mathematischen Wissens wird damit ein direkter Weg zum Verständnis der modernen Kontinuumsmechanik als Grundlage computergestützter Berechnungsmethoden

eröffnet. Darüberhinaus unterstützt die gewählte Vorgehensweise die Bereitstellung der Grundlagen für den anschließenden Aufbau einer Feldtheorie, die es gestattet, zusammen mit den mechanischen Phänomenen auch thermodynamische und elektromagnetische Erscheinungen zu analysieren. Eine solche Theorie gewinnt zunehmend an Bedeutung, da immer häufiger technische Strukturen aus Werkstoffen mit physikalisch gekoppelten Eigenschaften, so genannte smarte oder intelligente Materialien, zum Einsatz kommen.

Die für das Verständnis der Kinetik erforderlichen Voraussetzungen umfassen außer den schon in der Statik benötigten Hilfsmitteln Kenntnisse in folgenden mathematischen Teilgebieten: Vektorrechnung, Kurvengeometrie, Linien- und Mehrfachintegrale, gewöhnliche lineare Differenzialgleichungen, Transformation kartesischer Koordinaten und homogene Gleichungssysteme einschließlich Eigenwertprobleme symmetrischer Matrizen.

Ein tieferes Eindringen in die Technische Mechanik ist nur durch das selbstständige Lösen entsprechender Übungsaufgaben möglich. Deshalb wird dem Leser empfohlen, die ausgeführten Beispiele zunächst ohne Zuhilfenahme der angegebenen Ergebnisse zu lösen.

Meinen verehrten Lehrern, den Herren Professoren H. Göldner, F. Holzweißig, G. Landgraf und A. Weigand, bin ich dafür verpflichtet, dass sie meine Begeisterung für das Fach „Technische Mechanik“ geweckt haben. Besonderer Dank gilt den Herren Dr.-Ing. J. Brummund, Prof. P. Haupt (Universität Kassel) und Prof. V. Ulbricht, mit denen die in den einführenden Lehrbüchern zum Teil vorhandenen Widersprüche bei der Darlegung der Grundlagen von Statik und Kinetik ausdiskutiert werden konnten. In dieser Entstehungsphase des Lehrbuchprojektes waren für mich auch die häufigen Gespräche mit Herrn Prof. R. Kreißig (Technische Universität Chemnitz) und Herrn Prof. H. Theilig (Hochschule Zittau/Görlitz) hilfreich. Herr Prof. S. Liebig hat mir freundlicherweise zahlreiche Diskussionen gewährt, die mich in meinen Entscheidungen über die Stoffauswahl bestärkten. Zur Aufnahme eines separaten Abschnittes über die Kinematik von Mehrkörpersystemen wurde ich von Herrn Dr.-Ing. S. Marburg angeregt. Das gesamte Kapitel zur Kinematik habe ich in Abstimmung mit dem Fachvertreter für Bewegungs- und Mechanismentechnik, Herrn Prof. K.-H. Modler, formuliert. Mit der Wahl des Beispiels zur Kinetik von Mehrkörpersystemen bin ich einem Wunsch von Herrn Prof. K. Reinschke (Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie) gefolgt. Für zahlreiche Detailhinweise bedanke ich mich bei Frau Dr.rer.nat. E. Junkert, Herrn Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. R. Schmidt und Herrn Doz. Dr.-Ing. habil. D. Weber. Bei der Korrekturlesung der letzten Manuskriptversion wurde ich von den Herren Dipl.-Ing. C. Häusler, Dipl.-Ing. M. Hofmann, Dipl.-Ing. A. Liskowsky, Dipl.-Ing. P. Neumeister und Dr.-Ing. V.B. Pham unterstützt. Besonders Herr Dipl.-Ing. C. Häusler hat mich mit seiner kriti-

sehen Hinterfragung aller Zusammenhänge zu manchen Verbesserungen der Textabfassung veranlasst.

Dank gebührt Frau C. Pellmann, die den größten Teil meiner Bildvorlagen in eine elektronische Form gebracht hat. Die Herstellung des reproduktionsreifen Manuskriptes lag in den bewährten Händen von Frau K. Wendt. Bei der Text- und Zeichenverarbeitung von Herrn Dipl.-Ing. G. Haasemann unterstützt, hat sie mit unermüdlichem Einsatz nicht nur den Schriftsatz realisiert, sondern auch meine ergänzenden Bildvorlagen in die elektronische Fassung eingearbeitet. Hierfür bedanke ich mich ganz herzlich. Nicht zuletzt bin ich dem Springer-Verlag für die erwiesene Geduld und die gute Zusammenarbeit verbunden.

Dresden, im Herbst 2005

H. Balke

## Inhaltsverzeichnis

Einführung .....	1
<b>1 Kinematik</b>	
1.1 Kinematik des Körperpunktes .....	5
1.1.1 Kartesische Koordinaten .....	7
1.1.2 Natürliche Koordinaten .....	10
1.1.3 Zylinderkoordinaten .....	13
1.2 Kinematik des starren Körpers .....	19
1.2.1 Translation .....	19
1.2.2 Rotation um einen raumfesten Punkt .....	19
1.2.3 Ebene Bewegung .....	22
1.2.4 Allgemeine Bewegung .....	28
1.3 Kinematik von Mehrkörpersystemen .....	31
1.4 Relativbewegung des Körperpunktes .....	35
<b>2 Kinetik</b>	
2.1 Grundlegende Begriffe .....	41
2.1.1 Körper und Masse .....	41
2.1.2 Lasten .....	42
2.1.3 Arbeit, Leistung, Potenzial .....	45
2.2 Kinetik des starren Körpers bei Translation .....	50
2.2.1 NEWTONs Bewegungsgleichung .....	51
2.2.2 Mathematische Folgerungen aus NEWTONs Bewegungs- gleichung .....	64
2.3 Kinetik des starren Körpers bei beliebiger Bewegung .....	71
2.3.1 Impuls und Drehimpuls .....	72
2.3.2 Impuls- und Drehimpulsbilanz .....	73
2.3.3 Ebene Bewegung in einer Symmetrieebene .....	78
2.3.4 Statische Interpretation der Impuls- und Drehimpulsbilanz .....	82
2.3.5 Mechanischer Arbeits- und Energiesatz für die ebene Be- wegung .....	86
2.3.6 Drehung um eine feste Achse .....	90
2.3.7 Kinetische Schnittreaktionen des Balkens .....	97
2.3.8 Kinetik von Mehrkörpersystemen .....	101
<b>3 Schwingungen von Systemen mit dem Freiheitsgrad 1</b>	
3.1 Grundbegriffe .....	107
3.2 Freie Schwingungen .....	108
3.2.1 Ungedämpfte freie Schwingungen .....	109
3.2.2 Schaltungsarten für Systemparameter .....	113

3.2.3	Gedämpfte freie Schwingungen .....	115
3.3	Erzwungene Schwingungen .....	118
3.3.1	Ungedämpfte erzwungene Schwingungen .....	118
3.3.2	Gedämpfte erzwungene Schwingungen .....	119
<b>4</b>	<b>Schwingungen von Systemen mit dem Freiheitsgrad 2</b>	
4.1	Ungedämpfte freie Schwingungen .....	127
4.2	Ungedämpfte erzwungene Schwingungen .....	129
<b>5</b>	<b>Stoßvorgänge</b>	
5.1	Gerader zentrischer Stoß .....	136
5.2	Gerader exzentrischer Stoß.....	142
5.3	Schiefer zentrischer Stoß .....	145
<b>6</b>	<b>LAGRANGEsche Gleichungen zweiter Art</b>	
6.1	Beispiel eines alternativen Zugangs zur Bewegungsgleichung.....	153
6.2	Ebene Bewegung von Mehrkörpersystemen.....	156
<b>7</b>	<b>Anwendungen der Kinetik starrer Körper im Raum</b>	
7.1	Kinetische Kenngrößen des starren Körpers .....	165
7.1.1	Kenngrößen für die Translation .....	165
7.1.2	Kenngrößen für die Rotation .....	165
7.1.3	Kinetische Energie .....	179
7.2	Impulsbilanzen bei Benutzung kinetischer Kenngrößen...	181
7.2.1	Rotordrehung um eine raumfeste Achse.....	185
7.2.2	Rotordrehung bei bewegter Drehachse .....	189
	<b>Ergänzende und weiterführende Literatur .....</b>	<b>193</b>
	<b>Index .....</b>	<b>195</b>