

Bruchmechanik

Dietmar Gross • Thomas Seelig

Bruchmechanik

Mit einer Einführung in die Mikromechanik

5., erweiterte Auflage

 Springer

Prof. Dr.-Ing. Dietmar Gross
Festkörpermechanik
Technische Universität Darmstadt
Hochschulstraße 1
64289 Darmstadt
gross@mechanik.tu-darmstadt.de

Prof. Dr.-Ing. Thomas Seelig
Institut für Mechanik
Universität Karlsruhe (KIT)
Kaiserstraße 12
76131 Karlsruhe
thomas.seelig@kit.edu

ISBN 978-3-642-10195-3 e-ISBN 978-3-642-10196-0
DOI 10.1007/978-3-642-10196-0
Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1992, 1996, 2001, 2007, 2011

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandentwurf: eStudio Calamar S.L.

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Vorwort zur fünften Auflage

Dieses Buch ist aus Vorlesungen über Bruchmechanik und Mikromechanik hervorgegangen, die wir für Hörer aus den Ingenieur- und den Naturwissenschaften halten. Sein Ziel ist es, den Studierenden eine Hilfe beim Erlernen der Grundlagen dieser Fächer zu bieten. Zugleich soll es dem Fachmann in der Industrie den Einstieg in diese Gebiete ermöglichen und ihm das Rüstzeug zur Behandlung entsprechender Fragestellungen zur Verfügung stellen.

Das Buch überdeckt die wichtigsten Teile der Bruchmechanik und führt in die Mikromechanik ein. Dabei kam es uns darauf an, die wesentlichen Grundgedanken und Methoden sauber darzustellen, um damit ein tragfähiges Fundament für ein weiteres Eindringen in diese Gebiete zu schaffen. Im Vordergrund steht die Beschreibung von Bruchvorgängen mit Hilfe der Mechanik, wobei aber auch werkstoffkundliche und materialspezifische Aspekte gestreift werden. Inhaltlich werden zunächst die kontinuumsmechanischen und phänomenologischen Grundlagen zusammengestellt. Es folgt ein Einblick in die klassischen Bruch- und Versagenshypothesen. Ein beträchtlicher Teil des Buches ist dann der linearen Bruchmechanik und der elastisch-plastischen Bruchmechanik gewidmet. Weitere Kapitel befassen sich mit der Kriechbruchmechanik sowie der Bruchdynamik. In einem umfangreicheren Kapitel werden die Grundlagen der Mikromechanik und Homogenisierung bereitgestellt. Schließlich werden noch Elemente der Schädigungsmechanik und der probabilistischen Bruchmechanik abgehandelt.

In den ersten beiden Auflagen umfasste das Werk ausschließlich die Bruchmechanik. Ab der dritten Auflage wurde der Inhalt auf die Mikromechanik ausgeweitet. Sie hat aufgrund der zunehmenden Verknüpfung von bruch- und schädigungsmechanischen Fragestellungen mit mikromechanischen Modellierungen eine besondere Bedeutung erfahren. Die vorliegende Neuauflage haben wir genutzt, um eine Reihe weiterer Ergänzungen vorzunehmen. Aufgegriffen haben wir unter anderen Themen wie die Rissinitiierung an Kerben, Kohäsivzonenmodelle, den Peel-Test, die Fragmentierung oder die Verzerrungslokalisierung bei der duktilen Schädigung. Zu einigen Kapiteln haben wir daneben Übungsaufgaben angefügt.

Gedankt sei an dieser Stelle allen, die zur Entstehung dieses Buches beigetragen haben. Eingeschlossen sind auch die, von denen wir selbst gelernt haben. Wie sagt es Roda Roda so schön ironisch: "Aus vier Büchern abzuschreiben ergibt ein fünftes gelehrtes Buch". Danken möchten wir auch Frau Dipl.-Ing. Heike Herbst für die Anfertigung der meisten Zeichnungen. Nicht zuletzt sei dem Verlag für die gute Zusammenarbeit gedankt.

Darmstadt und Karlsruhe im Januar 2011

Dietmar Gross
Thomas Seelig

Inhaltsverzeichnis

Einführung	1
1 Einige Grundlagen der Festkörpermechanik	5
1.1 Spannung	5
1.1.1 Spannungsvektor	5
1.1.2 Spannungstensor	7
1.1.3 Gleichgewichtsbedingungen	11
1.2 Deformation und Verzerrung	11
1.2.1 Verzerrungstensor	11
1.2.2 Verzerrungsgeschwindigkeit	14
1.3 Stoffgesetze	15
1.3.1 Elastizität	15
1.3.2 Viskoelastizität	19
1.3.3 Plastizität	23
1.4 Energieprinzipien	28
1.4.1 Energiesatz	28
1.4.2 Prinzip der virtuellen Arbeit	29
1.4.3 Satz von Clapeyron, Satz von Betti	31
1.5 Ebene Probleme	31
1.5.1 Allgemeines	31
1.5.2 Lineare Elastizität, Komplexe Methode	34
1.5.3 Idealplastisches Material, Gleitlinienfelder	35
1.6 Literatur	38
2 Klassische Bruch- und Versagenshypothesen	41
2.1 Grundbegriffe	41
2.2 Versagenshypothesen	42
2.2.1 Hauptspannungshypothese	43
2.2.2 Hauptdehnungshypothese	43
2.2.3 Formänderungsenergiehypothese	44
2.2.4 Coulomb-Mohr Hypothese	45
2.2.5 Drucker-Prager-Hypothese	48
2.3 Deformationsverhalten beim Versagen	49
2.4 Übungsaufgaben	50
2.5 Literatur	51

3 Ursachen und Erscheinungsformen des Bruchs	53
3.1 Mikroskopische Aspekte	53
3.1.1 Oberflächenenergie, Theoretische Festigkeit	53
3.1.2 Mikrostruktur und Defekte	55
3.1.3 Rissbildung	58
3.1.4 Perkolation	60
3.2 Makroskopische Aspekte	61
3.2.1 Rissausbreitung	61
3.2.2 Brucharten	62
3.3 Literatur	64
4 Lineare Bruchmechanik	65
4.1 Allgemeines	65
4.2 Das Rissspitzenfeld	66
4.2.1 Zweidimensionale Rissspitzenfelder	66
4.2.2 Modus I Rissspitzenfeld	72
4.2.3 Dreidimensionales Rissspitzenfeld	74
4.3 K -Konzept	74
4.4 K -Faktoren	76
4.4.1 Beispiele	76
4.4.2 Integralgleichungsformulierung	83
4.4.3 Methode der Gewichtsfunktionen	85
4.4.4 Risswechselwirkung	88
4.4.5 Spannungsintensitätsfaktoren und Kerbfaktoren	93
4.5 Die Bruchzähigkeit K_{Ic}	95
4.6 Energiebilanz	97
4.6.1 Energiefreisetzung beim Rissfortschritt	97
4.6.2 Energiefreisetzungsrates	99
4.6.3 Nachgiebigkeit, Energiefreisetzungsrates und K -Faktoren	102
4.6.4 Energiesatz, Griffithsches Bruchkriterium	104
4.6.5 J -Integral	110
4.7 Kleinbereichsfließen	117
4.7.1 Größe der plastischen Zone, Irwinsche Risslängenkorrektur	117
4.7.2 Qualitative Bemerkungen zur plastischen Zone	119
4.8 Stabiles Risswachstum	121
4.9 Gemischte Beanspruchung	124
4.10 Rissinitiierung an Löchern und Kerben	129
4.11 Ermüdungsrisswachstum	131
4.12 Der Grenzflächenriss	133
4.13 Piezoelektrische Materialien	141
4.13.1 Grundlagen	141
4.13.2 Der Riss im ferroelektrischen Material	143
4.14 Übungsaufgaben	146

4.15	Literatur	148
5	Elastisch-plastische Bruchmechanik	151
5.1	Allgemeines	151
5.2	Dugdale Modell	152
5.3	Kohäsivzonenmodelle	156
5.4	Rissspitzenfeld	160
5.4.1	Idealplastisches Material	160
5.4.2	Deformationstheorie, HRR–Feld	166
5.5	Bruchkriterium	172
5.6	Bestimmung von J	174
5.7	Bestimmung von J_c	175
5.8	Risswachstum	179
5.8.1	J -kontrolliertes Risswachstum	179
5.8.2	Stabiles Risswachstum	181
5.8.3	Stationäres Risswachstum	183
5.9	Konzept der wesentlichen Brucharbeit	190
5.10	Übungsaufgaben	192
5.11	Literatur	193
6	Kriechbruchmechanik	195
6.1	Allgemeines	195
6.2	Bruch von linear viskoelastischen Materialien	196
6.2.1	Rissspitzenfeld, elastisch-viskoelastische Analogie	196
6.2.2	Bruchkonzept	199
6.2.3	Risswachstum	200
6.3	Kriechbruch von nichtlinearen Materialien	204
6.3.1	Sekundäres Kriechen, Stoffgesetz	204
6.3.2	Stationärer Riss, Rissspitzenfeld, Belastungsparameter	206
6.3.3	Kriechrisswachstum	210
6.4	Literatur	216
7	Dynamische Probleme der Bruchmechanik	217
7.1	Allgemeines	217
7.2	Einige Grundlagen der Elastodynamik	218
7.3	Dynamische Belastung des stationären Risses	220
7.3.1	Rissspitzenfeld, K-Konzept	220
7.3.2	Energiefreisetzungsrate, energetisches Bruchkonzept	220
7.3.3	Beispiele	222
7.4	Der laufende Riss	224
7.4.1	Rissspitzenfeld	224
7.4.2	Energiefreisetzungsrate	228

7.4.3	Bruchkonzept, Rissgeschwindigkeit, Rissverzweigung, Rissarrest	231
7.4.4	Beispiele	234
7.5	Fragmentierung	238
7.6	Literatur	240
8	Mikromechanik und Homogenisierung	241
8.1	Allgemeines	241
8.2	Ausgewählte Defekte und Grundlösungen	243
8.2.1	Eigendehnungen, Eshelby-Lösung, Defekt-Energien	243
8.2.2	Inhomogenitäten, äquivalente Eigendehnung	252
8.3	Effektive elastische Materialeigenschaften	258
8.3.1	Grundlagen; RVE-Konzept, Mittelungen	259
8.3.2	Analytische Näherungsmethoden	268
8.3.3	Energieprinzipien und Schranken	288
8.4	Homogenisierung elastisch-plastischer Materialien	295
8.4.1	Grundlagen; plastische Makroverzerrungen, Fließbedingung	296
8.4.2	Näherungen	304
8.5	Thermoelastisches Material	310
8.6	Übungsaufgaben	313
8.7	Literatur	313
9	Schädigung	315
9.1	Allgemeines	315
9.2	Grundbegriffe	316
9.3	Spröde Schädigung	319
9.4	Duktile Schädigung	322
9.4.1	Porenwachstum	322
9.4.2	Schädigungsmodelle	324
9.4.3	Bruchkonzept	327
9.5	Entfestigung und Verzerrungslokalisierung	327
9.6	Literatur	331
10	Probabilistische Bruchmechanik	333
10.1	Allgemeines	333
10.2	Grundlagen	334
10.3	Statistisches Bruchkonzept nach Weibull	337
10.3.1	Bruchwahrscheinlichkeit	337
10.3.2	Bruchspannung	339
10.3.3	Verallgemeinerungen	340
10.4	Probabilistische bruchmechanische Analyse	341
10.5	Literatur	343
	Sachverzeichnis	345

Einführung

Unter *Bruch* versteht man die vollständige oder teilweise Trennung eines ursprünglich ganzen Körpers. Die Beschreibung entsprechender Phänomene ist Gegenstand der Bruchmechanik. Von Interesse für den Ingenieur ist dabei in erster Linie die Betrachtung der Vorgänge aus makroskopischer Sicht. Hierfür hat sich die Kontinuumsmechanik als Werkzeug bestens bewährt. Mit ihrer Hilfe können Bruchkriterien und Konzepte erstellt werden, die eine Vorhersage des Verhaltens ermöglichen.

In der Regel erfolgt die Trennung des Körpers, indem sich ein oder mehrere Risse durch das Material fortpflanzen. Die Bruchmechanik befasst sich deshalb in starkem Maße mit dem Verhalten von Rissen. Risse unterschiedlicher Größenordnung oder Defekte, die zu Rissen führen, sind in einem realen Material fast immer vorhanden. Eine der Fragen, deren Beantwortung die Bruchmechanik ermöglichen soll, lautet: breitet sich ein Riss in einem Körper bei einer bestimmten Belastung aus und führt damit zum Bruch oder nicht? Andere sind die nach der Rissentstehung, nach der Bahn eines sich ausbreitenden Risses oder nach der Geschwindigkeit mit der die Ausbreitung erfolgt.

Zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Festkörpern verwendet die Kontinuumsmechanik Größen wie Spannungen und Verzerrungen. Diese sind allerdings nicht immer unmittelbar für die Beschreibung von Bruchvorgängen geeignet. Dies liegt zum einen daran, dass diese Größen an der Risspitze unbeschränkt groß werden können. Zum anderen kann man dies schon alleine aus der Tatsache folgern, dass sich zwei Risse unterschiedlicher Länge auch dann unterschiedlich verhalten werden, wenn sie der gleichen Belastung ausgesetzt sind. Bei einer Laststeigerung wird sich der längere Riss bereits bei einer geringeren Last ausbreiten, als der kürzere. Aus diesem Grund führt man in der Bruchmechanik zusätzliche Größen ein, wie zum Beispiel *Spannungsintensitätsfaktoren* oder die *Energiefreisetzungsrate*, welche den lokalen Zustand an der Risspitze bzw. das globale Verhalten des Risses bei der Ausbreitung charakterisieren.

Für das Verstehen von Bruchvorgängen ist eine zumindest teilweise Einsicht in die mikroskopischen Mechanismen nützlich. So macht zum Beispiel ein Blick in die Mikrostruktur verständlich, wie ein Materialdefekt sich soweit vergrößert, bis man ihn als makroskopischen Riss ansehen kann. Mit der Bedeutung der Mikromechanismen ist auch die wichtige Rolle zu erklären, welche die Werkstoffwissenschaften und die Materialphysik bei der Entwicklung der Bruchmechanik gespielt haben und weiterhin spielen werden. In zunehmenden Maße werden heute die mikroskopischen Prozesse mechanisch modelliert und mit Hilfe von Kon-

tinuumstheorien erfasst. Spezialgebiete, wie die Schädigungsmechanik oder die Mikromechanik sind aus diesen Bemühungen entstanden und stellen inzwischen wichtige Werkzeuge in der Bruchmechanik dar. So bildet die Mikromechanik den theoretischen Rahmen zur systematischen Behandlung von Defekten und ihrer Auswirkung auf unterschiedlichen Größenskalen.

Die Bruchmechanik kann nach verschiedenen Gesichtspunkten eingeteilt werden. Häufig unterscheidet man die *lineare Bruchmechanik* von der *nichtlinearen Bruchmechanik*. Die erste beschreibt Bruchvorgänge mit Hilfe der linearen Elastizitätstheorie. Hiermit kann insbesondere der spröde Bruch erfasst werden, weshalb die lineare Bruchmechanik auch als *Sprödebruchmechanik* bezeichnet wird. In der nichtlinearen Bruchmechanik werden Bruchvorgänge beschrieben, die wesentlich durch ein inelastisches Materialverhalten geprägt sind. Je nachdem, ob sich das Material elastisch–plastisch verhält oder viskose Effekte eine Rolle spielen, kann man dabei noch in *elastisch–plastische Bruchmechanik* und in *Kriechbruchmechanik* untergliedern. Eine andere Einteilung orientiert sich am betrachteten Material. So unterscheidet man verschiedentlich eine Bruchmechanik von metallischen Werkstoffen, mineralischen Werkstoffe oder Kompositwerkstoffen. Werden im Gegensatz zur deterministischen Beschreibung von Bruchvorgängen statistische Methoden herangezogen, so spricht man von *statistischer Bruchmechanik*.

Die Geschichte der Bruchmechanik reicht in ihren Wurzeln bis zu den Anfängen der Mechanik zurück. Schon Galileo Galilei (1564–1642) hat 1638 Überlegungen zum Bruch von Balken angestellt, die ihn zu dem Schluss führten, dass hierbei das Moment das entscheidende Maß für die Beanspruchung ist. Mit der Entwicklung der Kontinuumsmechanik im 19. Jahrhundert kam es zur Aufstellung einer Reihe verschiedener Festigkeitshypothesen, die zum Teil noch heute als Bruchkriterien Verwendung finden. In ihnen werden Spannungen oder Verzerrungen zur Charakterisierung der Materialbeanspruchung herangezogen. Entsprechende Bemühungen erfolgten seit Anfang dieses Jahrhunderts insbesondere im Zusammenhang mit der Entwicklung der Plastizitätstheorie. Im Jahre 1920 legte A.A. Griffith (1893–1963) einen ersten Grundstein für eine Bruchtheorie von Rissen, indem er die für den Rissfortschritt erforderliche Energie in die Beschreibung einführte und damit das energetische Bruchkonzept schuf. Ein weiterer Meilenstein war die 1939 von W. Weibull (1887–1979) entwickelte statistische Theorie des Bruchs. Der eigentliche Durchbruch gelang aber erst 1951 G.R. Irwin (1907–1998), der zum erstenmal den Rissspitzenzustand mit Hilfe von Spannungsintensitätsfaktoren charakterisierte. Das daraus folgende K-Konzept der linearen Bruchmechanik fand rasch Eingang in die praktische Anwendung und ist inzwischen fest etabliert. Seit Anfang der 60er Jahre wird an Problemen der elastisch–plastischen Bruchmechanik sowie weiterer Teilgebiete gearbeitet. Eine verstärkte Einbindung der Schädigungsmechanik und der Mikromechanik erfolgt seit dem vergangenen Jahrzehnt. Trotz großer Fortschritte ist die Bruchmechanik ein noch längst nicht abgeschlossenes Gebiet sondern nach wie vor Gegenstand intensiver Forschung.

In starkem Maße angetrieben wurde und wird die Entwicklung der Bruchme-

chanik aus dem Bestreben, Schadensfälle an technischen Konstruktionen und Bauteilen zu vermeiden. Dementsprechend wird sie als Werkzeug überall dort angewendet, wo Bruch und ein damit verbundenes Versagen mit schwerwiegenden oder gar katastrophalen Folgen nicht eintreten darf. Typische Einsatzgebiete finden sich in der Luft- und Raumfahrt, der Mikrosystemtechnik, der Reaktortechnik, dem Behälterbau, dem Fahrzeugbau oder dem Stahl- und Massivbau. Daneben wird die Bruchmechanik in vielen anderen Gebieten zur Lösung von Problemen verwendet, wo Trennprozesse eine Rolle spielen. Beispiele hierfür sind die Zerkleinerungstechnik, die Geomechanik und die Materialwissenschaften.