

# Springer-Lehrbuch

Jürgen Bortz   Gustav A. Lienert   Klaus Boehnke

# Verteilungsfreie Methoden in der Biostatistik

3., korrigierte Auflage

Mit 35 Abbildungen, 247 Tabellen und 47 Tafeln

 Springer

**Prof. Dr. Jürgen Bortz †**

**Prof. em. Dr. Dr. Dr. h.c. mult. Gustav A. Lienert †**

**Prof. Dr. Klaus Boehnke**

Bremen International Graduate School of Social Sciences (BIGSSS)

Jacobs University Bremen

Campus Ring 1, 28759 Bremen

E-Mail: K.Boehnke@jacobs-university.de

ISBN 978-3-540-74706-2 Springer Medizin Verlag Heidelberg

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

**Springer Medizin Verlag**

springer.de

© Springer Medizin Verlag Heidelberg 1990, 2000, 2008

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Produkthaftung: Für Angaben über Dosierungsanweisungen und Applikationsformen kann vom Verlag keine Gewähr übernommen werden. Derartige Angaben müssen vom jeweiligen Anwender im Einzelfall anhand anderer Literaturstellen auf ihre Richtigkeit überprüft werden.

Planung: Dr. Svenja Wahl

Projektmanagement: Meike Seeker

Umschlaggestaltung: deblik Berlin

Satz: K+V Fotosatz GmbH, Beerfelden

SPIN 12114283

Gedruckt auf säurefreiem Papier

2126 – 5 4 3 2 1 0

## Geleitwort zur dritten Auflage

Die „Kurzgefasste Statistik für die Klinische Forschung“ ist im Frühjahr 2008 in einer dritten, von Jürgen Bortz überarbeiteten Auflage erschienen. Das vorliegende Buch „Verteilungsfreie Methoden in der Biostatistik“ enthält ausführlichere Darstellungen der Inhalte aus der „Kurzgefassten Statistik für die Klinische Forschung“ und, darüber hinausgehend, weitere Auswertungsmethoden. Für die Neuauflage wurden neben einigen Korrekturen die Querverweise zu den anderen Werken von Jürgen Bortz, namentlich zur bereits erwähnten „Kurzgefassten Statistik“ (Bortz & Lienert, 2008), zur „Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler“ (Bortz, 2005) sowie zu „Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler“ (Bortz & Döring, 2006) angepasst.

Jürgen Bortz ist im September 2007 verstorben. Als seine langjährigen Kollegen und Freunde sind wir der Bitte des Verlages um Unterstützung bei den Korrekturen und Anpassungen gerne nachgekommen. Wir wünschen uns, dass auch dieser Teil des Lebenswerks von Jürgen Bortz zu einem tieferen und kritischen Verständnis statistischer Methoden beitragen möge.

Berlin, im Januar 2008

Tatjana Barskova  
Konrad Leitner  
Rainer Oesterreich

## Vorwort zur zweiten Auflage

1998 erschien im Springer-Verlag die „Kurzgefaßte Statistik für die Klinische Forschung. Ein praktischer Leitfaden für die Analyse kleiner Stichproben“ von J. Bortz und G.A. Lienert. Dieses Buch faßt die ausführliche Darstellung der wichtigsten Ansätze der „Verteilungsfreien Methoden in der Biostatistik“ (Bortz, Lienert und Boehnke, 1990) unter Anwendungsgesichtspunkten zusammen, d.h. unter nahezu vollständigem Verzicht auf mathematische Ableitungen und Begründungen. Die hieran interessierten Leser werden wiederholt auf das Referenzbuch (Bortz, Lienert, Boehnke, 1990) verwiesen, das inzwischen vergriffen ist.

Freundlicherweise hat sich der Springer-Verlag bereit erklärt, von den „Verteilungsfreien Methoden in der Biostatistik“ eine 2. korrigierte Auflage anzufertigen, so daß auch zukünftig die Möglichkeit besteht, die in der „Kurzgefaßten Statistik“ unter praktischen Gesichtspunkten behandelten Verfahren zu vertiefen. Bei dieser „mittleren“ Überarbeitung wurden Fehler korrigiert und Literatur aktualisiert, ohne hierbei die Paginierung zu verändern.

Neben der vertiefenden Funktion für Leser der „Kurzgefaßten Statistik“ hat die 2. Auflage natürlich – wie auch die 1. Auflage – eine eigenständige Funktion, nämlich zahlreiche interessante Verfahren, für die es in der parametrischen Statistik kein Pendant gibt und die auch unter den verteilungsfreien Verfahren eher als „Exoten“ gelten, dem Leser nahezubringen. Daß dies mit der 1. Auflage gelungen ist, belegen die vielen Zuschriften und Anregungen, für die wir uns herzlich bedanken, verbunden mit der erneuten Bitte um Anregungen zur Verbesserung des Buches (zu richten an die Anschrift des Erstautors).

Zusätzlich wollen wir auf einige wichtige, zwischenzeitlich erschienene Werke aufmerksam machen:

Gibbons und Chakraborti (1992) gilt inzwischen als Klassiker für Statistik-Graduierte, ist aber als Einführung in die verteilungsfreien Methoden für den eher an Anwendungen interessierten Leser relativ schwierig. Für den Anwender sind eher zwei weitere Werke des Erstautors zu empfehlen, wobei Gibbons (1992) allerdings nur Ranktests und Gibbons (1993) verteilungsfreie Assoziationsmaße behandelt. Auf mittlerem Schwierigkeitsniveau zu empfehlen ist Krauth (1990), der nach einer ausführlichen Erklärung der wichtigsten statistischen Begriffe auf Tests zur Überprüfung der Unterschiedlichkeit von 2 bzw. 3

und mehr Stichproben sowie auf die verteilungsfreie Überprüfung von Zusammenhangshypothesen eingeht.

Brunner und Langer (1999) sollten die Abschnitte 6.1.5.1 sowie 6.2.5.2 dieses Buches ersetzen. Es geht hierbei um die verteilungsfreie Auswertung mehrfaktorieller Pläne, für die in diesen Abschnitten als Näherungslösung die Rangvarianzanalyse mit Datenalignment vorgeschlagen wird. Brunner und Langer offerieren für diese und ähnliche Probleme mathematisch korrekte Lösungen, die für den Nicht-mathematiker allerdings nur schwer nachvollziehbar sind. Dennoch ist dieses Buch auch dem Anwender zu empfehlen; die Software für diese Verfahren (spezielle Makros in SASIML), deren Anwendung ein grundlegendes Verständnis der Verfahren nicht voraussetzt, ist im Internet abrufbar (<ftp://ftp.ams.med.uni-goettingen.de/pub/nonpar/ld>).

Abschließend sei auf zwei weitere Werke hingewiesen: Edgington (1995) behandelt in einer 3. Auflage neuere Entwicklungen für Randomisierungstests, deren Prinzip bei einigen der in Kap. 7 behandelten Verfahren deutlich wird. Für Epidemiologen, Gesundheitsstatistiker sowie empirisch orientierte Sozialarbeiter ist Pett (1997) eine gute Einführung in die Verteilungsfreien Methoden.

Berlin, im Februar 2000

Jürgen Bortz

## Vorwort zur ersten Auflage

Ein wissenschaftliches Werk, das auf eine nahezu 30jährige Geschichte zurückblicken kann, verdient es, zunächst in seinen wichtigsten Entwicklungsstufen vorgestellt zu werden. Als G. A. Lienert im Jahre 1962 die *Verteilungsfreien Methoden in der Biostatistik* beim Verlag Anton Hain veröffentlichte, war dies die erste deutschsprachige Bearbeitung eines damals noch weitgehend unbekanntem Teilbereichs der analytischen Statistik. Die enorme Entwicklung und Akzeptanz dieser Verfahrensklasse dokumentiert die 2. Auflage. Allein der 1. Band (1973) war mehr als doppelt so umfangreich wie die Erstauflage. Als dann 1978 der 2. Band der 2. Auflage erschien, war aus den einst handlichen *Verteilungsfreien Methoden* ein wissenschaftliches Mammutwerk von ca. 2000 Seiten geworden. Die Vielzahl der behandelten Verfahren machte einen eigenständigen Tafelband erforderlich, der im Jahre 1975 erschien. Schließlich wurde der 1. Band noch durch einen Nachtrag mit Hinweisen auf neuere Entwicklung in der Biostatistik ergänzt (3. Auflage, 1986).

Dies war der Entwicklungsstand, als Prof. Lienert mit der Bitte an mich herantrat, eine weitere Auflage der *Verteilungsfreien Methoden* zu erarbeiten. Ich habe diese Aufgabe übernommen, wohl wissend, daß ich mit dieser Entscheidung viel Arbeit und Verantwortung auf mich nehmen würde.

Mit der neuen Koauthorschaft verbunden war ein Verlagswechsel zum Springer-Verlag, Heidelberg, bei dem bereits zwei Lehrbücher des Koauthors (Bortz 1984 und Bortz 1989<sup>3</sup>) erschienen sind. Ein solcher Verlagswechsel erfolgt natürlich auch unter ökonomischen Gesichtspunkten, und so war es naheliegend, die 3 Bände der 2. Auflage wieder in einem einzigen Band zu vereinen. Dieses Konzept fand die uneingeschränkte Zustimmung von Prof. Lienert. Damit war für die Neuauflage eine Lösung zu erarbeiten, bei der trotz erheblicher Textreduzierung auf möglichst wenig inhaltliche Substanz verzichtet werden sollte. Wie dieses Konzept realisiert wurde, zeigt der folgende Vergleich der 20 Kapitel der 2. Auflage mit den 11 Kapiteln der Neuauflage: Die Kapitel 1–4 wurden verdichtet, blieben jedoch in ihrer Grundstruktur als vorbereitende Kapitel auf die eigentliche Behandlung der verteilungsfreien Methoden erhalten. Das Kapitel 1 (Wahrscheinlichkeitslehre) behandelt die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung sowie die wichtigsten Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

Im 2. Kapitel (Beobachtungen, Hypothesen und Tests) wird beschrieben, wie man anhand unterschiedlich organisierter Beobachtungen (Stichprobenarten) über die Gültigkeit von Hypothesen befinden kann. Kapitel 3 befaßt sich mit Techniken der Datenerhebung und der Datenaufbereitung (ursprünglich: Messen und Testen), und in Kapitel 4 (verteilungsfreie und parametrische Tests) wird problematisiert, unter welchen Umständen parametrisch getestet werden darf bzw. wann ein verteilungsfreier Test seinem parametrischen Pendant vorzuziehen ist.

Die eigentliche Beschreibung verteilungsfreier Verfahren beginnt in Kapitel 5 mit der Analyse von Häufigkeiten. Dieses Kapitel vereint die ursprünglichen Kapitel 5 (Testmethoden, die auf Häufigkeitsinformationen beruhen), Kapitel 15 (Analyse zweidimensionaler Kontingenztafeln: Globalauswertung), Kapitel 16 (spezifizierte Kontingenzprüfungen in Mehrfeldertafeln), Kapitel 17 (Analyse dreidimensionaler Kontingenztafeln) und Teile von Kapitel 18 (mehrdimensionale Kontingenztafeln).

Die wichtigsten Veränderungen von Kapitel 5 gegenüber seinen Vorgängern lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Auf eine Wiedergabe der Likelihoodverhältnis-Kontingenztests (2 I-Tests) wurde wegen ihrer asymptotischen Äquivalenz zur „klassischen“  $\chi^2$ -Analyse verzichtet.

- Korrelative bzw. rangstatistische Auswertungsvorschläge wurden in anderen Kapiteln (Kapitel 6, 8 und 9) untergebracht.

Kapitel 6 widmet sich in seiner ursprünglichen und auch in seiner neuen Fassung der Analyse von Rangdaten. Es behandelt Tests zum Vergleich von 2 und mehr abhängigen bzw. unabhängigen Stichproben. Auch hier seien die wichtigsten Veränderungen genannt:

- Auf Tests zur Überprüfung von sehr speziellen Fragestellungen wird unter Verzicht auf eine ausführliche Darstellung nur noch verwiesen.

- Einige bislang fehlende, aber für den Praktiker wichtige Testmöglichkeiten wurden neu aufgenommen bzw. neu konzipiert.

Auch in Kapitel 7 wurden – abgesehen von einer Straffung des Texts und einigen Korrekturen am Aufbau des Kapitels – die vorgegebenen Inhalte im wesentlichen übernommen. Im Mittelpunkt dieses Kapitels steht die verteilungsfreie Analyse von Meßwerten mit Intervall- (Kardinal-) Skalenniveau.

Das neue Kapitel 8 ist mit „Zusammenhangsmaße und Regression“ überschrieben. Der Abschnitt über Nominaldaten (8.1) berücksichtigt unter Aussparung informationstheoretischer Zusammenhangsmaße einige Assoziations- und Kontingenzmaße des alten Kapitel 9. Es wird gezeigt, daß die wichtigsten Assoziations- und Kontingenzmaße als Spezialfälle des „Allgemeinen Linearen Modells“ anzusehen sind und daß dieser Ansatz auch auf die Analyse mehrdimensionaler Kontingenztafeln übertragbar ist.



Dieses Teilkapitel „ersetzt“ damit gewissermaßen die im alten Kapitel 18 behandelte Interaktionsstrukturanalyse sowie die im Kapitel 19 zusammengestellten Anregungen für die „Verteilungsfreie Auswertung uni- und multivariater Versuchspläne“.

Abschnitt 8.2 befaßt sich mit Zusammenhangsmaßen für ordinal skalierte Merkmale. Im Mittelpunkt stehen hier die bekanntesten Rangkorrelationen, Spearmans  $\rho$  (rho) und Kendalls  $\tau$  (tau) sowie weitere aus diesen Korrelationen abgeleitete Zusammenhangsmaße.

Kapitel 9 beschreibt Verfahren zur Überprüfung der Urteilerübereinstimmung bzw. der Urteilskonkordanz und wird ergänzt durch die Analyse von Paarvergleichsurteilen. Vorgänger dieses Kapitels sind die alten Kapitel 10 und Abschnitt 16.9, die gekürzt und durch neue Verfahren ergänzt wurden.

Kapitel 10 behandelt mit einem neuen Aufbau die in der 2. Auflage in Kapitel 12 beschriebene verteilungsfreie Sequenzanalyse. Es beinhaltet die sequentielle Durchführung des Binomialtests sowie verschiedene Anwendungen. „Pseudosequentialtests“ und weitere sequentielle Ansätze komplettieren dieses Kapitel.

Das neue Kapitel 11 (Abfolgen und Zeitreihen) basiert auf Kapitel 8 (Zufallsmäßigkeit, Unabhängigkeit und Homogenität von Sukzessivbeobachtungen), Kapitel 13 (verteilungsfreie Zeitreihenanalyse) und Kapitel 14 (verteilungsfreie Zeitreihentests).

Nicht übernommen wurden das alte Kapitel 11 (verteilungsfreie Schätzmethoden), da deren Behandlung in einer auf verteilungsfreies Testen ausgerichteten Gesamtkonzeption nicht unbedingt erforderlich ist. Auch auf Kapitel 20 (Analyse von Richtungs- und Zyklusmaßen) wurde verzichtet, weil diese Verfahrensklasse nur für sehr spezielle Fragestellungen relevant ist.

Bei Untersuchungen mit kleinen Stichproben wird die Durchführung exakter verteilungsfreier Tests durch *Tafeln* mit kritischen Signifikanzschranken erheblich erleichtert. Sie sind in einem Tafelband (Lienert, 1975) zusammengefaßt, der wegen seines Umfangs (ca. 700 Seiten) nur teilweise übernommen werden konnte. Eine vollständige Übernahme erschien auch nicht erforderlich, denn inzwischen werden von der Computerindustrie leistungsstarke Taschenrechner (mit Funktionstasten für  $e^x$ ,  $\ln x$ ,  $y^x$ ,  $x!$  etc.) kostengünstig angeboten, mit denen sich auch exakte Tests ohne besonderen Aufwand durchführen lassen. Intensiven Nutzern der verteilungsfreien Methoden sei das Buch von Fillbrandt (1986) empfohlen, in dem Computerprogramme für die wichtigsten Verfahren der 2. Auflage gelistet und kommentiert sind.

An der *didaktischen Konzeption*, die verteilungsfreien Methoden vor allem dem Anwender nahezubringen, wurde nichts geändert. Nach wie vor werden alle Verfahren an Beispielen numerisch entwickelt, die alle einem einheitlichen Schema folgen: Nach einem kurzen Problemauflauf wird die inhaltliche Hypothese formuliert, die mit dem jeweiligen Verfahren geprüft werden soll. Die Art der Hypothese ( $H_0$  oder

$H_1$ ), das Signifikanzniveau ( $\alpha$ ) und – falls erforderlich – die Art des Tests (ein- oder zweiseitig) sind jeweils in Klammern aufgeführt. Es folgen die Daten, ihre Auswertung, die statistische Entscheidung und eine kurze Interpretation.

Die kleingedruckten Textpassagen sind für das Verständnis des Gesamttextes von nachrangiger Bedeutung und können deshalb ggf. überlesen werden. Sie enthalten Hinweise zur statistischen Theorie, mathematische Ableitungen oder Verweise auf weniger wichtige Verfahren, die eher für „Spezialisten“ gedacht sind.

Die an verteilungsfreien Methoden interessierten Leser gehören erfahrungsgemäß unterschiedlichen empirisch orientierten Fachgebieten an, wie Medizin, Biologie, Psychologie, Soziologie, Erziehungswissenschaft etc. Besondere mathematisch-statistische Vorkenntnisse werden nicht verlangt, wenn auch erste Erfahrungen mit den Grundlagen des statistischen Hypothesentestens für die Einarbeitung in die *Verteilungsfreien Methoden* von Vorteil sein dürften. Für diesen *Leserkreis* ist das Buch als Einführungslektüre und als Nachschlagewerk gleichermaßen geeignet.

Die in der Neuauflage vorgenommenen Eingriffe in die ursprüngliche Konzeption des Werks sind teilweise gravierend und können – im Einvernehmen mit Prof. Lienert – nur vom Erstautor allein verantwortet werden. Mängelreklamationen, *Korrekturvorschläge* oder sonstige Anregungen zur Verbesserung des Textes erbitte ich deshalb an meine Anschrift.

Mein Dank gilt natürlich in erster Linie Prof. Lienert, der mir die Gelegenheit bot, eigene Vorstellungen und Ideen zu den verteilungsfreien Methoden in ein fest etabliertes und renommiertes Werk einbinden zu können. Mein ganz besonderer Dank gilt auch Herrn Dr. K. Boehnke. Er fertigte erste Versionen der Kapitel 1–4 sowie der Kapitel 6 und 7 an, stellte das Literaturverzeichnis zusammen und war schließlich an der Endredaktion des Gesamttextes maßgeblich beteiligt.

Bedanken möchte ich mich ferner bei Frau Dr. Elisabeth Muchowski und Herrn Dipl.-Psych. G. Gmel; sie waren mir bei schwierigen Sachfragen und bei der inhaltlichen Kontrolle einiger Kapitel stets hilfreiche Berater. Frau cand. psych. Beate Schulz danke ich für die Überprüfung der Korrekturabzüge. Frau Helga Feige hat mit viel Geduld die Schreibebeiten erledigt, wofür ihr ebenfalls herzlich gedankt sei. Schließlich gilt mein Dank den Mitarbeitern des Springer-Verlags für ihr großzügiges Entgegenkommen bei der drucktechnischen Gestaltung dieser Neuauflage.

Berlin, im Februar 1989

Jürgen Bortz

# Kapitelübersicht

- 1 Wahrscheinlichkeitslehre – 1**
- 2 Beobachtungen, Hypothesen und Tests – 23**
- 3 Datenerhebung und Datenaufbereitung – 57**
- 4 Verteilungsfreie und parametrische Tests – 79**
- 5 Analyse von Häufigkeiten – 87**
- 6 Analyse von Rangdaten – 197**
- 7 Analyse von Messwerten – 295**
- 8 Zusammenhangsmaße und Regression – 325**
- 9 Urteilerübereinstimmung – 449**
- 10 Verteilungsfreie Sequenzanalyse – 503**
- 11 Abfolgen und Zeitreihen – 543**
- Anhang Tafeln 1–47 – 627**

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Wahrscheinlichkeitslehre</b>	<b>1</b>
1.1	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	1
1.1.1	Vorbemerkungen	1
1.1.2	Begriff der Wahrscheinlichkeit	2
1.1.3	Theoretische und empirische Wahrscheinlichkeit	3
1.1.4	Additions- und Multiplikationssatz	4
1.1.5	Punktwahrscheinlichkeiten	5
1.1.6	Überschreitungswahrscheinlichkeiten	6
1.1.7	Elemente der Kombinatorik	7
1.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	10
1.2.1	Verteilungsformen von Zufallsvariablen	10
1.2.2	Die Binomialverteilung	14
1.2.3	Die Normalverteilungsapproximation der Binomialverteilung	16
1.2.4	Die Polynomialverteilung	17
1.2.5	Die $\chi^2$ -Approximation der Polynomialverteilung	19
1.2.6	Die Poisson-Verteilung	20
1.2.7	Die hypergeometrische Verteilung	21
<b>2</b>	<b>Beobachtungen, Hypothesen und Tests</b>	<b>23</b>
2.1	Beobachtungen und Verteilungshypothesen	23
2.1.1	Übereinstimmung von Beobachtungen mit Hypothesen	23
2.1.2	Stichproben und Grundgesamtheiten	24
2.1.3	Stichprobenarten	26
2.2	Statistische Hypothesen und Tests	28
2.2.1	Ein- und zweiseitige Fragestellungen	28
2.2.2	Nullhypothesen	29
2.2.3	Alternativhypothesen	30
2.2.4	Das Risiko I	31
2.2.5	Statistische Prüfgrößen und statistische Tests	32
2.2.6	Das Risiko II	36
2.2.7	Die Stärke statistischer Tests	39
2.2.8	Die Effizienz statistischer Tests	43
2.2.9	Andere Gütekriterien statistischer Tests	45
2.2.10	Zusammenfassung statistischer Entscheidungen	46
2.2.11	$\alpha$ -Fehler-Adjustierung	48

<b>3</b>	<b>Datenerhebung und Datenaufbereitung</b>	<b>57</b>
3.1	Theorie des Messens	57
3.1.1	Gütekriterien des Messens	59
3.1.2	Die Skalenniveaus	61
3.1.3	Informationsgehalt von Skalen	62
3.1.4	Konstituierungsmerkmale für Skalen	63
3.1.5	Zulässige Skalentransformationen	64
3.1.6	Festlegung des Skalenniveaus	65
3.2	Arten von Ausgangsdaten	66
3.2.1	Nominalskalierte Daten	66
3.2.2	Ordinalskalierte Daten	67
3.2.3	Kardinalskalierte Daten	70
3.3	Graphische und numerische Darstellung empirischer Daten	70
3.3.1	Die Häufigkeitsverteilung	70
3.3.2	Statistische Kennwerte	74
<b>4</b>	<b>Verteilungsfreie und parametrische Tests</b>	<b>79</b>
4.1	Probleme des Messniveaus	79
4.2	Probleme mathematisch-statistischer Voraussetzungen	81
4.3	Probleme der Robustheit statistischer Verfahren	83
4.4	Entscheidungsschema: parametrisch oder verteilungsfrei?	83
<b>5</b>	<b>Analyse von Häufigkeiten</b>	<b>87</b>
5.1	Analyse eindimensionaler Häufigkeitsverteilungen	88
5.1.1	Binomialtest	88
5.1.2	Polynomialtest	92
5.1.3	$\chi^2$ -Anpassungstests	95
5.1.4	Nullklassentest	98
5.1.5	Trendtest	100
5.2	Analyse von Vierfelderkontingenztafeln	102
5.2.1	Asymptotische Analyse	104
5.2.2	Exakte Analyse	110
5.2.3	Agglutination von Vierfeldertafeln	113
5.2.4	Kontrolle von Drittmerkmalen	116
5.2.5	Optimale Stichprobenumfänge	120
5.3	Analyse von $k \times 2$ -Felder-Kontingenztafeln	121
5.3.1	Asymptotische Analyse	122
5.3.2	Exakte Analyse	123
5.3.3	Einzelvergleiche	126
5.3.4	Trendtests	130
5.4	Analyse von $k \times m$ -Kontingenztafeln	131
5.4.1	Asymptotische Analyse	132
5.4.2	Exakte Analyse	140

5.4.3	Fusion einzelner Felder	142
5.4.4	Anpassung von Teiltafeln an die Gesamttafel	144
5.4.5	Spezielle Einzelvergleiche	148
5.4.6	Einfeldertests (KFA)	155
5.4.7	Vergleich mehrerer Kontingenztafeln	158
5.5	Abhängige Stichproben	160
5.5.1	Zweimalige Messung eines dichotomen Merkmals	160
5.5.1.1	McNemar-Test	160
5.5.1.2	Gart-Test	164
5.5.2	Zweimalige Messung eines k-fach gestuften Merkmals	165
5.5.2.1	Bowker-Test	165
5.5.2.2	Marginalhomogenitätstest	168
5.5.3	Mehrfache Messung eines dichotomen Merkmals	169
5.5.3.1	Q-Test von Cochran	169
5.5.3.2	Einzelvergleiche	171
5.6	Analyse drei- und mehrdimensionaler Kontingenztafeln	173
5.6.1	Terminologische Vorbemerkungen	174
5.6.2	Asymptotische Analyse	175
5.6.3	Exakte Analyse einer $2^3$ -Tafel	181
5.6.4	Kontingenzaspekte in Dreiwegtafeln	183
5.6.5	Symmetrietests bei abhängigen Stichproben	190
<b>6</b>	<b>Analyse von Rangdaten</b>	<b>197</b>
6.1	Tests für Unterschiedshypothesen bei unabhängigen Stichproben	197
6.1.1	Tests für zwei Stichproben	197
6.1.1.1	Mediantest	198
6.1.1.2	U-Test	200
6.1.1.3	Normalrangtests	212
6.1.1.4	Weitere Tests	217
6.1.2	Tests für mehrere Stichproben	221
6.1.2.1	Mehrstichproben-Mediantest	221
6.1.2.2	Rangvarianzanalyse (H-Test)	222
6.1.2.3	Normalrangtests	228
6.1.3	Einzelvergleiche	230
6.1.4	Trendtests	232
6.1.4.1	Trendtest von Jonckheere	233
6.1.4.2	Trendtest mit orthogonalen Polynomen	235
6.1.5	Tests für zwei- und mehrfaktorielle Pläne	237
6.1.5.1	Rangvarianzanalyse mit Datenalignment	239
6.1.5.2	Weitere Verfahren	248
6.1.6	Tests für Dispersionsunterschiede	249
6.1.6.1	Rangdispersionstest von Siegel und Tukey	249
6.1.6.2	Rangdispersionstest von Mood	252
6.1.6.3	Mehrstichprobendispersionsvergleiche	253
6.1.6.4	Weitere Rangdispersionstests	255

6.2	Tests für Unterschiedshypothesen bei abhängigen Stichproben . . . . .	255
6.2.1	Tests für zwei Stichproben . . . . .	255
6.2.1.1	Vorzeichentest . . . . .	256
6.2.1.2	Vorzeichenrangtest . . . . .	259
6.2.1.3	Varianten des Vorzeichenrangtests . . . . .	266
6.2.2	Tests für mehrere Stichproben . . . . .	267
6.2.2.1	Friedmans verallgemeinerter Vorzeichentest . . . . .	267
6.2.2.2	Der Spannweitenrangtest von Quade . . . . .	272
6.2.2.3	Weitere Verfahren . . . . .	274
6.2.3	Einzelvergleiche . . . . .	275
6.2.4	Trendtests . . . . .	277
6.2.4.1	Trendtest von Page . . . . .	277
6.2.4.2	Trendtests mit orthogonalen Polynomen . . . . .	278
6.2.5	Tests für mehrfaktorielle Untersuchungspläne . . . . .	279
6.2.5.1	U-Test für Paardifferenzen . . . . .	279
6.2.5.2	Rangvarianzanalysen mit Datenalignement . . . . .	282
6.2.5.3	Balancierte unvollständige Pläne . . . . .	289
6.2.6	Tests für Dispersionsunterschiede . . . . .	292
<b>7</b>	<b>Analyse von Messwerten . . . . .</b>	<b>295</b>
7.1	Tests für Unterschiedshypothesen bei unabhängigen Stichproben . . . . .	295
7.1.1	Tests für zwei Stichproben . . . . .	296
7.1.1.1	Mittelwertsunterschiede . . . . .	296
7.1.1.2	Streuungsunterschiede . . . . .	298
7.1.1.3	Omnibusunterschiede . . . . .	299
7.1.1.4	Weitere Tests . . . . .	306
7.1.2	Tests für k Stichproben . . . . .	307
7.1.2.1	Mittelwertsunterschiede . . . . .	307
7.1.2.2	Omnibusunterschiede . . . . .	310
7.2	Tests für Unterschiedshypothesen bei abhängigen Stichproben . . . . .	312
7.2.1	Tests für zwei Stichproben . . . . .	312
7.2.1.1	Mittelwertsunterschiede . . . . .	312
7.2.1.2	Streuungsunterschiede . . . . .	316
7.2.1.3	Omnibusunterschiede . . . . .	317
7.2.2	Tests für k Stichproben . . . . .	318
7.2.2.1	Mittelwertsunterschiede . . . . .	318
7.2.2.2	Omnibusunterschiede . . . . .	318
7.3	Anpassungstests . . . . .	319
7.3.1	Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest (KSA-Test) . . . . .	319
7.3.2	KSA-Test mit Lilliefors-Schranken . . . . .	321

<b>8</b>	<b>Zusammenhangsmaße und Regression</b>	<b>325</b>
8.1	Nominalskalierte Merkmale	326
8.1.1	Vierfeldertafeln	327
8.1.1.1	$\phi$ -Koeffizient	327
8.1.1.2	Weitere Zusammenhangsmaße	335
8.1.1.3	Regression	337
8.1.1.4	Weitere Vorhersagemodelle	340
8.1.2	$k \times 2$ -Tafeln	342
8.1.2.1	$\phi'$ -Koeffizient	342
8.1.2.2	Einzelvergleiche	345
8.1.2.3	Trendtests	350
8.1.2.4	Regression	354
8.1.3	$k \times m$ -Tafeln	355
8.1.3.1	Cramérs Index	355
8.1.3.2	Weitere Zusammenhangsmaße	358
8.1.3.3	Einzelvergleiche	358
8.1.3.4	Regression	362
8.1.3.5	Weitere Vorhersagemodelle	363
8.1.4	Mehrdimensionale Tafeln: ein zweifach gestuftes abhängiges Merkmal	364
8.1.4.1	Orthogonale Tafeln	365
8.1.4.2	Nichtorthogonale Tafeln	380
8.1.5	Mehrdimensionale Tafeln: ein mehrfach gestuftes abhängiges Merkmal	391
8.1.5.1	Orthogonale Tafeln	392
8.1.5.2	Nichtorthogonale Tafeln	400
8.1.6	Mehrdimensionale Tafeln: mehrere abhängige Merkmale	406
8.2	Ordinalskalierte Merkmale	413
8.2.1	Spearman's $\rho$ (rho)	414
8.2.1.1	$\rho$ bei Rangbindungen	418
8.2.1.2	Biseriales $\rho$	421
8.2.2	Kendalls $\tau$ (tau)	422
8.2.2.1	$\tau$ bei Rangbindungen	427
8.2.2.2	Biseriales $\tau$	434
8.2.2.3	Subgruppen- $\tau$	438
8.2.2.4	Intraklassen- $\tau$	441
8.2.3	Vergleich von $\rho$ und $\tau$	443
8.2.4	Partielle und multiple Zusammenhänge	444
8.2.5	Regression	447
8.3	Kardinalskalierte Merkmale	447
<b>9</b>	<b>Urteilerübereinstimmung</b>	<b>449</b>
9.1	Urteilerkonkordanz bei binären Daten	450
9.1.1	Zwei Beurteiler	450
9.1.2	m Beurteiler	454



9.2	Urteilskonkordanz bei nominalen Daten . . . . .	458
9.2.1	Zwei Beurteiler . . . . .	458
9.2.2	m Beurteiler . . . . .	460
9.3	Urteilskonkordanz bei ordinalen Daten . . . . .	465
9.3.1	Unvollständige Boniturenpläne . . . . .	471
9.3.2	Zweiggruppenkonkordanz . . . . .	479
9.4	Urteilskonkordanz bei kardinalen Daten . . . . .	482
9.4.1	Zwei Beurteiler . . . . .	482
9.4.2	m Beurteiler . . . . .	488
9.5	Paarvergleichsurteile . . . . .	488
9.5.1	Urteilskonsistenz . . . . .	489
9.5.2	Urteilskonkordanz . . . . .	493
9.5.3	Unvollständige Paarvergleiche . . . . .	499
9.5.4	Paarvergleichskorrelation . . . . .	501
<b>10</b>	<b>Verteilungsfreie Sequenzanalyse . . . . .</b>	<b>503</b>
10.1	Überprüfung des Anteilsparameters einer binomialverteilten Population . . . . .	505
10.1.1	Einseitiger Test . . . . .	505
10.1.2	Zweiseitiger Test . . . . .	519
10.2	Vergleich der Anteilsparameter aus zwei binomialverteilten Populationen . . . . .	525
10.3	Anwendungen . . . . .	531
10.4	Pseudosequentialtests . . . . .	536
10.5	Weitere Verfahren . . . . .	541
<b>11</b>	<b>Abfolgen und Zeitreihen . . . . .</b>	<b>543</b>
11.1	Binäre Daten . . . . .	544
11.1.1	Zufälligkeit der Abfolge: Omnibustests . . . . .	545
11.1.1.1	Iterationshäufigkeitstest . . . . .	545
11.1.1.2	Iterationslängentest . . . . .	553
11.1.2	Trendtests . . . . .	560
11.1.3	Tests auf sequentielle Abhängigkeiten . . . . .	562
11.1.4	Homogenität mehrerer Abfolgen . . . . .	564
11.1.5	Überprüfung von Interventionswirkungen . . . . .	565
11.2	Nominale Daten . . . . .	566
11.2.1	Multipler Iterationshäufigkeitstest . . . . .	566
11.2.2	Trendtests . . . . .	569
11.3	Ordinale Daten . . . . .	570
11.3.1	Zufälligkeit der Abfolge: Omnibustests . . . . .	571
11.3.1.1	Phasenverteilungstest . . . . .	572
11.3.1.2	Phasenhäufigkeitstest . . . . .	574
11.3.1.3	Weitere Omnibustests . . . . .	578
11.3.2	Trendtests . . . . .	579
11.3.2.1	Monotoner Trend: Rangkorrelationstest . . . . .	580
11.3.2.2	Monotoner Trend: Erst-Differenzen-Test . . . . .	580

11.3.2.3	Monotoner Trend: $S_1$ -Test	581
11.3.2.4	Monotoner Trend: Rekordbrechertest	584
11.3.2.5	Monotoner Trend: Niveauvergleich zweier Abschnitte	585
11.3.2.6	Andere Trends	586
11.3.3	Homogenität mehrerer Abfolgen	589
11.3.4	Vergleich mehrerer Stichproben von Abfolgen	590
11.3.4.1	Unabhängige Stichproben	590
11.3.4.2	Abhängige Stichproben	597
11.4	Kardinale Daten	600
11.4.1	Methoden der Trendschätzung	601
11.4.1.1	Polynomiale Anpassung	601
11.4.1.2	Exponentielle Verläufe	610
11.4.1.3	Weitere Methoden	613
11.4.2	Homogenität und Unterschiedlichkeit von Zeitreihenstichproben	615
11.4.3	Zeitreihenkorrelationen	616
11.4.3.1	Autokorrelationen	616
11.4.3.2	Konkomitanzen	619
11.5	Zeitliche Verteilung von Ereignissen	620
11.5.1	Okkupanzentest	620
11.5.2	Tests der Verteilungsform	622
11.5.3	Vergleich mehrerer zeitlicher Verteilungen	626
<b>Anhang Tafeln 1–47</b>		<b>627</b>
Tafel 1	Binomialverteilungen	628
Tafel 2	Standardnormalverteilung	634
Tafel 3	$\chi^2$ -Verteilungen	637
Tafel 4	Der Craddock-Flood- $\chi^2$ -Kontingenztest	644
Tafel 5	$2^3$ -Felder-Test	647
Tafel 6	U-Test	669
Tafel 7	Ulemans $k \times 2$ -Felder-U-Test	676
Tafel 8	Inverse der Standardnormalverteilung	693
Tafel 9	Normalrangtest nach van der Waerden	696
Tafel 10	Normalrangtransformation	700
Tafel 11	Terry-Hoeffding-Test	701
Tafel 12	H-Test nach Kruskal-Wallis	706
Tafel 13	Einzelvergleiche nach Wilcoxon u. Wilcox	709
Tafel 14	Dunnetts t-Test	712
Tafel 15	Trendtest von Jonckheere	713
Tafel 16	Orthogonale Polynome	715
Tafel 17	Dispersionstest nach Mood	716
Tafel 18	F-Verteilungen	723
Tafel 19	Schranken für den Vorzeichenrangtest	729
Tafel 20	Friedmans $\chi_r^2$ -Test	731
Tafel 21	Einzelvergleichstest für abhängige Stichproben nach Wilcox und Wilcoxon	737
Tafel 22	Trendtest von Page	740

Tafel 23	Kolmogoroff-Smirnov-Omnibustest ( $N_1 = N_2$ )	742
Tafel 24	Kolmogoroff-Smirnov-Omnibustest ( $N_1 \neq N_2$ )	743
Tafel 25	Verallgemeinerter KSO-Test	745
Tafel 26	KSO-Anpassungstest	747
Tafel 27	Lilliefors-Schranken	748
Tafel 28	Signifikanzgrenzen für Spearmans $\rho$	749
Tafel 29	Signifikanzgrenzen für Kendalls $\tau$ -Test	750
Tafel 30	Whitfields Intraklassen – $\tau$	751
Tafel 31	Kendalls Konkordanztest	753
Tafel 32	Kendalls Konsistenztest	754
Tafel 33	Kendalls Akkordanztest	755
Tafel 34	Verkettete Paarvergleichspläne	758
Tafel 35	Stevens' Iterationshäufigkeitstest	760
Tafel 36	Cochran-Grants Iterationslängentest	765
Tafel 37	Multipler Iterationshäufigkeitstest	766
Tafel 38	Phasenverteilungstest	769
Tafel 39	Phasenhäufigkeitstest	771
Tafel 40	Erstdifferenztest	773
Tafel 41	Zirkuläre Autokorrelationen 1. Ordnung	774
Tafel 42	Nullklassentest	775
Tafel 43	Stichprobenumfänge für den Vierfelder- $\chi^2$ -Test	776
Tafel 44	Exakter $3 \times 2$ -Feldertest	796
Tafel 45	Exakter $3 \times 3$ -Feldertest	810
Tafel 46	Der exakte Q-Test	872
Tafel 47	Halperins einseitig gestutzter U-Test	885
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>893</b>
<b>Namenverzeichnis</b>		<b>915</b>
<b>Sachverzeichnis</b>		<b>923</b>