Springer-Lehrbuch

Karl-Heinz Goldhorn · Hans-Peter Heinz

Mathematik für Physiker 2

Funktionentheorie – Dynamik – Mannigfaltigkeiten – Variationsrechnung

Mit 24 Abbildungen

Springer

Dr. Karl-Heinz Goldhorn
Professor Dr. Hans-Peter Heinz
Johannes-Gutenberg-Universität Mainz
Institut für Mathematik – Fachbereich 08:
Physik, Mathematik, Informatik
Staudinger Weg 9
55099 Mainz, Germany
E-Mail: heinz@mathematik.uni-mainz.de

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar.

ISSN 0937-7433
ISBN 978-3-540-72251-9 Springer Berlin Heidelberg New York

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media

springer.de

Satz und Herstellung: LE-TEX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig
Einbandgestaltung: WMXDesign GmbH, Heidelberg

SPIN 11869696 56/3180/YL - 5 4 3 2 1 0 Gedruckt auf säurefreiem Papier

Vorwort

Was Ausgangspunkt und Motivation, Ausrichtung, Zielsetzung und didaktische Grundsätze betrifft, so stimmt dieser zweite von drei geplanten Bänden durchaus mit dem ersten überein, und wir können für all das getrost auf das Vorwort zum ersten Band verweisen. Lediglich zur Auswahl und Anordnung des Stoffes möchten wir einige wenige Bemerkungen machen:

- Die elementaren Fakten über Potenzreihen, die im ersten Band keinen Platz gefunden hatten, sind in Kap. 17 im Zusammenhang mit der Funktionentheorie nachgetragen. Dabei legen wir Wert auf eine saubere Trennung zwischen glatten Funktionen einerseits und analytischen Funktionen (von reellen oder komplexen Variablen) andererseits.
- Die Hauptsätze der Funktionentheorie werden aus der reellen Vektoranalysis hergeleitet, wie sie im ersten Band entwickelt wurde. Dies hat zum einen den Sinn, die Beweise möglichst kurz zu halten, zum anderen entspricht es unserem Prinzip, die Funktionentheorie nicht als eine völlig neue Art von Analysis zu präsentieren, sondern ihre Bezüge und Querverbindungen zum Rest der Mathematik klar herauszustellen.
- Die konsequent aufs Nötigste reduzierte Behandlung der linearen Algebra im ersten Band wird hier an verschiedenen Stellen etwas vertieft. Hierher gehört vor allem die Erweiterung der Matrizentheorie in Kap. 19 und die Einführung in die Dualitätstheorie der Vektorräume, die am Beginn von Abschnitt 21D. präsentiert wird. Sie dient dort als Vorbereitung auf PFAFF'sche Formen, ist aber natürlich von unabhängigem Interesse. In diesem Abschnitt halten wir uns auch streng an die Indexkonventionen des Tensorkalküls, was im restlichen Buch nicht geschieht. Multilineare Algebra bzw. Tensoren höherer Stufe sind jedoch als zu fortgeschritten ausgespart.
- Der Titel „Differenzialgleichungen und Variationsrechnung" des zweiten Teils dieses Bandes gibt den Inhalt dieses Teils nur unvollständig wieder. Abgesehen von Kap. 19, das nur teilweise von Differenzialgleichungen handelt, müssen hier die Kapitel 21 und 22 erwähnt werden, wo wir die

elementare Vektoranalysis auf beliebige Dimension verallgemeinern, gipfelnd im GAUSS'schen Integralsatz für den n-dimensionalen Raum. Dabei bleibt die Diskussion insofern elementar, als dass höhere Differenzialformen ausgespart werden. Lediglich 1-Formen werden in 21D. besprochen.

- Aus dem üblichen Stoffkanon der Differenzialrechnung mehrerer Variabler fehlten bisher noch die Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen. Diese finden sich in Kap. 21 als Anwendung der grundlegenden Begriffe und Sätze über Teilmannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^n$. Erst hierdurch wird eine klare und geometrisch einleuchtende Interpretation des Satzes über die LAGRANGE-Multiplikatoren möglich, und zugunsten dieser geometrischen Interpretation haben wir in Kauf genommen, dass das Thema an eine so späte Stelle gerückt ist.
- Es erscheint uns dringend geboten, für die Behandlung von Symmetrien und Invarianzen in der Physik auch schon im Grundkurs einen tragfähigen mathematischen Rahmen bereitzustellen. Andererseits scheint es kaum möglich zu sein, die Begrifflichkeit der allgemeinen LIE'schen Gruppen und Algebren für Studierende des zweiten oder dritten Semesters angemessen zu motivieren und verständlich zu machen. Daher geben wir in Abschnitt 19B. eine elementare Behandlung der klassischen Matrixgruppen, die ohne zusätzliche abstrakte Begriffe auskommt, und in den Ergänzungen – die ja für die mathematisch besonders begabten und interessierten Studierenden gedacht sind – vertiefen wir dies Schritt für Schritt, immer vom Konkreten zum Abstrakten fortschreitend. Dies findet in den Ergänzungen 21.32 und 21.33 seinen Abschluss. Auch beim Satz von NOETHER (Abschn. 24G.) haben wir unnötige Abstraktionen vermieden, aber trotzdem versucht, das generelle Prinzip hinter den bekannten Beispielen von Impuls, Drehimpuls etc. klar herauszuschälen.
- Bei der allgemeinen Theorie der gewöhnlichen Differenzialgleichungen wird die Sprache der Flüsse und dynamischen Systeme eingeführt und teilweise auch systematisch verwendet, jedoch nicht ausschließlich. Obwohl diese geometrische Sichtweise sehr aktuell ist und für die Theorie ausgesprochen kraftvolle Werkzeuge liefert, sollte ein einführendes Lehrbuch nicht den Eindruck vermitteln, als sei sie die einzig mögliche. Daher haben wir in Kap. 20 versucht, zwischen den analytischen und den geometrischen Aspekten der Theorie einen angemessenen Ausgleich zu finden. In den sehr ausgedehnten Ergänzungsabschnitten zu diesem Kapitel finden sich auch Ausblicke auf die moderne nichtlineare Dynamik und auf das deterministische Chaos. In einem modernen Lehrbuch darf der Hinweis auf diese aktuelle Thematik nicht fehlen, doch gehört sie unserer Meinung nach in einem Grundkurs über das mathematische Handwerkszeug des Physikers nicht zum Kerngeschäft, und daher beschränken wir uns auf einige knappe Andeutungen (und entsprechende Literaturhinweise), die hauptsächlich als Anregungen für die eigene weitere Beschäftigung mit dem Thema gedacht sind.

- Kapitel 23 ist eine Einführung in den LAGRANGE-Formalismus der Variationsrechnung, während Kap. 24 sich in erster Linie (bis auf Abschnitt 24G.) mit dem HAMILTON-Formalismus befasst. Die Überschrift dieses Kapitels sollte nicht zu der Vorstellung verleiten, dass es sich hier um Physik handelt. Wie überall in diesem Lehrbuch, stehen wir auf dem Standpunkt, dass wir die Physik den Physikern überlassen sollten, und dass die Funktion eingestreuter physikalischer Anwendungen nur darin bestehen kann, motivierende und illustrierende Beispiele zu liefern. Wenn es um den HAMILTON-Formalismus der Variationsrechnung geht, findet man die nächstliegenden derartigen Beispiele natürlich im Bereich der klassischen Mechanik.

Partielle Differenzialgleichungen kommen in diesem Band nur sporadisch vor, und sie werden im dritten Band den Schwerpunkt bilden.

Zu den sehr ausgedehnten Ergänzungsabschnitten der Kapitel 16–21 mag noch ein erklärendes Wort angebracht sein: Die Stoffauswahl unseres Basistextes in den Bereichen Funktionentheorie und gewöhnliche Differenzialgleichungen ist derart stark auf das Allernötigste reduziert, dass, genau genommen, kein adäquates Bild dieser mathematischen Sachgebiete entsteht. In den Ergänzungen wird daher versucht, den Leserinnen und Lesern, die für theoretische und mathematische Physik Begabung und Interesse zeigen, durch geeignete Ausblicke eine realistischere Sicht auf dieses weite Feld zu ermöglichen. Die zunehmende Geometrisierung der modernen Physik lässt es überdies geboten erscheinen, auch schon im Grundkurs durch sanfte Hinführung – ausgehend von konkreten Beispielen – eine Gewöhnung an die Begriffswelt der Differenzialgeometrie (einschl LIE-Theorie) herbeizuführen und damit eine spätere systematische Beschäftigung mit diesen Theorien vorzubereiten. Solch eine Hinführung ist in den Ergänzungen zu den Kapiteln 19 und 21 versucht worden.

Wir wollen nicht leugnen, dass einige dieser Ergänzungsabschnitte für Studierende des zweiten oder dritten Semesters durchaus eine Herausforderung darstellen können. Es spricht aber nichts dagegen, das Buch ein oder zwei Jahre später erneut zur Hand zu nehmen und dann Dinge zu verstehen, die beim ersten Lesen unerreichbar schienen. Im Übrigen möchten wir unsere Ergänzungen mit einem Versandhauskatalog vergleichen, bei dem man ja auch nicht alles bestellen und bezahlen will oder kann, was man beim Durchblättern findet. Ebenso wenig wird man in jedem Fall den Preis an Zeit und Mühe zahlen wollen, den es kostet, sich ein mathematisches Sachgebiet durch Lernen und Einüben zu erarbeiten. Aber das Angebot sollte man gesehen haben, um sich daran zu erinnern und darauf zuzugreifen, sofern und sobald dies sich als nützlich erweist. In diesem Sinne hoffen wir, dass unsere Ergänzungen nicht abschreckend, sondern anregend und ermutigend wirken werden.

Mainz,
Mai 2007

Karl-Heinz Goldhorn
Hans-Peter Heinz

Inhaltsverzeichnis

Teil V Reihenentwicklungen und komplexe Analysis

Teil VI Differenzialgleichungen und Variationsrechnung