

Lecture Notes in Mathematics

For information about Vols. 1–758, please contact your book-seller or Springer-Verlag.

Vol. 759: R. L. Epstein, Degrees of Unsolvability: Structure and Theory. XIV, 216 pages. 1979.

Vol. 760: H.-O. Georgii, Canonical Gibbs Measures. VIII, 190 pages. 1979.

Vol. 761: K. Johannson, Homotopy Equivalences of 3-Manifolds with Boundaries. 2, 303 pages. 1979.

Vol. 762: D. H. Sattinger, Group Theoretic Methods in Bifurcation Theory. V, 241 pages. 1979.

Vol. 763: Algebraic Topology, Aarhus 1978. Proceedings, 1978. Edited by J. L. Dupont and H. Madsen. VI, 695 pages. 1979.

Vol. 764: B. Srinivasan, Representations of Finite Chevalley Groups. XI, 177 pages. 1979.

Vol. 765: Padé Approximation and its Applications. Proceedings, 1979. Edited by L. Wuytack. VI, 392 pages. 1979.

Vol. 766: T. tom Dieck, Transformation Groups and Representation Theory. VIII, 309 pages. 1979.

Vol. 767: M. Namba, Families of Meromorphic Functions on Compact Riemann Surfaces. XII, 284 pages. 1979.

Vol. 768: R. S. Doran and J. Wichmann, Approximate Identities and Factorization in Banach Modules. X, 305 pages. 1979.

Vol. 769: J. Flum, M. Ziegler, Topological Model Theory. X, 151 pages. 1980.

Vol. 770: Séminaire Bourbaki vol. 1978/79 Exposés 525–542. IV, 341 pages. 1980.

Vol. 771: Approximation Methods for Navier-Stokes' Problems. Proceedings, 1979. Edited by R. Rautmann. XVI, 581 pages. 1980.

Vol. 772: J. P. Levine, Algebraic Structure of Knot Modules. XI, 104 pages. 1980.

Vol. 773: Numerical Analysis. Proceedings, 1979. Edited by G. A. Watson. X, 184 pages. 1980.

Vol. 774: R. Azencott, Y. Guivarc'h, R. F. Gundy, Ecole d'Eté de Probabilités de Saint-Flour VIII-1978. Edited by P. L. Hennequin. XIII, 334 pages. 1980.

Vol. 775: Geometric Methods in Mathematical Physics. Proceedings, 1979. Edited by G. Kaiser and J. E. Marsden. VII, 257 pages. 1980.

Vol. 776: B. Gross, Arithmetic on Elliptic Curves with Complex Multiplication. V, 95 pages. 1980.

Vol. 777: Séminaire sur les Singularités des Surfaces. Proceedings, 1976-1977. Edited by M. Demazure, H. Pinkham and B. Teissier. IX, 339 pages. 1980.

Vol. 778: SK1 von Schiefkörpern. Proceedings, 1976. Edited by P. Draxl and M. Kneser. II, 124 pages. 1980.

Vol. 779: Euclidean Harmonic Analysis. Proceedings, 1979. Edited by J. J. Benedetto. III, 177 pages. 1980.

Vol. 780: L. Schwartz, Semi-Martingales sur des Variétés, et Martingales Conformes sur des Variétés Analytiques Complexes. XV, 132 pages. 1980.

Vol. 781: Harmonic Analysis Iraklion 1978. Proceedings 1978. Edited by N. Petridis, S. K. Pichorides and N. Varopoulos. V, 213 pages. 1980.

Vol. 782: Bifurcation and Nonlinear Eigenvalue Problems. Proceedings, 1978. Edited by C. Bardos, J. M. Lasry and M. Schatzman. VIII, 296 pages. 1980.

Vol. 783: A. Dinghas, Wertverteilung meromorpher Funktionen in ein- und mehrfach zusammenhängenden Gebieten. Edited by R. Nevanlinna and C. Andreian Cazacu. XIII, 145 pages. 1980.

Vol. 784: Séminaire de Probabilités XIV. Proceedings, 1978/79. Edited by J. Azéma and M. Yor. VIII, 546 pages. 1980.

Vol. 785: W. M. Schmidt, Diophantine Approximation. X, 299 pages. 1980.

Vol. 786: I. J. Maddox, Infinite Matrices of Operators. V, 122 pages. 1980.

Vol. 787: Potential Theory, Copenhagen 1979. Proceedings, 1979. Edited by C. Berg, G. Forst and B. Fuglede. VIII, 319 pages. 1980.

Vol. 788: Topology Symposium, Siegen 1979. Proceedings, 1979. Edited by U. Koschorke and W. D. Neumann. VIII, 495 pages. 1980.

Vol. 789: J. E. Humphreys, Arithmetic Groups. VII, 158 pages. 1980.

Vol. 790: W. Dicks, Groups, Trees and Projective Modules. IX, 127 pages. 1980.

Vol. 791: K. W. Bauer and S. Ruscheweyh, Differential Operators for Partial Differential Equations and Function Theoretic Applications. V, 258 pages. 1980.

Vol. 792: Geometry and Differential Geometry. Proceedings, 1979. Edited by R. Artzy and I. Vaisman. VI, 443 pages. 1980.

Vol. 793: J. Renault, A Groupoid Approach to C^* -Algebras. III, 160 pages. 1980.

Vol. 794: Measure Theory, Oberwolfach 1979. Proceedings 1979. Edited by D. Kölzow. XV, 573 pages. 1980.

Vol. 795: Séminaire d'Algèbre Paul Dubreil et Marie-Paule Malliavin. Proceedings 1979. Edited by M. P. Malliavin. V, 433 pages. 1980.

Vol. 796: C. Constantinescu, Duality in Measure Theory. IV, 197 pages. 1980.

Vol. 797: S. Mäki, The Determination of Units in Real Cyclic Sextic Fields. III, 198 pages. 1980.

Vol. 798: Analytic Functions, Kozubnik 1979. Proceedings. Edited by J. Ławrynowicz. X, 476 pages. 1980.

Vol. 799: Functional Differential Equations and Bifurcation. Proceedings 1979. Edited by A. F. Izé. XXII, 409 pages. 1980.

Vol. 800: M.-F. Vignéras, Arithmétique des Algèbres de Quaternions. VII, 169 pages. 1980.

Vol. 801: K. Floret, Weakly Compact Sets. VII, 123 pages. 1980.

Vol. 802: J. Bair, R. Fourneau, Etude Géométrique des Espaces Vectoriels II. VII, 283 pages. 1980.

Vol. 803: F.-Y. Maeda, Dirichlet Integrals on Harmonic Spaces. X, 180 pages. 1980.

Vol. 804: M. Matsuda, First Order Algebraic Differential Equations. VII, 111 pages. 1980.

Vol. 805: O. Kowalski, Generalized Symmetric Spaces. XII, 187 pages. 1980.

Vol. 806: Burnside Groups. Proceedings, 1977. Edited by J. L. Menicke. V, 274 pages. 1980.

Vol. 807: Fonctions de Plusieurs Variables Complexes IV. Proceedings, 1979. Edited by F. Norguet. IX, 198 pages. 1980.

Vol. 808: G. Maury et J. Raynaud, Ordres Maximaux au Sens de K. Asano. VIII, 192 pages. 1980.

Vol. 809: I. Gumowski and Ch. Mira, Recurrences and Discrete Dynamic Systems. VI, 272 pages. 1980.

Vol. 810: Geometrical Approaches to Differential Equations. Proceedings 1979. Edited by R. Martini. VII, 339 pages. 1980.

Vol. 811: D. Normann, Recursion on the Countable Functionals. VIII, 191 pages. 1980.

Vol. 812: Y. Namikawa, Toroidal Compactification of Siegel Spaces. VIII, 162 pages. 1980.

Vol. 813: A. Campillo, Algebroid Curves in Positive Characteristic. V, 168 pages. 1980.

Vol. 814: Séminaire de Théorie du Potentiel, Paris, No. 5. Proceedings. Edited by F. Hirsch et G. Mokobodzki. IV, 239 pages. 1980.

Vol. 815: P. J. Slodowy, Simple Singularities and Simple Algebraic Groups. XI, 175 pages. 1980.

Vol. 816: L. Stoica, Local Operators and Markov Processes. VIII, 104 pages. 1980.

Lecture Notes in Mathematics

Edited by A. Dold and B. Eckmann

959

Géométrie Algébrique Réelle et Formes Quadratiques

Journées S.M.F., Université de Rennes 1, Mai 1981

Edité par J.-L. Colliot-Thélène, M. Coste, L. Mahé, et M.-F. Roy



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York 1982

Edité par

Jean-Louis Colliot-Thélène
Mathématiques, bâtiment 425
Université de Paris-Sud
91405 – Orsay, France

Michel Coste
Département de Mathématiques et IRMAR
Université de Niamey Université de Rennes I
B.P. 91, Niamey, Niger 35042 – Rennes-Cedex, France

Louis Mahé
IRMAR, Université de Rennes I
35042 – Rennes-Cedex, France

Marie-Françoise Roy
Département de Mathématiques et Département de Mathématiques
Université de Niamey Université de Paris-Nord
B.P. 91, Niamey, Niger 93439 – Villetaneuse, France

AMS Subject Classifications (1980): 10 C 04, 10 J 05, 10 J 06, 10 M 15,
14 G 30, 26 E 05, 32 C 05, 55 N 30

ISBN 3-540-11959-0 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
ISBN 0-387-11959-0 Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek
Géométrie algébrique réelle et formes quadratiques: journées SMF, Univ. de Rennes 1,
Mai 1981 / ed. par J.-L. Colliot-Thélène ... – Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 1982.
(Lecture notes in mathematics; Vol. 959)
ISBN 3-540-11959-0 (Berlin, Heidelberg, New York)
ISBN 0-387-11959-0 (New York, Heidelberg, Berlin)
NE: Colliot-Thélène, Jean-Louis [Hrsg.]; Société Mathématique de France; GT

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the material is concerned, specifically those of translation, reprinting, re-use of illustrations, broadcasting, reproduction by photocopying machine or similar means, and storage in data banks. Under § 54 of the German Copyright Law where copies are made for other than private use, a fee is payable to "Verwertungsgesellschaft Wort", Munich.

© by Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1982
Printed in Germany

Printing and binding: Beltz Offsetdruck, Hemsbach/Bergstr.
2146/3140-543210

On trouvera dans ce recueil deux sortes d'articles :

- Des exposés généraux de synthèse sur certains sujets centraux dans le contexte "géométrie algébrique réelle et formes quadratiques".

- Des articles originaux des participants à la rencontre.

Tous les articles publiés ont fait l'objet d'un rapport, et nous remercions vivement ceux qui nous ont aidés dans cette tâche. Nous remercions aussi I. GIORGIUTTI pour son rôle important dans la préparation du colloque et Y. BRUNEI pour son efficacité, essentielle pour le bon déroulement de ces Journées et la publication de cet ouvrage.

J.-L. COLLIOT-THÉLÈNE, M. COSTE, L. MAHÉ, M.-F. ROY.

TABLE DES MATIÈRES

Articles de synthèse.

E. BECKER, <i>Valuations and real places in the theory of formally real fields</i>	1
J. BOCHNAK, G. EFROYMSON, <i>An introduction to Nash functions</i>	41
G. W. BRUMFIEL, <i>Real valuation rings and ideals</i>	55
J.-L. COLLIOT-THÉLÈNE, <i>Variantes du Nullstellensatz réel et anneaux formellement réels</i>	98
M. COSTE, <i>Ensembles semi-algébriques</i>	109

Contributions des Participants.

E. BECKER, <i>The real holomorphy ring and sums of $2^{n\text{-th}}$ powers</i>	139
R. BENEDETTI, <i>On certain topological spaces admitting strongly coherent real algebraic structure</i>	182
R. BENEDETTI, A. TOGNOLI, <i>Remarks and counterexamples in the theory of real algebraic vector bundles and cycles</i>	198
J. BOCHNAK, <i>Topology of real analytic sets. Some open problems</i>	212
J. BOCHNAK, W. KUCHARZ, M. SHIOTA, <i>The divisor class groups of some rings of global real analytic, Nash or rational regular functions</i>	218
L. BRÖCKER, <i>Real spectra and distributions of signatures</i>	249
M.-D. CHOI, M. KNEBUSCH, T.-Y. LAM, B. REZNICK, <i>Transversal zeros and positive semi-definite forms</i>	273
H. DELFS, M. KNEBUSCH, <i>Zur Theorie der semialgebraischen Wege und Intervalle über einem reell abgeschlossenen Körper</i>	299
D. DUBOIS, T. RECIO, <i>Subordinate structure sheaves</i>	324
G. EFROYMSON, <i>The extension theorem for Nash functions</i>	343
J. HOUDEBINE, L. MAHÉ, <i>Séparation des composantes connexes réelles dans le cas des variétés projectives</i>	358

F. ISCHEBECK, <i>On real-one dimensional cycles</i>	371
J.-J. RISLER, <i>Sur l'homologie des surfaces algébriques réelles</i>	381
R. ROLLAND, <i>Etude des coupures dans les groupes et les corps ordonnés</i>	386
M.-F. ROY, <i>Faisceau structural sur le spectre réel et fonctions de Nash</i>	406
H.-W. SCHÜLTING, <i>Real holomorphy rings in real algebraic geometry</i>	433
R. SILHOL, <i>A bound on the order of $H_{n-1}^{(a)}(X, \mathbb{Z}/2)$ on a real algebraic variety</i>	443
A. TOGNOLI, <i>La probléme d'algébrisation des polyèdres est local</i>	451

Conférences données à RENNES en Mai 1981.

- E. BECKER, *Valuations and real places in the theory of formally real fields.*
- J. BOCHNAK, *Nash functions.*
- L. BRÖCKER, *Real spectra, real divisors and distributions of signatures*
- G.-W. BRUMFIEL, *Real valuation ideals.*
- J.-L. COLLIOT-THÉLÈNE, *Espaces quadratiques et composantes connexes réelles.*
- M. COSTE, *Ensembles semi-algébriques.*
- M. COSTE, *Spectre réel, ouverts semi-algébriques et ordres sur le corps des fractions.*
- H. DELFS, *Cohomology of affine semi-algebraic sets over a real closed field.*
- D. W. DUBOIS, *Subordinate structure sheaves.*
- G. EFROYMSON, *Some recent results in Nash ring theory.*
- F. ISCHEBECK, *Binary forms and prime ideals.*
- T.-Y. LAM, *On the Pythagoras number of some affine algebras.*
- L. MAHÉ, *Séparation des composantes connexes réelles par des formes quadratiques.*
- A. PFISTER, *On quadratic forms and abelian varieties over function fields.*
- A. PRESTEL, *Pseudo real-closed fields.*

J.-J. RISLER, *Propriétés algébriques de l'anneau des fonctions Nash-analytiques.*

R. ROLLAND, *Extensions de corps ordonnés.*

M.-F. ROY, *Fonctions de Nash et faisceau structural sur le spectre réel.*

H.-W. SCHÜLTING, *Real holomorphy rings in real algebraic geometry.*

A. TOGNOLI, *Approximations theorems in real algebraic geometry.*

PARTICIPANTS AUX JOURNÉES

GÉOMETRIE ALGÈBRIQUE RÉELLE & FORMES QUADRATIQUES

ALONSO GARCIA M ^a Emilia	Madrid : Univ. Complutense (Espagne)
ANDRADAS Carlos	Madrid : Univ. Complutense (Espagne)
BECKER Eberhard	Univ. Dortmund (B.R.D.)
BENEDETTI Riccardo	Univ. Pisa (Italie)
BOCHNAK Jacek	Vrije Univ. Amsterdam (Pays-Bas)
BRÖCKER Ludwig	Univ. Münster (Allemagne)
BRUMFIEL Gregory	Stanford University (U.S.A.)
CARRAL Michel	Univ. Toulouse - Paul Sabatier (France)
COLLIOT-THÉLÈNE Jean-Louis	Univ. Orsay (Paris-Sud)
CONDUCHE Daniel	Univ. Rennes I (France)
CONTESSA Maria	Queen's University, Kingston, (Canada)
COSTE Michel	Univ. Paris-Nord (France)
COSTE-ROY Marie-Françoise	Univ. Paris-Nord (France)
COUCHOURON Marcel	Univ. Rennes I (France)
DALALIAN Samuel	Paris (France)
DELFS Hans	Univ. Regensburg (R.F.A.)
DELZELL Charles N.	L.S.U. L.A. 70803 (U.S.A.)
DICKMANN Max	Univ. Paris VII (France)
DUBOIS Donald	Univ. of New Mexico (U.S.A.)
EFROYMSON Gustave	Univ. of New Mexico (U.S.A.)
ESCOFIER Jean-Pierre	Univ. Rennes I (France)
GAMBOA José Manuel	Madrid : Univ. Complutense (Espagne)
GAREL Emmanuelle	Univ. Rennes I (France)
CIACINTI Claudine	Univ. Rennes I (France)
GIORGIUTTI Italo	Univ. Rennes I (France)
GONDARD Danielle	Univ. Paris VI (France)
GUÉRINDON Jean	Univ. Rennes I (France)
HELLEGOUACH Yves	Univ. Caen (France)
HOUEBINE Jean	Univ. Rennes I (France)
ISCHEBECK Friedrich	Univ. Münster (Allemagne)
JACQUEMARD Alain	Univ. Dijon (France)
LAM T. Y.	Univ. California, Berkeley (U.S.A.)
LANNEAU Hervé	Univ. Rennes I (France)
MAHÉ Louis	Univ. Rennes I (France)
MARGUIN Olivier	Univ. Lyon I (France)
MARSHALL Murray	Univ. of Saskatchewan (Canada)
MEISNER Wilfried	Univ. Dortmund (B.R.D.)
MERRIEN Jean	Univ. Rennes I (France)
PAQUES Antonio	Univ. Montpellier II (France)
PAUGAM Annette	Univ. Rennes I (France)
PFISTER Albrecht	Univ. Mainz (B.R.D.)
PRESTEL Alexander	Univ. Konstanz (B.R.D.)
RECIO Tomas	Univ. Malaga (Espagne)
RIBENBOIM Paulo	Queen's University, Kingston, Ontario (Canada)
RISLER Jean Jacques	Univ. Paris VII (France)
RIVET Roger	I.N.S.A. - Rennes (France)
ROCHE Claude	Univ. Grenoble (France)
ROLLAND Raymond	Univ. Rennes I (France)
ROBINSON Edmund	Univ. Cambridge (England)

ROSOLINI Giuseppe	Oxford Univ. (England)
SANSUC Jean-Jacques	E.N.S. Paris (France)
SCHÜLTING Heinz-Werner	Univ. Dortmund (B.R.D.)
SCHWARTZ Niels	Univ. München (B.R.D.)
SILHOL Robert	Univ. Regensburg (R.F.A.)
TOGNOLI Alberto	Univ. Tours (France)
TROTMAN David	Univ. Paris-Sud (France)
TOUGERON Jean-Claude	Univ. Rennes I (France)
VALLÉE Brigitte	Univ. Caen (France)