

CONTRIBUTION A LA THEORIE CINETIQUE DES GAZ
A REPARTITION DISCRETE DE VITESSES

INTRODUCTION.

7

Chap. I - MODELE GENERAL DE GAZ A REPARTITION
DISCRETE DE VITESSES

A - PRESENTATION DU MODELE GENERAL DE GAZ A REPARTITION DISCRETE DE VITESSES.	14
1 - Les collisions binaires	14
2 - Probabilités de transition	16
3 - Equations	19
4 - Etablissement de quelques identités.	22
B - GRANDEURS MACROSCOPIQUES - EQUATION DE TRANSPORT.	23
1 - Grandeurs macroscopiques	23
2 - Equation de transport.	24
C - INVARIANTS DES RENCONTRES - EQUATIONS DE CONSERVATION.	25
1 - Invariants des rencontres	25
2 - Propriétés des invariants des rencontres	26
3 - Equations de conservation.	27
D - THEOREME H - ETAT MAXWELLIEN.	28
1 - Théorème H	28
2 - Etat Maxwellien	29
3 - Une propriété de l'état maxwellien.	32

E - QUELQUES EXEMPLES DE MODELES DE GAZ A REPARTITION DISCRETE DE VITESSES.	33
1 - Quelques modèles particuliers	33
2 - Modèle plan régulier à 2r vitesses de même module	36
3 - Modèle plan avec des vitesses de modules différents	41
4 - Modèles spatiaux avec des vitesses de modules différents.	44
F - LA FONCTION H DE BOLTZMANN POUR LE MODELE PLAN REGULIER A QUATRE VITESSES.	47
G - INTRODUCTION DES COLLISIONS TERNAIRES POUR LE MODELE PLAN REGULIER A 2r VITESSES DE MEME MODULE.	51
1 - Les collisions ternaires	51
2 - Equations	53
3 - Théorème H.	56

Chap. II - SUR LES SOLUTIONS DES EQUATIONS CINETIQUES

1ère partie : SOLUTION DES EQUATIONS CINETIQUES POUR DE FAIBLES NOMBRES DE KNUDSEN.	59
A - OPERATEUR DE COLLISION LINEARISE.	59
1 - Obtention de l'opérateur de collision linéarisé	59
2 - Propriétés de l'opérateur de collision linéarisé.	60
B - APPLICATION DE LA METHODE DE CHAPMAN-ENSKOG.	64
1 - Application de la méthode de Chapman-Enskog	64
2 - Exemple.	69

2 ^{ème} partie : SYSTEME D'EQUATIONS CINETIQUES MODIFIEES.	78
C - THEOREME D'EXISTENCE ET D'UNICITE DE LA SOLUTION D'UN SYSTEME D'EQUATIONS CINETIQUES MODIFIEES.	78
1 - Les équations cinétiques modifiées	79
2 - Le problème de Cauchy pour les équations cinétiques modifiées admet une solution unique.	81
D - UNE INEGALITE DEDUITE DU THEOREME H.	85
E - SOLUTION APPROCHEE DES EQUATIONS DE CONSERVATION.	88

Chap. III - ETUDE DES ONDES DE CHOC DANS UN MILIEU

A REPARTITION DISCRETE DE VITESSES

A - LES VITESSES CARACTERISTIQUES DU SYSTEME DES EQUATIONS D'EULER.	93
1 - Le système des équations d'Euler ; les vitesses caractéristiques de ce système	93
2 - Les vitesses de propagation des ondes de choc infiniment faibles	96
3 - Linéarisation des équations cinétiques exactes au voisinage d'un état maxwellien	99
4 - Deux interprétations des vitesses caractéristiques du système des équations d'Euler.	100
B - PROPRIETE DE L'EQUATION AUX DERIVEES PARTIELLES ASSOCIEE AU SYSTEME DES EQUATIONS CINETIQUES LINEARISEES AU VOISINAGE D'UN ETAT MAXWELLIEN.	103
1 - Linéarisation du système des équations cinétiques et obtention de l'équation aux dérivées partielles associée	103
2 - Introduction du polynôme $Q(\lambda)$	105
3 - Un lemme	108
4 - Propriété d'emboîtement des groupements homogènes d'ordre successif de l'équation aux dérivées partielles $\Delta h = 0$.	114

C - LES ONDES DE CHOC DANS UN MILIEU A REPARTITION DISCRETE DE VITESSES.	121
1 - Le problème du choc	121
2 - Application des conditions de stabilité de Lax dans le cas du milieu sans dissipation	125
3 - Application des conditions nécessaires d'existence d'une structure de choc dans le cas du milieu avec dissipation	128
4 - Compatibilité des deux études précédentes	131
5 - Interprétation physique des résultats.	134

Chap. IV - RESOLUTION DE QUELQUES PROBLEMES DE DYNAMIQUE
DES GAZ RAREFIES.

1 ^{ère} partie : APPLICATION DE LA THEORIE GENERALE A UN MODELE PLAN A SIX VITESSES.	137
A - MODELE - NOTATIONS.	137
B - INVARIANTS DES RENCONTRES - EQUATIONS DE CONSERVATION.	138
C - L'ETAT MAXWELLIEN.	142
1 - Quelques remarques d'ordre géométrique en liaison avec le fait que les densités N_i sont positives	142
2 - Existence et unicité de l'état maxwellien associé à un état macroscopique.	143
D - METHODE DE CHAPMAN-ENSKOG.	144
1 - La première approximation $N^{(0)}$	144
2 - Introduction de L	145
3 - Calcul de $b_4^{(1)}$ et $b_5^{(1)}$ en fonction de L	146
4 - Expressions explicites pour $b_4^{(1)}$ et $b_5^{(1)}$	150
5 - Récapitulation des résultats et obtention de la seconde approximation $N^{(1)}$.	152

2 ^{ème} partie : PROPAGATION DES ONDES DE CHOC DANS UN MODELE DE GAZ A SIX VITESSES.	
E - POSITION DU PROBLEME - LES DIVERS SYSTEMES D'EQUATIONS ENVISAGES.	154
1 - Position du problème	154
2 - Les équations cinétiques exactes	155
3 - Les équations d'Euler	155
4 - Les équations de Navier-Stokes.	156
F - LES RELATIONS DE CHOC.	157
1 - Calcul des densités dans l'état 2 en fonction des densités dans l'état 1 et de la vitesse de déplacement de l'onde de choc	157
2 - Détermination de tous les états 2 qu'il est possible de relier à l'état 1 par les relations de choc.	160
G - LES ONDES DE CHOC DANS LE MILIEU SANS DISSIPATION.	164
H - LES ONDES DE CHOC DANS LE MILIEU AVEC DISSIPATION DECRIT PAR LES EQUA- TIONS CINETIQUES EXACTES.	165
I - LES ONDES DE CHOC DANS LE MILIEU AVEC DISSIPATION DECRIT PAR LES EQUA- TIONS DE NAVIER STOKES.	167
1 - Problème de la structure de l'onde de choc	167
2 - Equation différentielle vérifiée par la densité n	167
3 - Etude de l'équation différentielle vérifiée par la densité n .	169
J - INTERPRETATION DES RESULTATS.	176
K - STRUCTURES DE L'ONDE DE CHOC.	179
1 - La structure de l'onde de choc à partir des équations cinétiques exactes	179
2 - Etude comparative des structures obtenues à partir des équations ci- nétiques exactes et à partir des équations de Navier-Stokes	181
3 - Etude comparative des structures obtenues à partir des équations ci- nétiques exactes en tenant compte ou non des collisions ternaires.	185
4 - Analyse des résultats.	186

3ème partie : ETUDE DE DEUX ECOULEMENTS	188
L - MODELE - MISE EN EQUATION	188
M - ECOULEMENT DE COUETTE	190
N - ECOULEMENT DE RAYLEIGH	192
APPENDICE I	
Calcul d'un déterminant.	195
APPENDICE II	
Sur la résolution d'un système de p équations à p inconnues.	198
APPENDICE III	
Sur la résolution du système d'équations	
$F(x_1, x_2, \dots, x_q, \xi) = F(x_1^0, x_2^0, \dots, x_q^0, \xi), \quad i = 1, 2, \dots, q.$	208
BIBLIOGRAPHIE	217