

# Lecture Notes in Mathematics

For information about Vols. 1–400, please contact your book-seller or Springer-Verlag.

- Vol. 401: M. F. Atiyah, *Elliptic Operators and Compact Groups*. V, 93 pages. 1974.
- Vol. 402: M. Waldschmidt, *Nombres Transcendants*. VIII, 277 pages. 1974.
- Vol. 403: *Combinatorial Mathematics. Proceedings 1972*. Edited by D. A. Holton. VIII, 148 pages. 1974.
- Vol. 404: *Théorie du Potentiel et Analyse Harmonique*. Edité par J. Faraut. V, 245 pages. 1974.
- Vol. 405: K. J. Devlin and H. Johnsbråten, *The Souslin Problem*. VIII, 132 pages. 1974.
- Vol. 406: *Graphs and Combinatorics. Proceedings 1973*. Edited by R. A. Bari and F. Harary. VIII, 355 pages. 1974.
- Vol. 407: P. Berthelot, *Cohomologie Cristalline des Schémas de Caractéristique  $p > 0$* . II, 604 pages. 1974.
- Vol. 408: J. Wermer, *Potential Theory*. VIII, 146 pages. 1974.
- Vol. 409: *Fonctions de Plusieurs Variables Complexes, Séminaire François Norguet 1970–1973*. XIII, 612 pages. 1974.
- Vol. 410: *Séminaire Pierre Lelong (Analyse) Année 1972–1973*. VI, 181 pages. 1974.
- Vol. 411: *Hypergraph Seminar*. Ohio State University, 1972. Edited by C. Berge and D. Ray-Chaudhuri. IX, 287 pages. 1974.
- Vol. 412: *Classification of Algebraic Varieties and Compact Complex Manifolds. Proceedings 1974*. Edited by H. Popp. V, 333 pages. 1974.
- Vol. 413: M. Bruneau, *Variation Totale d'une Fonction*. XIV, 332 pages. 1974.
- Vol. 414: T. Kambayashi, M. Miyanishi and M. Takeuchi, *Unipotent Algebraic Groups*. VI, 165 pages. 1974.
- Vol. 415: *Ordinary and Partial Differential Equations. Proceedings 1974*. XVII, 447 pages. 1974.
- Vol. 416: M. E. Taylor, *Pseudo Differential Operators*. IV, 155 pages. 1974.
- Vol. 417: H. H. Keller, *Differential Calculus in Locally Convex Spaces*. XVI, 131 pages. 1974.
- Vol. 418: *Localization in Group Theory and Homotopy Theory and Related Topics. Battelle Seattle 1974 Seminar*. Edited by P. J. Hilton. VI, 172 pages. 1974.
- Vol. 419: *Topics in Analysis. Proceedings 1970*. Edited by O. E. Lehto, I. S. Louhivaara, and R. H. Nevanlinna. XIII, 392 pages. 1974.
- Vol. 420: *Category Seminar. Proceedings 1972/73*. Edited by G. M. Kelly. VI, 375 pages. 1974.
- Vol. 421: V. Poénaru, *Groupes Discrets*. VI, 216 pages. 1974.
- Vol. 422: J.-M. Lemaire, *Algèbres Connexes et Homologie des Espaces de Lacets*. XIV, 133 pages. 1974.
- Vol. 423: S. S. Abhyankar and A. M. Sathaye, *Geometric Theory of Algebraic Space Curves*. XIV, 302 pages. 1974.
- Vol. 424: L. Weiss and J. Wolfowitz, *Maximum Probability Estimators and Related Topics*. V, 106 pages. 1974.
- Vol. 425: P. R. Chernoff and J. E. Marsden, *Properties of Infinite Dimensional Hamiltonian Systems*. IV, 160 pages. 1974.
- Vol. 426: M. L. Silverstein, *Symmetric Markov Processes*. X, 287 pages. 1974.
- Vol. 427: H. Omori, *Infinite Dimensional Lie Transformation Groups*. XII, 149 pages. 1974.
- Vol. 428: *Algebraic and Geometrical Methods in Topology, Proceedings 1973*. Edited by L. F. McAuley. XI, 280 pages. 1974.
- Vol. 429: L. Cohn, *Analytic Theory of the Harish-Chandra C-Function*. III, 154 pages. 1974.
- Vol. 430: *Constructive and Computational Methods for Differential and Integral Equations. Proceedings 1974*. Edited by D. L. Colton and R. P. Gilbert. VII, 476 pages. 1974.
- Vol. 431: *Séminaire Bourbaki – vol. 1973/74. Exposés 436–452*. IV, 347 pages. 1975.
- Vol. 432: R. P.flug, *Holomorphiegebiete, pseudokonvexe Gebiete und das Levi-Problem*. VI, 210 Seiten. 1975.
- Vol. 433: W. G. Faris, *Self-Adjoint Operators*. VII, 115 pages. 1975.
- Vol. 434: P. Brenner, V. Thomée, and L. B. Wahlbin, *Besov Spaces and Applications to Difference Methods for Initial Value Problems*. II, 154 pages. 1975.
- Vol. 435: C. F. Dunkl and D. E. Ramirez, *Representations of Commutative Semitopological Semigroups*. VI, 181 pages. 1975.
- Vol. 436: L. Auslander and R. Tolimieri, *Abelian Harmonic Analysis, Theta Functions and Function Algebras on a Nilmanifold*. V, 99 pages. 1975.
- Vol. 437: D. W. Masser, *Elliptic Functions and Transcendence*. XIV, 143 pages. 1975.
- Vol. 438: *Geometric Topology. Proceedings 1974*. Edited by L. C. Glaser and T. B. Rushing. X, 459 pages. 1975.
- Vol. 439: K. Ueno, *Classification Theory of Algebraic Varieties and Compact Complex Spaces*. XIX, 278 pages. 1975.
- Vol. 440: R. K. Gettoor, *Markov Processes: Ray Processes and Right Processes*. V, 118 pages. 1975.
- Vol. 441: N. Jacobson, *Pi-Algebras. An Introduction*. V, 115 pages. 1975.
- Vol. 442: C. H. Wilcox, *Scattering Theory for the d'Alembert Equation in Exterior Domains*. III, 184 pages. 1975.
- Vol. 443: M. Lazard, *Commutative Formal Groups*. II, 236 pages. 1975.
- Vol. 444: F. van Oystaeyen, *Prime Spectra in Non-Commutative Algebra*. V, 128 pages. 1975.
- Vol. 445: *Model Theory and Topoi*. Edited by F. W. Lawvere, C. Maurer, and G. C. Wraith. III, 354 pages. 1975.
- Vol. 446: *Partial Differential Equations and Related Topics. Proceedings 1974*. Edited by J. A. Goldstein. IV, 389 pages. 1975.
- Vol. 447: S. Toledo, *Tableau Systems for First Order Number Theory and Certain Higher Order Theories*. III, 339 pages. 1975.
- Vol. 448: *Spectral Theory and Differential Equations. Proceedings 1974*. Edited by W. N. Everitt. XII, 321 pages. 1975.
- Vol. 449: *Hyperfunctions and Theoretical Physics. Proceedings 1973*. Edited by F. Pham. IV, 218 pages. 1975.
- Vol. 450: *Algebra and Logic. Proceedings 1974*. Edited by J. N. Crossley. VIII, 307 pages. 1975.
- Vol. 451: *Probabilistic Methods in Differential Equations. Proceedings 1974*. Edited by M. A. Pinsky. VII, 162 pages. 1975.
- Vol. 452: *Combinatorial Mathematics III. Proceedings 1974*. Edited by Anne Penfold Street and W. D. Wallis. IX, 233 pages. 1975.
- Vol. 453: *Logic Colloquium. Symposium on Logic Held at Boston, 1972–73*. Edited by R. Parikh. IV, 251 pages. 1975.
- Vol. 454: J. Hirschfeld and W. H. Wheeler, *Forcing, Arithmetic, Division Rings*. VII, 266 pages. 1975.
- Vol. 455: H. Kraft, *Kommutative algebraische Gruppen und Ringe*. III, 163 Seiten. 1975.
- Vol. 456: R. M. Fossum, P. A. Griffith, and I. Reiten, *Trivial Extensions of Abelian Categories. Homological Algebra of Trivial Extensions of Abelian Categories with Applications to Ring Theory*. XI, 122 pages. 1975.
- Vol. 457: *Fractional Calculus and Its Applications. Proceedings 1974*. Edited by B. Ross. VI, 381 pages. 1975.
- Vol. 458: P. Walters, *Ergodic Theory – Introductory Lectures*. VI, 198 pages. 1975.
- Vol. 459: *Fourier Integral Operators and Partial Differential Equations. Proceedings 1974*. Edited by J. Chazarain. VI, 372 pages. 1975.

# Lecture Notes in Mathematics

Edited by A. Dold and B. Eckmann

Series: Institut de Mathématique, Université de Strasbourg

Adviser: P. A. Meyer

581

---

Séminaire de Probabilités XI

Université de Strasbourg

Edité par

C. Dellacherie, P. A. Meyer, M. Weil



Springer-Verlag

Berlin · Heidelberg · New York 1977

**Editors**

C. Dellacherie

P. A. Meyer

Département de Mathématique

Université Louis Pasteur de Strasbourg

7, rue René Descartes

67084 Strasbourg/France

M. Weil

Département de Mathématique

Université de Besançon

2500 Besançon/France

---

AMS Subject Classifications (1970): 28A05, 31-XX, 60-XX, 60GXX,  
60JXX

---

ISBN 3-540-08145-3 Springer-Verlag Berlin · Heidelberg · New York

ISBN 0-387-08145-3 Springer-Verlag New York · Heidelberg · Berlin

This work is subject to copyright. All rights are reserved, whether the whole or part of the material is concerned, specifically those of translation, re-printing, re-use of illustrations, broadcasting, reproduction by photocopying machine or similar means, and storage in data banks.

Under § 54 of the German Copyright Law where copies are made for other than private use, a fee is payable to the publisher, the amount of the fee to be determined by agreement with the publisher.

© by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1977

Printed in Germany

Printing and binding: Beltz Offsetdruck, Hemsbach/Bergstr. 2141/3140-543210

# TABLE des MATIERES

## *Première Partie*

V. AVANISSIAN. Distributions harmoniques d'ordre infini et l'analyticité réelle liée à l'opérateur laplacien itéré.....	1
A. BENVENISTE. Application d'un théorème de G. Mokobodzki à la théorie des flots.....	21
K.L. CHUNG. Pedagogic notes on the barrier theorem.....	27
C. DELLACHERIE. Les dérivations en théorie descriptive des ensembles et le théorème de la borne.....	34
C. DELLACHERIE. Deux remarques sur la séparabilité optionnelle.....	47
R.M. DUDLEY et S. GUTMANN. Stopping times with given laws.....	51
J. HOROWITZ. Une remarque sur les bimesures.....	59
N. EI KAROUI et P.A. MEYER. Les changements de temps en théorie générale des processus.....	65
N. EI KAROUI et G. WEIDENFELD. Théorie générale et changement de temps....	79
P.A. MEYER. Convergence faible de processus, d'après Mokobodzki.....	109
P.A. MEYER. Résultats récents de Benveniste en théorie des flots.....	120
P.A. MEYER. Le dual de $H^1(\mathbb{R}^V)$ : démonstrations probabilistes	
. Introduction.....	132
. Les définitions fondamentales.....	135
. Le théorème de dualité.....	158
. Appendices divers.....	172
M. WEBER. Classes uniformes de processus gaussiens stationnaires.....	196
M. YOR. Sur les théories du filtrage et de la prédiction .....	257
P.A. ZANZOTTO. Sur l'existence d'un noyau induisant un opérateur sous markovien donné.....	298

Seconde Partie

Martingales et intégrales stochastiques

A. BERNARD et B. MAISONNEUVE. Décomposition atomique de martingales de la classe $H^1$ .....	303
A. BERNARD. Complément de l'exposé précédent.....	324
R. CAIROLI et J.B. WALSH. Prolongement de processus holomorphes. Cas "carré intégrable".....	327
R. CAIROLI et J.B. WALSH. Some examples of holomorphic processes.....	340
R. CAIROLI et J.B. WALSH. On changing time.....	349
C.S. CHOU. Le processus des sauts d'une martingale locale.....	356
C. DELLACHERIE. Sur la régularisation des surmartingales.....	362
C. DELLACHERIE et C. STRICKER. Changements de temps et intégrales stochastiques.....	365
C. DOLEANS-DADE et P.A. MEYER. Equations différentielles stochastiques....	376
C. DOLEANS-DADE et P.A. MEYER. Une caractérisation de $BMO$ .....	383
J. JACOD. Sur la construction des intégrales stochastiques et les sous-espaces stables de martingales.....	390
M. KOSKAS. Images d'équations différentielles stochastiques.....	411
E. LENGLART. Une caractérisation des processus prévisibles.....	415
D. LEPINGLE. Sur la représentation des sauts des martingales.....	418
B. MAISONNEUVE. Une mise au point sur les martingales locales continues définies sur un intervalle stochastique.....	435
P.A. MEYER. Notes sur les intégrales stochastiques.....	
I. Intégrales hilbertiennes.....	446
II. Le théorème fondamental sur les martingales locales.....	463
III. Sur un théorème de C. Herz et D. Lepingle.....	465
IV. Caractérisation de $BMO$ par un opérateur maximal.....	470
V. Retour sur la représentation de $BMO$ .....	476
VI. Quelques corrections au "cours sur les intégrales stochastiques".....	478
P.A. MEYER. Sur un théorème de C. Stricker.....	482

J.B. WALSH. A property of conformal martingales.....	490
M. YOR. A propos d'un lemme de Ch. Yoeurp.....	493
M. YOR. Remarques sur la représentation des martingales comme intégrales stochastiques.....	502
M. YOR. Sur quelques approximations d'intégrales stochastiques.....	518

*EXPOSES SUPPLEMENTAIRES*

B. MAISONNEUVE. Changement de temps d'un processus markovien additif.....	529
A. TORTRAT. Desintégration d'une probabilité, Statistiques exhaustives ...	539
E. EMERY. Information associée à un semigroupe.....	566