
Statistik

Philipp Sibbertsen · Hartmut Lehne

Statistik

Einführung für
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftler



Springer Gabler

Philipp Sibbertsen
Leibniz Univ. Hannover
Deutschland

Hartmut Lehne
Leibniz Univ. Hannover
Deutschland

ISBN 978-3-540-36475-7
DOI 10.1007/978-3-540-36476-4

ISBN 978-3-540-36476-4 (eBook)

Mathematics Subject Classification (2010) : 91-01

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Gabler ist eine Marke von Springer DE.

Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-gabler.de

Vorwort

Die Analyse von Daten zur Gewinnung neuer Erkenntnisse und Einsichten spielt in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften eine immer größere Rolle. Dies liegt daran, dass immer mehr und bessere Daten gewonnen und somit auch für wissenschaftliche Untersuchungen zur Verfügung gestellt werden. Die Auswertung dieser Daten ist heutzutage kaum noch durch mangelnde Rechnerkapazitäten begrenzt. Die Analyse von Daten spielt aber nicht nur im wissenschaftlichen Bereich eine große Rolle. Auch Wirtschaftsunternehmen müssen Entscheidungen häufig in Situationen treffen, in denen zukünftige Entwicklungen noch nicht bekannt und verschiedenen Szenarien zu berücksichtigen sind. Die hierdurch entstehende Unsicherheit kann durch die Analyse relevanter Daten quantifizierbar und somit berechenbar gemacht werden.

Die Analyse von Daten ist die Hauptaufgabe der Statistik. Durch die immer größere Bedeutung datengestützter Erkenntnisse und Entscheidungen wird auch die korrekte Anwendung statistischer Verfahren immer bedeutender. Inzwischen muss jeder Wirtschafts- und Sozialwissenschaftler die wichtigsten statistischen Methoden kennen und ihren Einsatz sicher beherrschen. Um statistische Fehlschlüsse zu vermeiden, ist eine genaue Kenntnis, welche Verfahren für welche Datenstrukturen geeignet sind und wo ihre Grenzen liegen unabdingbar. Diese Forderung wird noch durch den Umstand verstärkt, dass das Rechnen von komplexen statistischen Verfahren heute durch einfach anzuwendende IT-Programme keine Schwierigkeit mehr darstellt.

Das vorliegende Buch legt die Grundlagen für eine saubere statistische Datenanalyse. Es richtet somit an Studierende eines Bachelorstudiengangs in den Bereichen Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. Nach dem Studium dieses Buches sind die Studierenden in der Lage, zahlreiche Datensätze dieser Wissenschaften statistische zu untersuchen und zu analysieren und die richtigen Schlüsse aus ihren Ergebnissen zu ziehen.

Der Stoffumfang des vorliegenden Buchs orientiert sich an einem zweisemestrigen Statistikkurs wie er üblicherweise an deutschen Universitäten im Bachelor-

studium unterrichtet wird. Deshalb werden Sie keine neuen wissenschaftlichen Erkenntnisse erwarten dürfen. Der Schwerpunkt des Buches liegt vielmehr auf einer ausführlichen und verständlichen Erläuterung des behandelten Stoffes, wobei ein besonderer Wert auf die Vermittlung der Intuition hinter den statistischen Verfahren, weniger auf die Darstellung der mathematischen Beweise gelegt wird. Um die logische Abfolge der Verfahrensschritte besser nachvollziehen zu können, wurden alle Definitionen und Sätze durchgehend nummeriert, so dass ein Bezug auf bereits vorgestellte Verfahren und Formeln leicht möglich ist. Auf zusätzlichen ergänzenden Stoff wurde bewusst verzichtet, um eine Konzentration auf die wesentlichen Themenbereiche zu ermöglichen. Alle vorgestellten Methoden werden an umfangreichen, ebenfalls durchgängig nummerierten Beispielen erläutert, die sich vorzugsweise an wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Fragestellungen orientieren. Das Buch richtet sich somit an Studierende der Wirtschafts- wie auch der Sozialwissenschaften als unterstützende Lektüre zu dem Statistikkurs im Bachelorstudium. Es eignet sich aber durch die Konzentration auf die wesentlichen Themenbereiche und den stringenten Aufbau auch zum Selbststudium. Das Buch wendet sich daher auch an Praktiker, die in ihrer Berufspraxis Daten analysieren müssen und eine Auffrischung ihrer Statistikkenntnisse oder einfach ein Nachschlagewerk benötigen.

Das Buch gliedert sich in drei Abschnitte. Damit wird der in der wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Literatur üblichen Aufteilung der Statistik in die beschreibende und die schließende Statistik sowie die Wahrscheinlichkeitsrechnung als Bindeglied zwischen beiden Bereichen Rechnung getragen. Die beschreibende Statistik beschäftigt sich dabei mit der Aufbereitung und Beschreibung des vorhandenen Datenmaterials und liefert einen ersten Eindruck über Lage und Gestalt der vorhandenen Daten. Auf Basis dieses ersten Eindrucks kann dann oft entschieden werden, wie die weitere statistische Analyse aufgebaut werden sollte. Die schließende Statistik erlaubt Rückschlüsse auf statistische Eigenschaften einer größeren Grundmenge auf Basis der gewonnenen Daten, der Stichprobe. Sie ermöglicht eine aussagekräftige Interpretation der in der beschreibenden Statistik behandelten Maßzahlen. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung stellt das nötige Handwerkszeug zur Verfügung, um die beschriebenen Rückschlüsse vornehmen zu können.

Dieses Buch ist unter der Mithilfe vieler entstanden. Ganz besonders bedanken möchten wir uns bei Martin Fischer, Meike Gebel, Michael Will und Juliane Willert für die große Unterstützung und die vielen Stunden, die sie in die Entstehung dieses Buchs investiert haben. Nicht vergessen wollen wir aber auch die vielen anderen studentischen Hilfskräfte, die an diesem Buch mitgewirkt haben. Ganz besonders danken möchten wir unseren Frauen Gabi und Susannah ohne deren Unterstützung und Geduld dieses Buch nicht möglich gewesen wäre.

Inhaltsverzeichnis

Teil I Deskriptive Statistik

1	Einführung	3
1.1	Einleitung	3
1.2	Statistische Grundbegriffe	3
2	Eindimensionale empirische Verteilungen	9
2.1	Einleitung	9
2.2	Urliste, Rangwertreihe, Häufigkeitstabelle	10
2.2.1	Diskretes Merkmal	12
2.2.2	Stetiges Merkmal	15
2.3	Grafische Darstellungen	18
2.4	Die empirische Verteilungsfunktion	24
2.4.1	Diskretes Merkmal	24
2.4.2	Stetiges Merkmal	29
2.5	Quantile	34
3	Eindimensionale Maßzahlen	41
3.1	Einleitung	41
3.2	Lagemaße	42
3.2.1	Der Median	42
3.2.2	Das arithmetische Mittel	44
3.2.3	Modus und Lageregel	53
3.2.4	Geometrisches Mittel	57
3.2.5	Harmonische Mittel	59
3.3	Streuungsmaße	61
3.3.1	Spannweite und Quartilsabstand	63
3.3.2	Empirische Varianz und empirische Standardabweichung	64
3.3.3	Weitere Streuungsmaße	74

4	Konzentrationsmessung	77
4.1	Einleitung	77
4.2	Grundbegriffe	78
4.3	Relative Konzentration	81
4.4	Absolute Konzentration	90
5	Zweidimensionale Maßzahlen	99
5.1	Einleitung	99
5.2	Häufigkeitstabellen	100
5.2.1	Korrelations- und Kontingenztabellen	100
5.2.2	Bedingte Häufigkeiten und Unabhängigkeit	104
5.3	Kontingenz- und Korrelationsanalyse	108
5.3.1	Der Kontingenzkoeffizient	109
5.3.2	Das Streudiagramm	115
5.3.3	Der Korrelationskoeffizient	117
5.3.4	Der Rangkorrelationskoeffizient	127
5.3.5	Schlussbemerkungen	131
6	Einfache lineare Regression	135
6.1	Einleitung	135
6.2	Das lineare Modell	137
6.3	Güte der Modellanpassung	144
7	Verhältniszahlen	149
7.1	Einleitung	149
7.2	Preisindizes	150
7.2.1	Der Preisindex nach Laspeyres	153
7.2.2	Der Preisindex nach Paasche	155
7.2.3	Der Preisindex nach Fisher	159
7.2.4	Eigenschaften der Preisindizes	160
7.3	Mengen- und Umsatzindizes	162

Teil II Wahrscheinlichkeitsrechnung

8	Wahrscheinlichkeitsrechnung	169
8.1	Einleitung	169
8.2	Grundbegriffe	170
8.2.1	Zufallsexperiment und Ereignis	170
8.2.2	Operieren mit Ereignissen	173
8.3	Wahrscheinlichkeit	180
8.3.1	Die klassische Definition	181
8.3.2	Die statistische Definition	183
8.3.3	Die axiomatische Definition	186
8.3.4	Zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten	188

8.4	Kombinatorik	189
8.4.1	Permutationen	189
8.4.2	Kombinationen	192
8.5	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	196
8.5.1	Rechenregeln aus den Axiomen	196
8.5.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	201
8.5.3	Totale Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes	205
8.5.4	Unabhängigkeit	209
9	Eindimensionale theoretische Verteilungen	213
9.1	Einleitung	213
9.2	Zufallsvariable	213
9.3	Diskrete Verteilungsmodelle	216
9.4	Stetige Verteilungsmodelle	224
9.5	Quantile und Schwankungsintervalle	229
9.6	Lagemaße	234
9.6.1	Der Erwartungswert	234
9.6.2	Eigenschaften des Erwartungswertes	236
9.6.3	Der Modus und Vergleich der Lagemaße	241
9.7	Streuungsmaße	243
9.7.1	Varianz und Standardabweichung	243
9.7.2	Eigenschaften der Varianz	246
9.7.3	Weitere Streuungsmaße	250
10	Spezielle Verteilungen	251
10.1	Einleitung	251
10.2	Die Normalverteilung	251
10.2.1	Dichtefunktion, Parameter, Verteilungsfunktion	252
10.2.2	Lineartransformation und Linearkombination	256
10.2.3	Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten	257
10.2.4	Quantile und Schwankungsintervalle	261
10.2.5	Der zentrale Grenzwertsatz	267
10.3	Die Bernoulli-Verteilung	268
10.4	Die Binomialverteilung	271
10.4.1	Herleitung der Wahrscheinlichkeitsfunktion und Berechnen von Wahrscheinlichkeiten	272
10.4.2	Erwartungswert, Varianz, Quantile	277
10.4.3	Approximation durch die Normalverteilung	279
10.5	Weitere diskrete Verteilungen	283
10.5.1	Die hypergeometrische Verteilung	283
10.5.2	Die Poisson-Verteilung	286
10.5.3	Die geometrische Verteilung	288
10.6	Weitere stetige Verteilungen	291
10.6.1	Stetige Gleichverteilung	291
10.6.2	Die Exponentialverteilung	293

10.6.3 Die logarithmische Normalverteilung	296
10.7 Prüfverteilungen	299
10.7.1 Die Chi-Quadrat-Verteilung	300
10.7.2 Die t-Verteilung	302
10.7.3 Die F-Verteilung	304

Teil III Induktive Statistik

11 Grundlagen der induktiven Statistik	309
11.1 Einleitung	309
11.2 Grundbegriffe	310
11.3 Stichprobenfunktionen	313
11.3.1 Das Stichprobenmittel	314
11.3.2 Die Stichprobenvarianz	318
11.3.3 Die relative Häufigkeit	319
11.4 Die Ungleichung von Tschebyscheff	321
12 Punktschätzung	325
12.1 Einleitung	325
12.2 Grundlagen der Punktschätzung	325
12.3 Die Maximum - Likelihood Schätzung	334
13 Intervallschätzung	339
13.1 Einleitung	339
13.2 Konfidenzintervalle für den Erwartungswert	340
13.2.1 Konfidenzintervall bei normalverteilter Grundgesamtheit und bekannter Varianz	340
13.2.2 Konfidenzintervall bei normalverteilter Grundgesamtheit und unbekannter Varianz	344
13.2.3 Konfidenzintervalle bei nicht normalverteilter Grundgesamtheit	346
13.3 Konfidenzintervalle für die Varianz	349
13.4 Konfidenzintervalle für unbekannte Anteile	350
14 Hypothesentests	355
14.1 Einleitung	355
14.2 Der Fehler 1. und 2. Art	356
14.3 Spezielle Testsituationen	361
14.3.1 Tests auf den Erwartungswert bei bekannter Varianz ..	361
14.3.2 Tests auf den Erwartungswert bei unbekannter Varianz ..	367
14.3.3 Der Binomialtest	369
14.3.4 Der χ^2 - Anpassungstest	373
14.4 Vergleiche von zwei Stichproben	377
14.4.1 Vergleiche aus unabhängigen Stichproben	377

14.4.2 Vergleiche aus verbundenen Stichproben 384

14.5 Die Gütefunktion 388

14.6 Der p - Wert 393

15 Zweidimensionale theoretische Verteilungen 395

15.1 Einleitung 395

15.2 Gemeinsame Verteilung, Randverteilung und bedingte Verteilungen 396

15.2.1 Zweidimensionale Zufallsvariable, gemeinsame Wahrscheinlichkeits-, Dichte- und Verteilungsfunktion . . 396

15.2.2 Randverteilungen, bedingte Verteilungen und Unabhängigkeit 400

15.3 Gemeinsame Maßzahlen 405

15.3.1 Erwartungswert einer Funktion von zwei Zufallsvariablen 406

15.3.2 Kovarianz und Korrelationskoeffizient 407

15.3.3 Varianz einer Summe bzw. einer Differenz von zwei Zufallsvariablen 411

15.4 Tests zum Zusammenhang von zwei Merkmalen 413

15.4.1 Der Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest 414

15.4.2 Test auf den Korrelationskoeffizienten 418

15.4.3 Test auf Unabhängigkeit mit Verwendung des Rangkorrelationskoeffizienten 422

16 Das lineare Regressionsmodell 425

16.1 Einleitung 425

16.2 Die Modellannahmen 426

16.3 Schätzung der Modellparameter 427

16.4 Konfidenzintervalle für die Modellparameter 432

16.5 Signifikanztests 433

16.6 Prognosen 435

A Tabellen 439

A.1 Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung 440

A.2 Quantile der Standardnormalverteilung 441

A.3 Tabellen zur Binomialverteilung 441

A.4 Quantile der t -Verteilung 445

A.5 Quantile der χ^2 -Verteilung 447

A.6 F-Verteilung 449

Index 453

Abbildungsverzeichnis

2.1	Stabdiagramm der Haushaltsgröße	20
2.2	Flächeninhalt der Klasse j	21
2.3	Histogramm des Merkmals Haushaltseinkommen	22
2.4	Beispiele für häufig vorkommende Verteilungstypen	23
2.5	Empirische Verteilungsfunktion der Haushaltsgröße	28
2.6	$\hat{F}(x)$ für eine Klassengrenze	29
2.7	$\hat{F}(x)$ für einen x -Wert innerhalb der Klasse j	30
2.8	Empirische Verteilungsfunktion des Haushaltseinkommens	32
2.9	Bestimmung des 0,6-Quantils	35
2.10	Unterteilung des Datensatzes durch Median, unteres und oberes Quartil	39
3.1	Vergleich der Lagemaße Modus, Median und arithmetisches Mittel	56
3.2	Verteilungen mit großer Streuung (links) und kleinerer Streuung (rechts)	62
4.1	Lorenzkurve zum Zeitpunkt T_1	83
4.2	Lorenzkurven von $T_1(\circ)$ und $T_2(\square)$	83
4.3	Lorenzkurve bei vollständiger Konzentration	84
4.4	Lorenzkurve des Haushaltseinkommens	86
4.5	Grafische Verdeutlichung von K_G	87
4.6	Konzentrationskurven von $T_1(\circ)$ und $T_2(\square)$	93
4.7	Zur geometrischen Interpretation von K_R	94
5.1	Verschiedene Streudiagramme	115
5.2	Streudiagramm für Haushaltsgröße und -einkommen	116
5.3	Streudiagramm mit Mittelwerten	117
5.4	Exakter positiver (a) und negativer (b) Zusammenhang	123
5.5	Quadratischer Zusammenhang zwischen X und Y	124
5.6	Verkehrstote und Benzinpreis	133

6.1	Streudiagramm für Haushaltsgröße und -einkommen	136
6.2	Methode der Kleinsten Quadrate	138
6.3	Streudiagramm mit Ausgleichsgeraden	142
7.1	Preisindex in Deutschland	151
8.1	Venn-Diagramm	173
8.2	Teilergebnis	174
8.3	Gegenereignis	175
8.4	Durchschnitt	176
8.5	Disjunkte Ereignisse	177
8.6	Vereinigung	177
8.7	Differenz	178
8.8	Relative Häufigkeiten einer geraden Zahl beim Werfen eines Würfels	184
8.9	Anordnung von 3 Elementen A, B, C	190
8.10	Anordnung von 3 Elementen A_1, A_2, B	190
8.11	Vereinigung von Differenz und Durchschnitt	197
8.12	Vereinigung von B und $A \setminus B$	198
8.13	Bedingte Wahrscheinlichkeit	202
8.14	Vollständiges System	205
8.15	Ein Ereignis B im vollständigen System	207
9.1	Überführung des Elements ω in die Menge der reellen Zahlen	214
9.2	Wahrscheinlichkeitsfunktion der Summe von zwei Würfeln . . .	220
9.3	Verteilungsfunktion der Summe von zwei Würfeln	221
9.4	Wahrscheinlichkeitsfunktion der diskreten Gleichverteilung . .	223
9.5	Anteil der Beobachtungen im Intervall $[a, b]$	224
9.6	Dichte- und Verteilungsfunktion einer stetigen Gleichverteilung	228
9.7	Dichtefunktion einer beliebigen stetigen Gleichverteilung . . .	229
9.8	Zusammenhang zwischen Quantil, Verteilungs- und Dichtefunktion	230
9.9	Quantil einer diskreten Verteilung	232
9.10	50%-zentrales Schwankungsintervall bei einer stetigen Gleichverteilung	233
9.11	Uni- und multimodale Verteilungen	241
10.1	Histogramm Körpergröße mit Glockenkurve	252
10.2	Dichtefunktion der Normalverteilung	253
10.3	Normalverteilung bei verändertem Erwartungswert bzw. veränderter Varianz	255
10.4	Symmetrie der Randflächen	256
10.5	Dichte- und Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung	259
10.6	Quantil der Standardnormalverteilung	262
10.7	Symmetrie der Quantile	262

10.8	Zentrales Schwankungsintervall bei Normalverteilung	264
10.9	Varianz der Bernoulli-Verteilung in Abhängigkeit von p	270
10.10	Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung mit $n = 16$ und variierendem p	273
10.11	Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung mit $p = 0,2$ und variierendem n	274
10.12	Stabdiagramm und Histogramm	280
10.13	Approximation von $P(X = x)$	280
10.14	Approximation der Binomialverteilung	281
10.15	Dichtefunktion der Exponentialverteilung für verschiedene Werte von λ	294
10.16	Dichtefunktion der Standardnormalverteilung und Log-Normalverteilung für $\mu_Y = 0$ und $\sigma_Y^2 = 1$	298
10.17	Die Dichtefunktion der χ^2 -Verteilung für verschiedene Freiheitsgrade.	301
10.18	Die Dichtefunktion der t-Verteilung für verschiedene Freiheitsgrade.	303
10.19	Die Dichtefunktion der F -Verteilung für verschiedene Freiheitsgrade.	305
11.1	Annäherung des arithmetischen Mittels an den Erwartungswert	316
12.1	Schwache Konsistenz.	331
13.1	Abschätzung der Varianz	353
14.1	Ablehnbereich	358
14.2	Entscheidungsregeln	365
14.3	Ideale Gütefunktion	390
14.4	Typische Gütefunktion	390

Tabellenverzeichnis

2.1	Urliste von Haushaltseinkommen und -größe	10
2.2	Rangwertreihe des Haushaltseinkommens	11
2.3	Strichliste eines diskreten Merkmals	13
2.4	Häufigkeitstabelle der Haushaltsgröße	14
2.5	Absolute Häufigkeiten des Einkommens (ohne Klassenbildung) .	15
2.6	Häufigkeitstabelle des Haushaltseinkommens mit 10 Klassen . . .	17
2.7	Häufigkeitstabelle des Haushaltseinkommens mit 6 Klassen	18
2.8	Empirische Verteilungsfunktion der Haushaltsgröße	27
2.9	Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassenobergrenzen für das Haushaltseinkommen	31
2.10	Rangwertreihe und empirische Verteilungsfunktion	37
3.1	Arbeitstabelle zur Berechnung von \bar{x}	45
3.2	Arbeitstabelle zur Berechnung von \bar{x}	46
3.3	Nulleigenschaft und quadrierte Abweichungen	49
3.4	Einkommen des i -ten Haushalts mit g Personen im Haushalt (x_{gi})	51
3.5	Lineartransformation von Euro in DM	53
3.6	Beobachtungswerte, absolute Veränderung, Wachstumsrate, Wachstumsfaktor	58
3.7	Überstunden	61
3.8	Arbeitstabelle zur Berechnung von s^2	66
3.9	Arbeitstabelle zur Berechnung von s^2	70
3.10	Arbeitstabelle zur Berechnung der empirischen Varianz	72
4.1	Umsätze in T_1 und T_2	77
4.2	Relative und absolute Konzentration	80
4.3	Anteile der Unternehmen und der Umsätze	82
4.4	Anteile der Haushalte und der Einkommen	86
4.5	Summen zur Ermittlung von K_G	89
4.6	Summen zur Ermittlung von K_G	90

4.7	Konzentrationsraten von $T_1(\circ)$ und $T_2(\square)$	92
4.8	Hilfssummen zur Berechnung des Rosenbluth- und des Herfindahl-Index	95
4.9	Gini-Koeffizient und Herfindahl-Index für unterschiedliche Marktsituationen	98
5.1	Häufigkeitstabelle von X und Y	100
5.2	Korrelationstabelle für Haushaltsgröße und -einkommen mit absoluten Häufigkeiten	102
5.3	Korrelationstabelle für Haushaltsgröße und -einkommen mit relativen Häufigkeiten	102
5.4	Kontingenztabelle für Abschlussart und Region	103
5.5	Bedingte Häufigkeitsverteilung des Schulabschlusses nach Region	105
5.6	Bedingte Häufigkeitsverteilung der Region nach Schulabschluss	106
5.7	Bei Unabhängigkeit erwartete Häufigkeiten für Schulabschluss und Region	107
5.8	Quotienten (n_{jk}/\tilde{n}_{jk}) für Schulabschluss und Region	108
5.9	Kontingenztabelle mit $n=100$ und unterschiedlicher Besetzungsstruktur	111
5.10	Kontingenztabelle mit den bei Unabhängigkeit erwarteten Häufigkeiten	111
5.11	Kontingenztabelle mit $J = K = 3$	112
5.12	Berechnung von χ^2 für Region und Schulabschluss (N=Nord, W=West, O=Ost, S=Süd, HSA=Hauptschulabschluss, RSA=Realschulabschluss, HSR=Hochschulreife)	114
5.13	Hilfsgrößen zur Berechnung der empirischen Kovarianz von Haushaltsgröße und -einkommen	119
5.14	Hilfssummen zur Berechnung der Korrelationskoeffizienten von Haushaltsgröße und -einkommen	126
5.15	Hilfssummen zur Berechnung des Rangkorrelationskoeffizienten von Tabellenplatz und Anzahl der Gegentore	130
5.16	Zusammenhangsmaße in Abhängigkeit vom Skalenniveau	131
6.1	Beobachtete und geschätzte Werte des Haushaltseinkommens, Residuen	147
7.1	Preisindex für die Lebenshaltung	151
7.2	Preise und Menge der Getränke	154
7.3	Arbeitstabelle mit den Werten von 2003 und 2004	155
7.4	Arbeitstabelle mit den Werten von 2004 und 2005	157
8.1	Absolute und relative Häufigkeit des Ereignisses Würfeln einer geraden Zahl	184
8.2	Kombinationsmöglichkeiten	192
9.1	Augensummen beim Werfen von zwei Würfeln	217

9.2	Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion	219
10.1	Wahrscheinlichkeiten beim Ziehen ohne und mit Zurücklegen ..	286
12.1	Fertigungszeit der Fertigungsprozesse	326
14.1	Mögliche Entscheidungssituationen	360
14.2	Arbeitstabelle für den χ^2 -Anpassungstest	375
14.3	Bruttolöhne	387
14.4	Bruttolöhne mit Differenzen	387
14.5	Werte der Gütefunktion	392
15.1	Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion von X und Y	397
15.2	Gewinnchancen nach gewürfelter Zahl (a)) und gemeinsamer Wahrscheinlichkeitsfunktion (b))	398
15.3	Werte von $Z = X + Y$	412
15.4	Kontingenztafel des Schulabschlusses für 4 Stichproben	417
16.1	Residuentabelle	429