

Lecture Notes in Mathematics

A collection of informal reports and seminars

Edited by A. Dold, Heidelberg and B. Eckmann, Zürich

27

H. P. Künzi

Universität Zürich und
Eidgenössische Technische Hochschule

S.T. Tan

Universität Zürich

**Lineare Optimierung
großer Systeme**

1966



Springer-Verlag · Berlin · Heidelberg · New York

All rights, especially that of translation into foreign languages, reserved. It is also forbidden to reproduce this book, either whole or in part, by photomechanical means (photostat, microfilm and/or microcard) or by other procedure without written permission from Springer Verlag. © by Springer-Verlag Berlin · Heidelberg 1966.
Library of Congress Catalog Card Number 66-30109. Printed in Germany. Title No. 7347.

Vorwort

In diesem Bericht befassen wir uns vorwiegend mit der Theorie der linearen Optimierung grosser Systeme, d. h. mit Systemen, bei denen die Anzahl der Variablen und/oder die Anzahl der Restriktionen sehr gross werden. Die praktische Erfahrung hat gezeigt, dass sich in solchen Fällen die bekannten Methoden, wie z. B. das Simplexverfahren, nicht mehr ohne weiteres anwenden lassen.

Im Vordergrund unserer Untersuchungen stehen verschiedene revidierte Simplexmethoden, neuere Duoplexverfahren sowie mehrere Dekompositionsalgorithmen.

Um den Bericht selbsttragend zu gestalten, haben wir in einem einleitenden Kapitel die Grundgedanken der linearen Optimierungstheorie zusammengestellt.

Im Anhang findet der Leser noch verschiedene Beispiele, die mit den hier behandelten Algorithmen gelöst wurden.

Bei der Bezeichnung wurden Vektor- und Matrixsymbole nicht speziell hervorgehoben, die jeweilige Bedeutung geht aber ohne weiteres aus dem Text hervor.

Die Verfasser danken dem Springer-Verlag und den Herausgebern der Reihe, den Herren Professoren A. Dold und B. Eckmann für die Aufnahme dieser Arbeit in die Lecture Notes in Mathematics. Weiterer Dank gebührt dem Schweizerischen Nationalfonds für die Gewährung eines Forschungskredites, durch den diese Studie ermöglicht wurde und Fräulein E. Roth, die mit grosser Sorgfalt das maschinengeschriebene Manuskript herstellte.

Wir hoffen, dass es uns gelungen ist, mit diesem Bericht die Forschung, sowie die praktische Anwendungsmöglichkeit innerhalb der hier behandelten Theorien, in vermehrtem Masse anzuregen, um damit das Interesse weiterer Kreise auf dieses interessante Gebiet zu lenken.

H. P. Künzi

S. T. Tan

Zürich, den 1. Oktober 1966

Inhaltsverzeichnis

I.	<u>Mathematische Grundlagen zur Optimierungstheorie</u>	1
	1.1 Lineare Relationen	1
	1.2 Duale lineare Optimierungsprobleme	7
	1.3 Das Simplexverfahren	13
II.	<u>Die revidierten Simplexverfahren und das duale Simplexverfahren</u>	24
	2.1 Die Matrixtransformation beim Simplexalgorithmus	24
	2.2 Die gewöhnliche revidierte Simplexmethode oder die Methode der expliziten Basisinversen	27
	2.3 Die Produktform der revidierten Simplexmethode	32
	2.4 Die symmetrisch revidierte Simplexmethode	36
	2.5 Die duale Simplexmethode	40
III.	<u>Mehrphasen- und Duoplexmethode</u>	43
	3.1 Einleitung	43
	3.2 Projektionsmatrizen	44
	3.3 Zur Methode der projizierten Gradienten	47
	3.4 Die Simplex-Mehrphasenmethode	52
	3.5 Die Gradienten-Mehrphasenmethode	55
	3.6 Die Duoplexmethode	57
	3.7 Der revidierte Duoplexalgorithmus	67
IV.	<u>Dekompositionsmethoden</u>	71
	4.1 Die Dantzig-Wolfe'sche Dekompositionsmethode	71
	4.2 Die duale Dekompositionsmethode von Abadie und Williams	80

4.3	Die Dekompositionsmethode von Benders	81
4.4	Die Dekompositionsmethode von Rosen	86
4.5	Die direkte Dekompositionsmethode von Müller-Merbach	94
<u>Anhang 1</u>	<u>Nichtlineare Verfahren</u>	102
<u>Anhang 2</u>	<u>Beispiele</u>	105