

Ausgewählte Schranken der Standardnormalverteilung und der  $\chi^2$ -Verteilung (1 FG)  
für die einseitige und für die zweiseitige Fragestellung

P	z		für einen $\chi^2$ Freiheitsgrad	
	einseitig	zweiseitig	einseitig	zweiseitig
0,001	3,090	3,291	9,550	10,828
0,01	2,326	2,576	5,412	6,635
0,05	1,645	1,960	2,706	3,841
0,10	1,282	1,645	1,642	2,706
0,20	0,842	1,282	0,708	1,642
0,50	0	0,674	0	0,455

#### Das griechische Alphabet

Griechischer Buchstabe	Name des Buchstabens	Griechischer Buchstabe	Name des Buchstabens
<i>A</i> $\alpha$	Alpha	<i>N</i> $\nu$	Ny
<i>B</i> $\beta$	Beta	<i>Ξ</i> $\xi$	Xi
<i>Γ</i> $\gamma$	Gamma	<i>Ο</i> $\omicron$	Omikron
<i>Δ</i> $\delta$	Delta	<i>Π</i> $\pi$	Pi
<i>E</i> $\epsilon$	Epsilon	<i>Ρ</i> $\rho$	Rho
<i>Z</i> $\zeta$	Zeta	<i>Σ</i> $\sigma \varsigma$	Sigma
<i>H</i> $\eta$	Eta	<i>T</i> $\tau$	Tau
<i>Θ</i> $\theta$	Theta	<i>Υ</i> $\upsilon$	Ypsilon
<i>I</i> $\iota$	Jota	<i>Φ</i> $\varphi$	Phi
<i>K</i> $\kappa$	Kappa	<i>X</i> $\chi$	Chi
<i>Λ</i> $\lambda$	Lambda	<i>Ψ</i> $\psi$	Psi
<i>M</i> $\mu$	My	<i>Ω</i> $\omega$	Omega

Lothar Sachs  
Jürgen Hedderich

# Angewandte Statistik

Methodensammlung mit R

Zwölfte, vollständig neu bearbeitete Auflage  
mit 142 Abbildungen  
und 180 Tabellen

 Springer

Professor Dr. rer. nat. Lothar Sachs  
Seebrooksberg 5  
24147 Klausdorf  
Deutschland

Dipl. Inform. Jürgen Hedderich  
Bimöhler Straße 16  
24623 Großenaspe  
Deutschland  
hedderich@medinfo.uni-kiel.de

Von der 1. bis zur 3. Auflage als  
„Statistische Auswertungsmethoden“  
1968, 1969 und 1972 erschienen

ISBN-10 3-540-32160-8 Springer Berlin Heidelberg New York  
ISBN-13 978-3-540-32160-6 Springer Berlin Heidelberg New York  
ISBN 3-540-40555-0 11. Auflage Springer Berlin Heidelberg New York

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek  
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;  
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media  
[springer.de](http://springer.de)

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1974, 1978, 1992, 1997, 1999, 2002, 2004, 2006  
Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: Erich Kirchner, Heidelberg

SPIN 10984253

42/3153-5 4 3 2 1 0 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

---

## Vorwort zur zwölften Auflage

„Viele Forscher machen sich bei der Behandlung der statistischen Beobachtungen die Sache zu leicht. Allerdings kann man in den letzten Jahren einen gewissen Fortschritt wahrnehmen, viele statistische Arbeiten der Neuzeit lassen aber noch viel zu wünschen übrig. Es ist zwar von demjenigen, welcher nur einen gelegentlichen Gebrauch von statistischen Untersuchungen macht, nicht zu erwarten, dass er die Methoden der mathematischen Statistik vollständig beherrscht; jedenfalls kann aber ein jeder ohne Schwierigkeit einen Überblick über viele der wichtigsten Elementargrundsätze gewinnen und dadurch einer Menge von Fehlern und Fehlschlüssen entgehen.“ (Harald Westergaard (1901))

Diese Erkenntnis liegt zwar mehr als 100 Jahre zurück, lange bevor die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (A.N. Kolmogoroff) und der modernen Statistik (R.A. Fisher oder J. Neyman und E.S. Pearson) gelegt wurden, ist aber auch heute noch uneingeschränkt gültig. Unter Angewandter Statistik verstehen die Autoren zugleich den Methodenkörper anwendbarer mathematischer Verfahren und die Anwendung dieses Methodenkörpers auf gemessene und/oder gezählte Beobachtungen. Der Schwerpunkt des Buches liegt daher auf Prinzipien der statistischen Denkansätze und auf der Darstellung der Voraussetzungen, die erfüllt sein müssen, bevor man eine bestimmte Formel oder einen bestimmten Test anwenden darf. Berücksichtigt werden insbesondere die Analyse von Stichproben kleiner Umfänge und verteilungsunabhängige Methoden. Angesprochen werden in diesem Lehr- und Nachschlagebuch Nichtmathematiker, insbesondere Praktiker in Technik und Wissenschaft, Ingenieure, Mediziner sowie Studierende und Wissenschaftler dieser und anderer Bereiche. Dem an der praktischen statistischen Arbeit interessierten Mathematiker gibt es einen Überblick.

Für die neue Auflage der „Angewandten Statistik“ war eine Überarbeitung des vor 40 Jahren konzipierten Werkes nicht mehr ausreichend. Schon die letzten Auflagen boten kaum Gelegenheit, die Gliederung und den Inhalt grundlegend zu modifizieren oder zu ergänzen. So konnten nur einige ältere oder überholte Verfahren entfernt werden, um Platz für einiges Neue zu schaffen. Die vorliegende 12. Auflage ist somit ein neues Buch, das der neue Autor (Dipl. Inform. J. Hedderich) in enger Zusammenarbeit mit dem Namengeber (Prof. Dr. rer. nat. L. Sachs) konzipiert und realisiert hat, wobei größere Teile der 11. Auflage übernommen und in einen neuen Kontext gestellt worden sind. Die neue Gliederung in acht Kapiteln erleichtert einerseits den Einstieg in und das Auffinden von statistischen Verfahren. Andererseits wird diese Gliederung auch zukünftigen Auflagen gerecht, wenn es um Neuerungen und Ergänzungen hinsichtlich der statistischen Methodik geht.

Das **1. Kapitel** gibt eine Einführung in die statistische Arbeitsweise bei wissenschaftlichen Fragestellungen. Es verdeutlicht, dass statistische Methoden Kern wissenschaftlicher Erkenntnisprozesse sind. Grundlagen aus der Mathematik, von den Grundrechenarten bis zum Funktionsbegriff und der Kombinatorik, sind im **2. Kapitel** zusammengefasst. Dieses Kapitel wird ergänzt durch eine kurze Einführung in die Matrixalgebra, die hilfreich für ein besseres Verständnis der Verfahren zur Modellbildung im achten Kapitel ist.

Verfahren der deskriptiven Statistik, konsequent gegliedert nach dem Skalenniveau der zu beschreibenden Merkmale, sind im **3. Kapitel** zusammengefasst. Methoden zur Exploration von Daten, insbesondere auch die Erfassung von Abhängigkeiten und Zusammenhängen in den Beob-

achtungen, ermöglichen den Einstieg in eine weiterführende Analyse und Bewertung der Daten.

Der Begriff der Wahrscheinlichkeit, insbesondere im Hinblick auf ein Verständnis von Voraussetzungen und Konsequenzen der Unabhängigkeit von Ereignissen wird ausführlich im **4. Kapitel** mit zahlreichen Beispielen eingeführt. Die Ausführungen zum diagnostischen Test stehen dabei eher beispielhaft für die in der Regel auf bedingten Wahrscheinlichkeiten basierende Terminologie und Argumentationsweise statistischer Verfahren.

Von zentraler Bedeutung bei der Auswahl und Anwendung statistischer Methoden ist nach Ansicht der Autoren der Begriff der Zufallsvariablen, eine Modellvorstellung, die erst eine formale Übertragung der „realen“ Beobachtungen in die Sprache und die numerischen Analyseverfahren der Mathematik ermöglicht. Daher sind im **5. Kapitel** die wichtigsten Verteilungsmodelle zusammengefasst, um neue Modelle ergänzt (z.B. die negative Binomialverteilung und die Weibullverteilung) und mit zahlreichen Beispielen versehen worden. Neu ist hier eine einheitliche Notation zu den Quantilen (kritischen Schranken) spezieller Verteilungen, die für Leser der vorangegangenen Auflagen verwirrend sein könnte. Dabei wird nun einheitlich das obere Quantil einer Verteilung, z.B. 0,95 für „0,05; einseitig“ und 0,975 für „0,05; zweiseitig“, verwendet.

Die neue Auflage der Angewandten Statistik versucht, möglichst klar die Methodenansätze für das „Schätzen“ von Parametern (**6. Kapitel**) und für das „Testen“ von Hypothesen (**7. Kapitel**) zu trennen. Eine eindeutige und stringent eingeführte Notation soll hier einerseits die Brücke zur vertiefenden Lektüre der Spezialliteratur der (theoretischen) Statistik bilden, andererseits sollen Gemeinsamkeiten und Parallelen der verschiedenen Ansätze deutlich werden. Dabei wurden ältere Verfahren präzisiert und neue Verfahren mit zahlreichen Beispielen aufgenommen, z.B. das Bootstrapping, Randomisierungsverfahren und das Prüfen von Äquivalenzaussagen. Weitere Ergänzungen betreffen die Verfahren zur Fallzahlbestimmung (Powerberechnung), die mit dem Programm **R** flexibel eingesetzt werden können. Der Abschnitt zur Analyse von Häufigkeiten wurde um eine ausführliche Darstellung des Kappa-Koeffizienten ergänzt.

Völlig neu ist das **8. Kapitel**. Die Autoren sind überzeugt, dass Methoden zur Bildung und Bewertung von statistischen Modellen heute als zentraler Bestandteil der Angewandten Statistik anzusehen sind. Somit werden die multiple lineare Regression, die logistische Regression, loglineare Modelle und letztlich auch die Analyse von Ereigniszeiten (Überleben) mit Beispielen eingeführt und diskutiert. Diese Verfahren können nicht so elementar und ausführlich dargestellt werden wie die Methoden in den vorangehenden Kapiteln. Dazu gibt es umfangreiche spezielle und vertiefende Monographien. Im Rahmen dieser kurzen Einführung soll zumindest das Verständnis für Verfahren der Modellbildung gefördert und die weitverbreitete Zurückhaltung bei der Anwendung und Interpretation im Rahmen explorativer Datenanalysen abgebaut werden.

Das Verständnis für statistische Methoden erschließt sich letztlich auch aus der selbständigen Analyse (eigener) Daten nach festen Anleitungen und Formeln. Dafür wurden früher Rechenblätter entworfen, mit denen schrittweise durch elementare Berechnungen Ergebnisse hergeleitet und geprüft werden konnten. Ein frühes Hilfsmittel war dabei sicher der Taschenrechner, mit dem diese Arbeit sicherer und schneller zu bewerkstelligen war. Seit den 70iger Jahren des vergangenen Jahrhunderts ist die Entwicklung von kommerziellen Statistik-Programmpaketen, genannt seien hier nur SPSS und SAS, weit voran geschritten. Diese stellen „vorkonfektionierte“ Lösungen bereit, die von dem Anwender häufig nur schwer nachzuvollziehen sind. Mit dem kostenlosen Programm **R** steht ein Werkzeug zur Verfügung, mit dem einerseits elementare Berechnungen einfach durchgeführt werden können, andererseits auch komplexe statistische Verfahren und Modelle aus festen Paketen genutzt werden können. Daher wurden viele Beispiele in dieser Auflage mit **R** berechnet und zahlreiche erklärende Abbildungen mit **R** neu erstellt. Die dafür verwendeten Befehle sind im

Internet auf der Produktseite des Buches (**Download**) beim Springer-Verlag abrufbar und können parallel zur Lektüre des Buches modifiziert und ergänzt werden. Einen Einstieg in die Verwendung von **R** bietet das **9. Kapitel**. Wichtige Befehle sind in einer Übersicht (**Lesezeichen**) am Ende des Buches zusammengefasst. Die Autoren sind überzeugt, dass sich hieraus ein besseres Verständnis der statistischen Methodik ohne die häufig abschreckende Rechenarbeit entwickeln und die Statistik mehr Freunde finden kann.

Um die 12. Auflage zu entlasten, ist auf Teile des Textes und auf die Übernahme der sehr ausführlichen Bibliographie älterer Auflagen verzichtet worden. Die neue Bibliographie und das neue Sachverzeichnis sind an den Schwerpunkten der neuen Auflage orientiert und müssen sich unter der geänderten Ausrichtung erst entwickeln.

Unser Dank gilt den Kolleginnen am Institut für Medizinische Informatik und Statistik der Christian-Albrechts-Universität Kiel (Direktor Prof. Dr. rer. nat. M. Krawczak), Frau Dr. A. Caliebe und Frau Dipl. Math. U. Schulz, für zahlreiche Anregungen und die kritische Durchsicht von Teilen des Manuskripts. Herrn Dipl. Inform. O. Junge danken wir für die Hilfestellung bei technischen Problemen mit  $\LaTeX$ , die insbesondere durch den Übergang von der 11. zur 12. Auflage aufgetreten sind. Unser Dank gilt auch den Damen und Herren der Kieler Universitätsbibliothek, vor allen Dingen Herrn Dr. J. Aschenbach.

Am Schluss ist es uns eine angenehme Pflicht, zahlreichen Lesern früherer Auflagen zu danken, die durch ihre kritischen Anmerkungen manches Versehen auszumerzen halfen. Den Damen und Herren des Springer Verlages, insbesondere Herrn C. Heine, Frau L. Braun und Frau R. Milewski danken wir für die angenehme Zusammenarbeit. Trotz einer sorgfältigen Bearbeitung von Texten, Formeln und Beispielen lassen sich Fehler und Unklarheiten nicht ausschließen. Wir bitten den Leser, uns diese mitzuteilen (schriftlich an die Adresse der Autoren oder auch per E-mail an [j.hedderich@t-online.de](mailto:j.hedderich@t-online.de)). Auch für Verbesserungsvorschläge sind wir dankbar. Hoffentlich wenige Korrekturen werden aktuell über die Produktseite des Buches beim Springer-Verlag (**Errata**) im Internet angegeben.

Kiel, März 2006

*J. Hedderich*

*Lothar Sachs*

Übersetzungen älterer Auflagen liegen vor:

- ins Russische (1976): ohne ISBN Nummer, der vergleichbare sowjetische Code 3[(10805\* – 146)/(008(01) – 76)][115 – 76], \*BTOROI INDEKS-10803, CTATISTIKA, MOSKBA;
- ins Spanische (1978): ISBN 84-335-6412-9, Editorial Labor, S.A., Barcelona;
- ins Amerikanische (1984): ISBN 0-387-90976-1, Springer, New York.

## Vorwort zur zehnten Auflage

### Ziele älterer Auflagen, die auch für diese Neubearbeitung gelten

Das Buch wendet sich an Interessierte, die ich im Einzelnen in meinen Vorworten zur 1., 7. bis 9. Auflage (vgl. S. VI–XI) charakterisiert habe und die „etwas“ suchen, das dem LERNEN dient, die Grundlagen vermittelnd, einführend und vertiefend, auch anhand vieler durchgerechneter Beispiele, dem ANWENDEN mit zahlreichen Planungs- und Auswertungsempfehlungen aus der Praxis und dem NACHSCHLAGEN, um einen Überblick über ein weitgefasstes Methodenspektrum zu gewinnen. Allen drei Zielen dient neben den Querverweisen und den weiterführenden Literatur-Hinweisen insbesondere das zum Nachschlagen und Wiederfinden durchstrukturierte sehr ausführliche Sachverzeichnis.

Kurz nach der 9. folgt jetzt die neu gesetzte und damit lesbarere 10. Auflage, weitreichend überarbeitet und aktualisiert. Im Text wurden Unstimmigkeiten und Druckfehler beseitigt, Präzisierungen vorgenommen, zahlreiche Ergänzungen und Hinweise sowie weitere Web-Sites aufgenommen. Manche Anregungen kamen von ehemaligen Teilnehmern an meinen Oberseminaren, einige aufgrund von Leserbriefen, herzlichen Dank! Auch das Sachverzeichnis und die Literatur habe ich auf den neuesten Stand gebracht, wobei dem Leser, der sich intensiver mit der Statistik beschäftigen möchte, auf S. 690 ein eleganter Weg aufgezeigt wird. Andere folgen hier weiter unten sowie auf S. XXXVI. Herrn Prof. Dr. Carsten Stick, Direktor des Instituts für Medizinische Klimatologie der Universität Kiel, danke ich für eine Liste häufiger Fehler in Dissertationsschriften (vgl. S. XXXVII).

Mein Dank gilt auch wieder den Damen und Herren der Kieler Universitätsbibliothek, vor allem Herrn Dr. Jürgen Aschenbach. Den Damen und Herren des Springer-Verlages danke ich für die ausgezeichnete Zusammenarbeit. Für Leserzuschriften bin ich weiterhin dankbar, insbesondere für jeden Verbesserungsvorschlag.

Klausdorf, im Januar 2002

*Lothar Sachs*

## Vorwort zur achten Auflage

Auch die 8., völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage dient zum Lernen, Anwenden und Nachschlagen für anwendungsorientierte Leser mit unterschiedlichen Vorkenntnissen und breit gestreuten Interessen. Es ist ein ausführlich gefasstes Lehrbuch und Nachschlagewerk, das dem Anfänger anhand zahlreicher Arbeitshilfen und vertiefter Wiederholungen, unterschiedlich akzentuiert, den Einstieg in die Anwendung statistischer Methoden ermöglicht und ihn unterstützt. Dem Fortgeschrittenen bietet es eine Fülle von Hinweisen und Berechnungsmethoden zu weiteren wichtigen, speziellen Verfahren der Statistik. Hierzu dienen auch die wesentlich erweiterten drei Verzeichnisse: das Literaturverzeichnis, das Namenverzeichnis und das Sachverzeichnis. Es ergänzt daher auch jedes Statistik-Software-Handbuch. Angesprochen werden in erster Linie Studenten und Praktiker aus den Bereichen der Naturwissenschaften, der Medizin und der Technik. Es eignet sich aber auch für Interessierte und Wissenschaftler anderer Disziplinen, die sich um Erkenntnisgewinnung durch statistische Ansätze bemühen und die hier Hinweise und Details zur Planung und Auswertung von Untersuchungen erhalten. Die Neubearbeitung habe ich zunächst auf Formulierungs-, Formel- und Druckfehler durchgesehen, wobei mir aufmerksame Leser Hinweise gegeben haben, für die ich herzlich danke. Weiter habe ich Anfragen von Lesern, Fachkollegen und Teilnehmern an meinen Oberseminaren berücksichtigt, denen ich ebenfalls herzlich danke. Da

jetzt auf den Informationsstatistik-Ansatz nach Woolf und Kullback verzichtet werden kann, waren die Seiten 456/465 und 608/611 wieder frei verfügbar. Außerdem ist ein kleiner Anhang hinzugekommen. Generell habe ich zahlreiche Textstellen neu formuliert, Aussagen präzisiert und vieles ergänzt: Anwendungsschwerpunkte, Methoden, Formeln, Tabellen, Übersichten, Beispiele, Kommentare, Querverweise sowie Warnungen und Empfehlungen für die praktische Arbeit. Wichtige Abschnitte habe ich auch in dieser Auflage weitgehend „autark“ belassen und eine Wiederholung nicht gescheut. Bevor ein bestimmtes Verfahren angewandt wird, ist ein Blick auf zugehörige Hinweise und Querverweise unerlässlich. Bewusst einfach gehaltene Beispiele bieten sich an, sie zur Übung in gering modifizierter Form durchzurechnen, etwa indem ein Messwert variiert wird, so dass sich das erwartete Resultat abschätzen lässt. Die zahlreichen Ergänzungen hat zwar die Informationsdichte erhöht, die Seitenzahl des Textes konnte jedoch konstant bleiben. Manches Interessante ist jetzt als Kleingedrucktes etwas stiefmütterlich behandelt worden. Deutlich erweitert und vertieft habe ich das zum Nachschlagen und Wiederfinden besonders wichtige strukturierte Sachverzeichnis mit Übersichtscharakter sowie die nicht nur für den Praktiker unentbehrlichen Literaturangaben. Erstaunlich schnell gelangt man hier in unwegsames Gelände, was auch für andere reizvolle Fachgebiete gilt, sobald man ausgetretene Pfade verlässt. Den Damen und Herren des Springer-Verlages danke ich herzlich für die ausgezeichnete Zusammenarbeit. Für Leserschriften bin ich dankbar, insbesondere für jeden Verbesserungsvorschlag.

Klausdorf, im Herbst 1996

*Lothar Sachs*

## **Vorwort zur siebenten Auflage**

Auch die 7., völlig neu bearbeitete Auflage mit wesentlich mehr mathematisch-statistischen Tabellen, Übersichten, Formeln und vollständig durchgerechneten Zahlenbeispielen dient zum LERNEN, daher die für das Selbststudium unerlässlichen vertiefenden Wiederholungen mit bewusst unterschiedlicher Akzentsetzung, zum ANWENDEN statistischer Verfahren in der praktischen Arbeit, daher der Handbuch-Charakter, und zum NACHSCHLAGEN, um genau das aufzuspüren, was dem Suchenden weiterhilft. Aus diesen Gründen war ein völlig neu bearbeitetes ausführliches Literaturverzeichnis notwendig. Hierzu dienen neben den 94 meist neuen Übersichten vier völlig neu bearbeitete ausführliche Verzeichnisse: das Inhaltsverzeichnis (20 Seiten), das Literaturverzeichnis (51 S.), das Namenverzeichnis (14 S.) und das Sachverzeichnis (79 S.).

Statistische Programmpakete sind weit verbreitet. So konnte manches wegfallen. Dafür habe ich mehr zur Planung einer Untersuchung ausgeführt, Zusammenhänge und Verweise stärker aktualisiert, die Zahl der Hinweise, Übersichten, Tabellen, Formeln und insbesondere der Beispiele deutlich vermehrt sowie zahlreiche Gebiete ausführlicher behandelt (z.B. die Kombinatorik) und neue Methoden (z.B. den Jonckheere Test) aufgenommen. Auf das rapide anwachsende und interessante Gebiet der multivariaten Statistik, das die im Buch behandelten Themen wesentlich ergänzt, habe ich an einigen Stellen hingewiesen und weiterführende Monographien genannt. Da sich Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kombinatorik mit interessanten Beispielen schmücken lassen, die weiterführende Ansätze enthalten, sind diese Beispiele im ersten Kapitel von B1 bis B172 durchnummeriert worden, so dass sich in späteren Kapiteln leicht auf sie zurückkommen lässt. Auch einige Bemerkungen zu Simulationen sind mit anderen Hinweisen in das 1. Kapitel integriert worden. Kapitel 2 enthält jetzt allgemein interessierende Bemerkungen zu epidemiologischen und ähnlichen Studien sowie drei vielseitig verwendbare geschlossene Folgetestpläne. Die restlichen fünf Kapitel sind ebenfalls neu bearbeitet worden. Details bietet das völlig neu und sehr ausführlich angelegte Inhaltsverzeichnis, das durch die Übersichten ergänzt wird. Teilweise gestaffelte schlagwortartige Untertitel zu den einzelnen Abschnitten erleichtern die Übersicht; das Thema selbst wird im Untertitel nur selten gegliedert oder noch einmal genannt.



Wiederholungen waren u.a. dort nicht zu vermeiden, wo wichtige Abschnitte weitgehend „autark“ sein sollten; zusätzliche Querverweise sollte der Leser beachten, bevor ein bestimmtes Verfahren angewandt wird. Viele Beispiele sind bewußt einfach gehalten. Sie sollten zur Übung in gering modifizierter Form durchgerechnet werden, etwa einen Messwert variieren, so dass sich das erwartete Resultat abschätzen lässt.

Wer tiefer in die statistische Methodik eindringen möchte, wird den im Literaturverzeichnis angeführten Arbeiten wesentlich mehr entnehmen als die knappen Hinweise im Text ahnen lassen. Erstaunlich schnell gelangt man hier in unwegsames Gelände, was auch für andere reizvolle Fachgebiete gilt, sobald man die ausgetretenen Pfade verlässt.

Der Biometric Society danke ich für die Erlaubnis aus der Arbeit von J.K. Haseman: Exact sample sizes for use with the Fisher-Irwin Test for  $2 \times 2$  tables. *Biometrics* **34** (1978), 106–109 Tables 1 + 2, pages 107 und 108 übernehmen zu dürfen. Mein Dank gilt auch wieder den Damen und Herren der Kieler Universitätsbibliothek, insbesondere Frau Dr. Gudrun Otto und Herrn Dr. Jürgen Aschenbach.

In einem losen Zusammenhang mit dieser Neubearbeitung steht mein Oberseminar, das von der Abteilung, insbesondere von ihrem Direktor, Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Sauter, stets nachhaltig gefördert worden ist. Herrn Prof. Sauter sowie Frau Katrin Anger und Frau Petra Neumann, die meine Kartei geführt und Entwürfe für das Oberseminar geschrieben haben, sei herzlich gedankt. Den Damen und Herren des Springer-Verlages danke ich für die ausgezeichnete Zusammenarbeit. Für Leserzuschriften bin ich dankbar, insbesondere für jeden Verbesserungsvorschlag.

Klausdorf, im Januar 1992

*Lothar Sachs*

## **Vorwort zur ersten Auflage**

„Das kann kein Zufall sein“, sagte sich im Jahre 1710 der Arzt der Königin Anne, John Arbuthnot (1667–1735), Wissenschaftler und Satiriker (er erfand „John Bull“), Freund und Mitarbeiter von Jonathan Swift, Alexander Pope und John Gay, außerordentlich geschätzt von Dr. Samuel Johnson, als er in den Geburtsregistern von 82 Jahrgängen (1629–1710) ausnahmslos die Knabengeburten häufiger vertreten fand als die Mädchengeburten. Dieser Stichprobenumfang bot ihm eine ausreichende Sicherheit für seinen Schluss. Er konnte hinter die Zahl der Knabengeburten jedesmal ein Pluszeichen setzen (größer als die Anzahl der Mädchengeburten), und schuf so den Vorzeichen-test. Bei großen Stichproben genügt Zweidrittelmehrheit des einen Vorzeichens. Bei kleinen Stichproben ist eine 4/5- oder sogar eine 9/10-Mehrheit für den Nachweis eines verlässlichen Stichprobenunterschiedes notwendig.

Charakteristisch für unsere Zeit ist die stürmische Entwicklung von Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematischer Statistik und ihrer Anwendungen in Wissenschaft, Technik, Wirtschaft und Politik.

Dieses Buch ist auf Anregung von Herrn Prof. Dr. H.-J. Staemmler, jetzt Chefarzt der Städtischen Frauenklinik in Ludwigshafen am Rhein, geschrieben worden. Ihm bin ich für die geleistete vielfältige Unterstützung zu großem Dank verpflichtet!

Bei der Beschaffung von Literatur waren mir Herr Prof. Dr. W. Wetzel, Direktor des Seminars für Statistik der Universität Kiel, jetzt Direktor des Institutes für angewandte Statistik der F.U. Berlin, Frau Brunhilde Memmer, Bibliothek des Wirtschaftswissenschaftlichen Seminars der Universität Kiel, Herr Priv. Doz. Dr. E. Weber, Landwirtschaftliche Fakultät der Universität Kiel, Variationsstatistik, sowie die Herren Dr. J. Neumann und Dr. M. Reichel von der hiesigen Universitäts-Bibliothek behilflich. Nicht unerwähnt lassen möchte ich die wertvolle Mitarbeit bei der Abfassung des Manuskriptes, insbesondere durch Frau W. Schröder, Kiel, durch Fräulein Christa

Diercks, Kiel, und durch den medizinisch-technischen Assistenten Herrn F. Niklewicz, Kiel, dem ich die Anfertigung der graphischen Darstellungen verdanke.

Herrn Prof. Dr. S. Koller, Direktor des Institutes für Medizinische Statistik und Dokumentation der Universität Mainz und besonders Herrn Prof. Dr. E. Walter, Direktor des Institutes für Medizinische Statistik und Dokumentation der Universität Freiburg i. Br. verdanke ich viele wertvolle Anregungen.

Beim Lesen der Korrekturen haben mich die Herren Dipl. Math. J. Schimmler und Oberstudienrat Dr. K. Fuchs unterstützt. Ihnen sei herzlich gedankt!

Weiter danke ich den zahlreichen Autoren, Herausgebern und Verlagen, die den Abdruck der Tafeln und Abbildungen ohne Vorbehalt gestattet haben.

Zu Dank verpflichtet bin ich insbesondere dem literarischen Vollstrecker des verstorbenen Sir Ronald A. Fisher, F.R.S., Cambridge, Herrn Prof. Frank Yates, Rothamsted und den Herren der Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh, für die Erlaubnis, Tafel II 1, Tafel III, Tafel IV, Tafel V und Tafel VII 1 ihres Buches „Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research“ zu reproduzieren; Herrn Prof. O.L. Davies, Alderley Park, und den Herren des Verlages von Oliver and Boyd Ltd., Edinburgh, für die Erlaubnis, einen Teil der Tafel *H* aus dem Buch „The Design and Analysis of Industrial Experiments“ von O.L. Davies übernehmen zu dürfen; den Herren des Verlages C. Griffin and Co. Ltd., London, sowie ihren Autoren, den Herren Prof. M.G. Kendall und Prof. M.H. Quenouille, für die Erlaubnis, aus dem Buch von Kendall und Stuart „The Advanced Theory of Statistics“, Vol. II, die Tafeln 4a und 4b, aus dem Büchlein von Quenouille „Rapid Statistical Calculations“, die Abbildungen auf den Seiten 28 und 29 sowie Tafel 6 reproduzieren zu dürfen; den Herren Prof. E.S. Pearson und H.O. Hartley, Herausgeber der „Biometrika Tables for Statisticians“, Vol. 1, 2nd ed., Cambridge 1958, für die Erlaubnis, Kurzfassungen der Tafeln 18, 24 und 31 übernehmen zu dürfen. Mein Dank gilt weiter Mrs. Marjorie Mitchell, der McGrawHill Book Company, New York, und Herrn Prof. W.J. Dixon für die Erlaubnis, aus dem Buch von W.J. Dixon und F.J. Massey Jr.: „Introduction to Statistical Analysis“ Tafel A-12 c und Tafel A-29 reproduzieren zu dürfen (Copyright vom 13. April 1965, 1. März 1966 und 21. April 1966) sowie Herrn Prof. C. Eisenhart für die Genehmigung, aus „Techniques of Statistical Analysis“, herausgegeben von C. Eisenhart, M.W. Hastay und W.A. Wallis, die Tafel der Toleranzfaktoren für die Normalverteilung entnehmen zu dürfen. Herrn Prof. F. Wilcoxon, Lederle Laboratories, a Division of American Cyanamid Company, Pearl River, danke ich für die Erlaubnis, aus „Some Rapid Approximate Statistical Procedures“ von F. Wilcoxon und Roberta A. Wilcox, die Tafeln 2, 3 und 5 zu reproduzieren. Herrn Prof. W. Wetzel, Berlin-Dahlem, und den Herren des de Gruyter-Verlages, Berlin W 35, danke ich für die Erlaubnis, aus den Elementaren Statistischen Tabellen von W. Wetzel die Tafel auf S. 31 übernehmen zu dürfen. Besonderen Dank schulde ich Herrn Prof. Dr. K. Diem, Redaktion des Documenta Geigy, Basel, für die freundliche Überlassung einer verbesserten Tafel der oberen Signifikanzschranken des studentisierten Extrembereiches, die für die 7. Auflage der „Wissenschaftlichen Tabellen“ vorgesehen ist.

Den Herren des Springer-Verlages danke ich für die sehr erfreuliche Zusammenarbeit.

Kiel, November 1967

*Lothar Sachs*

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	1
1.1	Definition und Aufgaben der Statistik	1
1.2	Wissenschaftliche Arbeitstechnik	3
1.2.1	Daten und Modelle	3
1.2.2	Kreisprozesse	4
1.2.3	Modelle in der Statistik	6
1.3	Statistik und wissenschaftliche Methode	7
1.3.1	Wiederholbare Erfahrungen	7
1.3.2	Deskriptive Statistik	8
1.3.3	Explorativer Ansatz	9
1.3.4	Konfirmativer Ansatz	10
1.3.5	Merkmale, Grundgesamtheit, Stichprobe	11
1.3.6	Stichproben	12
1.3.7	Zufallsstichproben	13
1.4	Datenanalyse	14
1.4.1	Klassierung von Merkmalen	14
1.4.2	Skalierung von Variablen	15
1.4.3	Daten	17
<b>2</b>	<b>Grundlagen aus der Mathematik</b>	20
2.1	Logische und relationale Operatoren	20
2.2	Mengen	21
2.2.1	Begriffsbildung	21
2.2.2	Mengenoperationen	22
2.3	(Grund-) Rechenarten	23
2.3.1	Summen und Produkte	24
2.3.2	Potenzen und Wurzeln	29
2.3.3	Logarithmen	30
2.3.4	Rundungen	32
2.3.5	Rechnen mit fehlerbehafteten Zahlen	33
2.4	Einführung in die Matrixalgebra	34
2.4.1	Definition und Schreibweise	34
2.4.2	Matrixoperationen	35
2.4.3	Determinanten	39
2.4.4	Die Inverse Matrix	39
2.4.5	Lineare Abhängigkeit, Rang einer Matrix	40
2.4.6	Lineare Gleichungssysteme	41

2.4.7	Eigenwerte und Eigenvektoren	41
2.5	Funktionen	42
2.5.1	Lineare Funktionen	43
2.5.2	Nichtlineare Funktionen	44
2.5.3	Periodische Funktionen	45
2.5.4	Exponentialfunktion und logarithmische Funktion	46
2.5.5	Flächen unter einer Funktion - Integrale	46
2.6	Kombinatorik	47
2.6.1	Permutationen	47
2.6.2	Kombinationen - der Binomialkoeffizient	49
2.6.3	Kombinationen mit Wiederholungen und mit Berücksichtigung der Anordnung	50
2.6.4	Zerlegung einer Menge	52
2.6.5	Das Pascalsche Dreieck	52
2.6.6	Der Multinomialkoeffizient	54
<b>3</b>	<b>Deskriptive Statistik</b>	<b>55</b>
3.1	Häufigkeiten	56
3.1.1	Absolute und relative Häufigkeiten	56
3.1.2	Sinnvolle Quotienten: Verhältniszahlen	57
3.1.3	Prozentwerte	59
3.1.4	Torten- und Balkendiagramme	59
3.1.5	Tabellen	60
3.1.6	Bedingte Häufigkeiten	62
3.2	Beschreibung von Ordinaldaten	62
3.2.1	Medianwert und andere Quartile	63
3.2.2	Quantile	64
3.2.3	Streuung ordinal skalierten Daten	65
3.2.4	Punktdiagramm und Box-Plot	66
3.2.5	Korrelationskoeffizient nach Kendall	67
3.3	Beschreibung von metrischen Daten	68
3.3.1	Arithmetischer Mittelwert	68
3.3.2	Standardabweichung, Varianz	70
3.3.3	Variationskoeffizient	72
3.3.4	Der $(\bar{x} \pm s)$ -Bereich	73
3.3.5	Klassierte Messwerte; Berechnung des Mittelwertes und der Standardabweichung	74
3.3.6	Das gewogene arithmetische Mittel, die gewogene Varianz und das gewichtete arithmetische Mittel	74
3.3.7	Geometrischer Mittelwert	76
3.3.8	Harmonischer Mittelwert	78
3.4	Häufigkeitsverteilung	80
3.4.1	Histogramm	80
3.4.2	Stamm-Blatt Darstellung	83
3.5	Konzentration; Gini Index	83
3.6	Maßzahlen für den Zusammenhang metrischer Daten	85
3.6.1	Punktwolken	85
3.6.2	Die empirische Kovarianz	85
3.6.3	Der empirische Korrelationskoeffizient	87
3.6.4	Der Rangkorrelationskoeffizient	88
3.6.5	Typisierung korrelativer Zusammenhänge	90
3.6.6	Die lineare Regression	91

3.6.7	Spezielle Schätzungen der Regressionsgeraden	93
3.6.8	Robuste lineare Regression	97
3.7	Nichtlineare Regression	99
3.7.1	Einige linearisierende Transformationen	104
<b>4</b>	<b>Wahrscheinlichkeiten</b>	<b>108</b>
4.1	Zufallsexperiment, Ereignis	109
4.2	Begriff der Wahrscheinlichkeit	111
4.2.1	Definition nach Laplace	111
4.2.2	Axiome nach Kolmogoroff	113
4.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten, stochastische Unabhängigkeit	116
4.3.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit	116
4.3.2	Stochastische Unabhängigkeit	120
4.4	Bayessches Theorem	128
4.4.1	Bayessches Theorem und Pfadregel	129
4.4.2	Acht Beispiele zum Bayesschen Theorem	130
4.5	Der diagnostische Test	132
4.5.1	ROC - Analyse	136
4.5.2	Der Likelihoodquotient	137
4.6	Maßzahlen in der Epidemiologie	139
4.6.1	Prävalenz und Inzidenz	139
4.6.2	Standardisierungen	141
<b>5</b>	<b>Zufallsvariablen, Verteilungen</b>	<b>144</b>
5.1	Die Zufallsvariable	144
5.1.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion, Wahrscheinlichkeitsdichte und Verteilungsfunktion	145
5.2	Maßzahlen zur Kennzeichnung der Verteilung	150
5.2.1	Erwartungswert	151
5.2.2	Varianz	152
5.2.3	Momente: Schiefe und Exzess	154
5.3	Diskrete Verteilungen	161
5.3.1	Das Urnenmodell	161
5.3.2	Gleichverteilung	163
5.3.3	Binomialverteilung	164
5.3.4	Poisson-Verteilung	173
5.3.5	Negative Binomial-Verteilung	181
5.3.6	Hypergeometrische Verteilung	186
5.4	Stetige Verteilungen	190
5.4.1	Gleichverteilung	190
5.4.2	Normalverteilung	191
5.4.3	Lognormalverteilung	204
5.4.4	Exponentialverteilung	207
5.4.5	Weibull-Verteilung	209
5.5	Testverteilungen	210
5.5.1	Student-Verteilung (t)	211
5.5.2	Chi-Quadrat-Verteilung ( $\chi^2$ )	215
5.5.3	Fisher-Verteilung (F)	216
5.5.4	Verteilungen wichtiger Stichprobenfunktionen aus normalverteilten Grundgesamtheiten	222
5.6	Verteilung zweidimensionaler Zufallsvariablen	224
5.6.1	Modellbildung	224

5.6.2	Randverteilungen und Unabhängigkeit	226
5.6.3	Korrelationskoeffizient	230
5.6.4	Zweidimensionale Normalverteilung	231
5.6.5	Multinomialverteilung (Polynomialverteilung)	233
<b>6</b>	<b>Schätzen</b>	<b>235</b>
6.1	Zufallsstichproben und Zufallszahlen	235
6.1.1	Spezielle Stichprobenverfahren	238
6.2	Das Schätzen von Parametern	239
6.2.1	Vorbemerkungen	240
6.2.2	Wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen	241
6.2.3	Gesetz der großen Zahlen	243
6.2.4	Der mittlere quadratische Fehler	243
6.3	Schätzverfahren für Maßzahlen einer Verteilung	245
6.3.1	Momentenmethode	245
6.3.2	Schätzung nach der größten Erwartung (MLE)	246
6.3.3	Kleinster Fehler (OLS)	251
6.4	Konfidenzintervalle	252
6.5	Konfidenzintervall für einen Anteilswert aus einer dichotomen Grundgesamtheit ( $\pi$ )	254
6.5.1	Approximation durch die Normalverteilung	256
6.5.2	Sonderfälle mit $\hat{p} = 0$ bzw. $\hat{p} = 1$	258
6.5.3	Schnellschätzung der Vertrauensgrenzen anhand einer beobachteten relativen Häufigkeit nach Clopper und Pearson	259
6.5.4	Angenähertes 95%-Konfidenzintervall für $\pi_1 - \pi_2$ ( $n_1$ und $n_2$ groß)	261
6.5.5	Schätzung des Mindestumfangs einer Stichprobe bei ausgezählten Werten	262
6.6	Konfidenzintervalle für $\mu$ bei Normalverteilung	263
6.6.1	Vertrauenswahrscheinlichkeit und Irrtumswahrscheinlichkeit	263
6.6.2	Konfidenzintervall für den Erwartungswert $\mu$	265
6.6.3	Konfidenzintervall für die Differenz $\mu_1 - \mu_2$	267
6.6.4	Das Konfidenzintervall für den Erwartungswert $\mu_d$ der Paardifferenzen	269
6.6.5	Konfidenzintervall für das Verhältnis $\mu_1/\mu_2$	269
6.6.6	Mindestzahl von Beobachtungen zur Schätzung eines Mittelwertes	271
6.7	Konfidenzintervall für die mittlere absolute Abweichung	271
6.8	Konfidenzintervall für den Median	273
6.8.1	Angenäherte verteilungsunabhängige Konfidenzintervalle für beliebige Quantile	274
6.9	Konfidenzintervalle nach dem Bootstrap-Verfahren	275
6.10	Konfidenzintervall für $\sigma^2$ bzw. $\sigma$	278
6.10.1	Konfidenzintervall für den Variationskoeffizienten $\gamma$	279
6.10.2	Konfidenzintervall für den Quotienten zweier Varianzen $\sigma_1^2/\sigma_2^2$	279
6.10.3	Mindestzahl von Beobachtungen zur Schätzung einer Standardabweichung	280
6.11	Konfidenzintervall für den Erwartungswert $\lambda$ einer Poisson-Verteilung	280
6.12	Weibull-Verteilung	284
6.12.1	Bestimmung der Parameter	284
6.12.2	Das Konfidenzintervall für die Weibull-Gerade	285
6.13	Konfidenzintervalle für die Parameter einer linearen Regression	286
6.13.1	Die Schätzung einiger Standardabweichungen	286
6.13.2	Konfidenzintervalle für den Regressionskoeffizienten, für den Achsenabschnitt und für die Restvarianz	291
6.13.3	Konfidenzintervalle und Prädiktionsintervalle für die Regressionsgerade	292
6.13.4	Inverse Prädiktion aus einer linearen Regression	296

6.13.5	Das Konfidenzintervall für den Korrelationskoeffizienten $\rho$ . . . . .	297
6.14	Toleranzgrenzen . . . . .	299
6.14.1	Verteilungsunabhängige Toleranzgrenzen . . . . .	301
6.15	Übereinstimmung von Messwerten nach Bland-Altman . . . . .	302
<b>7</b>	<b>Hypothesentest</b> . . . . .	<b>305</b>
7.1	Der statistische Test . . . . .	305
7.1.1	Entscheidungsprinzipien . . . . .	306
7.1.2	Statistische Hypothesen und Testentscheidungen . . . . .	307
7.1.3	Statistischer Test - Schritt für Schritt . . . . .	310
7.1.4	Powerfunktion und Operationscharakteristik . . . . .	314
7.1.5	Die Operationscharakteristik . . . . .	318
7.1.6	Die Formulierung von Hypothesen . . . . .	321
7.1.7	Der P-Wert nach R.A. Fisher . . . . .	322
7.1.8	Äquivalenztests . . . . .	324
7.1.9	Verteilungsunabhängige Verfahren . . . . .	325
7.2	Tests der Verteilung (goodness of fit) . . . . .	327
7.2.1	Der Quotient $R/s$ . . . . .	327
7.2.2	Überprüfung des 3. und 4. Momentes . . . . .	328
7.2.3	Das Wahrscheinlichkeitsnetz, QQ-Plot . . . . .	330
7.2.4	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest . . . . .	333
7.2.5	Kolmogoroff-Smirnoff-Anpassungstest . . . . .	337
7.2.6	Shapiro-Wilk Test . . . . .	341
7.2.7	Anderson-Darling Test . . . . .	342
7.2.8	Ausreißerproblem . . . . .	343
7.3	Einstichprobenverfahren . . . . .	347
7.3.1	Hypothesen zu Wahrscheinlichkeiten . . . . .	347
7.3.2	Hypothesen zu Erwartungswerten, die sich auf einen empirischen Mittelwert beziehen . . . . .	352
7.3.3	Einstichproben-Median-Test . . . . .	358
7.3.4	Vergleich einer empirischen Varianz mit ihrem Parameter . . . . .	359
7.3.5	Prüfung der Zufällsmäßigkeit einer Folge von Alternativdaten oder von Messwerten . . . . .	360
7.3.6	Prüfung der Erwartungswerte von Poisson-Verteilungen . . . . .	366
7.4	Zweistichprobenverfahren . . . . .	367
7.4.1	Vergleich zweier Varianzen (F-Test) . . . . .	367
7.4.2	Rangdispersionstest von Siegel und Tukey . . . . .	371
7.4.3	Ansari-Bradley-Test . . . . .	375
7.4.4	t-Test für unabhängige Stichproben . . . . .	377
7.4.5	t-Test für Paardifferenzen . . . . .	387
7.4.6	Wilcoxon Rangsummentest für zwei unabhängige Stichproben . . . . .	391
7.4.7	Wilcoxon-Paardifferenzentest . . . . .	400
7.4.8	Vergleich zweier unabhängiger Stichproben nach Kolmogoroff und Smirnoff . . . . .	405
7.4.9	Cramér-von Mises Test . . . . .	408
7.4.10	Einige weitere verteilungsunabhängige Verfahren für den Vergleich unabhängiger Stichproben . . . . .	410
7.4.11	Zweistichprobentest auf Äquivalenz . . . . .	414
7.5	Mehrstichprobenverfahren, varianzanalytische Methoden . . . . .	418
7.5.1	Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen . . . . .	418
7.5.2	Einfache Varianzanalyse . . . . .	423
7.5.3	Multiple Vergleiche, Multiples Testproblem . . . . .	428

7.5.4	H-Test von Kruskal und Wallis	442
7.5.5	Varianzanalyse für Messwiederholungen (Blockvarianzanalyse)	454
7.5.6	Friedman-Test	456
7.5.7	Zweifache Varianzanalyse	465
7.5.8	Prinzipien der Versuchsplanung	470
7.6	Die Analyse von Häufigkeiten	477
7.6.1	Vergleich zweier relativer Häufigkeiten	477
7.6.2	Die Analyse von Vierfeldertafeln	479
7.6.3	Odds Ratio und relatives Risiko	487
7.6.4	Exakter Fisher-Test	496
7.6.5	Der von McNemar modifizierte Vorzeichentest	497
7.6.6	Test nach Mantel-Haenszel	503
7.6.7	Der $k \cdot 2$ -Felder- $\chi^2$ -Test nach Brandt und Snedecor	507
7.6.8	Cochran-Armitage Test auf linearen Trend	516
7.6.9	Die Analyse von Zweiwegtafeln des Typs $r \cdot c$	519
7.6.10	Bowker-Test auf Symmetrie in quadratischen Mehrfeldertafeln	535
7.6.11	Cohen's Kappa-Koeffizient $\kappa$	537
7.7	Hypothesentests zur Korrelation und Regression	543
7.7.1	Prüfung des Vorhandenseins einer Korrelation	544
7.7.2	$z$ -Transformation nach R.A. Fisher	548
7.7.3	Weitere Anwendungen der $z$ -Transformation	549
7.7.4	Der Vergleich mehrerer Korrelationskoeffizienten	551
7.7.5	Prüfung der Linearität einer Regression	552
7.7.6	Prüfung der Regressionsparameter	553
7.7.7	Prüfung des Rang-Korrelationskoeffizienten $\rho_S$	557
<b>8</b>	<b>Statistische Modellbildung</b>	<b>560</b>
8.1	Einführung	560
8.2	Regressionsmodelle	562
8.2.1	Die einfache lineare Regression	562
8.2.2	Die multiple lineare Regression	566
8.2.3	Verfahren der Variablenauswahl	573
8.2.4	Nominalskalierte Einflussgrößen	576
8.3	Varianzanalyse im linearen Modell	577
8.3.1	Einfaktorielle Varianzanalyse	577
8.3.2	Zweifaktorielle Varianzanalyse	581
8.4	Logistische Regression	585
8.4.1	Hypothesentest im logistischen Regressionsmodell	589
8.4.2	Multiple logistische Regression	591
8.4.3	Interpretation der Regressionskoeffizienten (odds)	594
8.4.4	Variablenauswahl im Rahmen der Modellbildung	595
8.4.5	Residuenanalyse	597
8.5	Log-lineare Modelle	598
8.5.1	Kontingenztafeln	598
8.5.2	Log-lineares Modell am Beispiel von 2 Faktoren	602
8.5.3	Drei-dimensionale Kontingenztafeln	604
8.6	Analyse von Überlebenszeiten	609
8.6.1	Kaplan-Meier Schätzung der Überlebensfunktion	611
8.6.2	Der Logrank-Test	616
8.6.3	Parametrische Modelle für Überlebenszeiten	618
8.6.4	Das Cox-Regressionsmodell	621



<b>9</b>	<b>Einführung in R</b> .....	633
9.1	Das Konsolfenster .....	633
9.2	Objekte in R .....	636
9.3	Hilfestellung in R .....	637
9.4	Erzeugen von Daten in R mittels Funktionen .....	638
9.5	Dateneingabe: „Daten in Rahmen“ (data.frame) .....	639
9.6	Auswahl und Sortierung von Daten .....	640
9.7	Ablaufsteuerung: logische Bedingungen und Funktionen in R .....	641
9.8	Einige mathematische und statistische Funktionen .....	643
9.8.1	Formulierung von Modellgleichungen .....	645
9.9	Einfache graphische Funktionen und Hilfsmittel .....	646
<b>10</b>	<b>Übungsaufgaben zu ausgewählten Themen</b> .....	650
	<b>Lösungen der Übungsaufgaben</b> .....	657
	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	667
	<b>Namensverzeichnis</b> .....	680
	<b>Sachverzeichnis</b> .....	684