

Reiner M. Dreizler · Cora S. Lüdde

Theoretische Physik 2

Elektrodynamik
und spezielle Relativitätstheorie

Mit 208 Abbildungen und einer CD-ROM

 Springer

Professor Dr. Reiner M. Dreizler

Cora S. Lüdde

Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt /M
Fachbereich Physik, Institut für Theoretische Physik
Robert-Mayer-Str. 8–10
60054 Frankfurt

dreizler@th.physik.uni-frankfurt.de

cluedde@th.physik.uni-frankfurt.de

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

ISBN 3-540-20200-5 Springer Berlin Heidelberg New York

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media

springer.de

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005

Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürfen.

Sollte in diesem Werk direkt oder indirekt auf Gesetze, Vorschriften oder Richtlinien (z.B. DIN, VDI, VDE) Bezug genommen oder aus ihnen zitiert worden sein, so kann der Verlag keine Gewähr für die Richtigkeit, Vollständigkeit oder Aktualität übernehmen. Es empfiehlt sich, gegebenenfalls für die eigenen Arbeiten die vollständigen Vorschriften oder Richtlinien in der jeweils gültigen Fassung hinzuzuziehen.

Satz: Digitale Druckvorlagen der Autoren

Umschlaggestaltung: *design & production*, Heidelberg

Herstellung: PTP-Berlin Protago-TEX-Production GmbH, Germany

Gedruckt auf säurefreiem Papier 56/3141/Yu – 5 4 3 2 1 0

Vorwort

Der zweite Band dieser Lehrbuchreihe der theoretischen Physik stellt die Elektrodynamik und die spezielle Relativitätstheorie vor. Die Kombination dieser zwei Themen hat einen historischen Hintergrund. Die Formulierung der Relativitätstheorie entstand infolge der Unverträglichkeit der Elektrodynamik mit dem einfachen Relativitätsprinzip der Mechanik. Die Grundgleichungen der Elektrodynamik, die Maxwellgleichungen, sind nicht forminvariant, wenn man eine Galileitransformation anwendet. Dies würde bedeuten, dass man aus der Sicht von verschiedenen Inertialsystemen unterschiedliche elektromagnetische Phänomene beobachten müsste. Dies ist offensichtlich nicht der Fall.

Der äußere Rahmen des zweiten Bandes entspricht dem des ersten. Der Haupttext wird durch eine CD-ROM unterstützt, auf der, neben Detailausführungen zu ausgewählten Fragestellungen, die benötigten mathematischen Hilfsmittel und 74 Aufgaben zu finden sind (Hinweise auf die Aufgaben und Details sind mit \odot markiert). Die mathematischen Ergänzungen zu dem Mechanikband (Band 1) stehen ebenfalls noch einmal auf der CD-ROM zur Verfügung. Die Aufgaben sind wie im ersten Band gestaltet. Der Bearbeiter/die Bearbeiterin hat die Wahl, die Aufgaben eigenständig zu lösen und die gewonnene Lösung mit der am Ende der Aufgabe angegebenen zu vergleichen. Alternativ kann er/sie die für jede Aufgabe bereitgestellte schrittweise Führung zu der Lösung zu Rate ziehen.

Elektromagnetische Phänomene werden durch die Maxwellgleichungen (ein Satz von partiellen Differentialgleichungen) und ergänzende Materialgleichungen, die die Respon von Materialien auf elektrische und magnetische Felder beschreiben, vollständig erfasst. Man könnte somit diese Gleichungen vorgeben und sich auf die Diskussion von Lösungsmethoden sowie Fragen der Interpretation konzentrieren. Es erscheint jedoch sinnvoller, den historischen Weg zu beschreiten und die zusammenfassenden Gleichungen Stück um Stück zu erarbeiten. Geht man diesen Weg, so lautet das Thema, das die ersten vier Kapitel dieses Bandes beansprucht, *Elektrostatik*. Nach der Einführung der Grundbegriffe und der Formulierung der entsprechenden Grundgleichungen wird in zwei Kapiteln (Kap. 3 und Kap. 4) die Hauptaufgabe der Elektrostatik vorgestellt, die Berechnung von stationären elektrischen Feldern für vorgegebene Ladungs- und Materialverteilungen. Bei der

Lösung der Grundgleichungen der Elektrostatik (ebenfalls partielle Differentialgleichungen) kommen mathematische Aspekte wie Greensche Funktionen oder die verschiedenen speziellen Funktionen der mathematischen Physik zum Zuge. Die Länge der Auseinandersetzung mit der Elektrostatik ist dadurch bedingt, dass eine gute Anzahl von neuen mathematischen Konzepten zu erarbeiten ist. Eher praktische Aspekte wie z.B. die Betrachtung von Kondensatoren oder die Berechnung der Respons von Materialien auf elektrische Felder werden ebenfalls vorgestellt.

Die Diskussion der *Magnetostatik* ist auf ein Kapitel (Kap. 5) beschränkt. In diesem Kapitel werden die Erzeugung von statischen Magnetfeldern durch stationäre (d.h. zeitlich nicht veränderliche) Ströme angesprochen, die entsprechenden Grundgleichungen zusammengestellt und die Respons von Materialien auf Magnetfelder diskutiert. Der letzte Punkt, mit Themen wie Para- oder Ferromagnetismus, verdient und benötigt eigentlich einen längeren Exkurs, doch muss die Auseinandersetzung mit diesen Themen einer Vorlesung über Festkörperphysik auf der Basis der Quantenmechanik vorbehalten bleiben.

Die Auseinandersetzung mit der eigentlichen Elektrodynamik, in der die elektrischen und die magnetischen Erscheinungen vereinigt werden, beginnt in dem sechsten Kapitel mit der Betrachtung des Induktionsgesetzes, einer der Grundlagen der industriellen Revolution zu Beginn des 20. Jahrhunderts. Auf der Seite der Theorie liefert dieses Gesetz die Motivation für die Zusammenfassung aller klassischen elektromagnetischen Erscheinungen in den Maxwellgleichungen. Die Wellenlösungen dieser Gleichungen für das Senderproblem (die Erzeugung von elektromagnetischen Wellen durch zeitlich veränderliche Ladungen in Antennen) und das Ausbreitungsproblem (die Propagation von elektromagnetischen Wellen im Raum, beschrieben durch Lösungen von homogenen Maxwellgleichungen) werden in diesem Kapitel unter allgemeineren Gesichtspunkten betrachtet. Dazu gehört auch eine Diskussion der Energie- und Impulssituation von elektromagnetischen Feldern.

Die Diskussion der Wellenlösungen wird in Kapitel 7 unter der Überschrift 'Anwendungen' fortgesetzt. Das Kapitel beginnt mit einer kurzen Diskussion der technischen Umsetzung des Induktionsgesetzes in der Form von Transformatoren. Es folgt eine Auseinandersetzung mit den verschiedenen Aspekten der Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen unter den Stichworten Kristalloptik, Metalloptik, Hohl- und Wellenleiter, sowie Beugung. Zu der Frage der Erzeugung von elektromagnetischen Wellen wird die Abstrahlung von Antennen und die Strahlung von bewegten Punktladungen (Stichworte sind Bremsstrahlung und Čerenkovstrahlung) betrachtet.

Die *spezielle Relativitätstheorie* kommt in dem letzten Kapitel (Kap. 8) zur Sprache. Ausgangspunkt der Diskussion ist die Forderung nach der Erhaltung der Form der Maxwellgleichungen in jedem Inertialsystem, eine Forderung, die mit der Bezeichnung 'Kovarianz der Maxwellgleichungen' angesprochen wird. Anhand der Ergebnisse des Michelson-Morley Versuches wird zuerst

eine einfache Form der Lorentztransformation erarbeitet. Diese Transformation, die es erlaubt, Beobachtungen in verschiedenen Inertialsystemen miteinander zu verknüpfen, ersetzt die Galileitransformation. Auch diese einfache Form erlaubt die Diskussion der Konsequenzen, die man aus der Lorentztransformation extrahieren kann, wie ein erweitertes Additionstheorem für Geschwindigkeiten, die Längenkontraktion, die Zeitdilatation und die Frage nach der Gleichzeitigkeit von Beobachtungen. Ausgehend von der einfachen Form wird anschließend eine allgemeine Formulierung der speziellen Relativitätstheorie erarbeitet. Diese Formulierung auf der Basis eines vierdimensionalen Raums, des Minkowskiraums, erlaubt die Erweiterung der klassischen Mechanik auf die relativistische Mechanik und eine Analyse der Elektrodynamik aus der Sicht der Relativitätstheorie. Das Kapitel wird durch eine kurze historische Betrachtung abgeschlossen.

Ein Punkt muss in diesem Vorwort noch besonders angesprochen werden: Die Frage nach den verschiedenen Einheitensystemen, die in der Elektrodynamik und der Elektrotechnik Anwendung finden. Anhand der Diskussion der (theoretischen) Mechanik werden die Einheiten für die Messung von Längen, Massen und Zeiten festgelegt. Zur Diskussion der Elektrodynamik ist es notwendig, Maßeinheiten für weitere physikalische Größen, wie z.B. elektrische und magnetische Felder, einzuführen. Die wichtigsten Maßsysteme der Elektrodynamik sind:

- Das rationalisierte MKSA System (auch kurz SI System genannt).
- Das Gaußsche CGS System (auch kurz CGS System genannt).

Das erstere ist, wie der Name andeutet, eine Erweiterung des SI Systems der Mechanik, das zweite eine Erweiterung des CGS Systems. Während das MKSA System in technischen Anwendungen der Elektrodynamik vorgezogen wird, ist das Gaußsche CGS System für theoretische Überlegungen gebräuchlicher (und nützlicher). Neben diesen zwei Maßsystemen werden jedoch weitere Systeme benutzt, so z.B.

- das elektrostatische Einheitensystem (esu),
- das elektromagnetische Einheitensystem (emu),
- das Heaviside-Lorentzsche Einheitensystem.

Da die Wahl eines bestimmten Einheitensystems eine Frage der momentanen Zweckmäßigkeit darstellt und dieser Wahl keine prinzipielle Bedeutung zukommt, haben wir auf die Festlegung auf ein bestimmtes Einheitensystem verzichtet. In den Gleichungen in diesem Band treten (mit der Ausnahme von Kap. 7, in dem ausschließlich das CGS System benutzt wird) Faktoren auf, für die je nach Wahl des Einheitensystems die korrekten zugeordneten Werte eingesetzt werden können. Eine Liste dieser Konstanten für die zwei gebräuchlichsten Einheitensysteme ist auf der Innenseite des vorderen Buchdeckels und in dem Anhang A abgedruckt. In diesem Anhang wird auch die Begründung zur Einführung dieser Konstanten dargelegt, sowie eine erweiterte Liste für einige Einheitensysteme angegeben.

VIII Vorwort

Der Vorteil der gewählten Darstellung ist die Möglichkeit, die Formeln, ohne weitere Umrechnung, für jedes gewünschte Einheitensystem zu nutzen. Ein Nachteil ist eine vielleicht ungewohnte Häufung von zusätzlichen Faktoren in einigen der Formeln. Um diesen Nachteil abzumildern, werden alle grundlegenden Gleichungen zusätzlich in expliziter Form für die zwei gebräuchlichsten Einheitensysteme angegeben.

Wir danken den Kontaktpersonen des Springerverlags, Herrn Dr. T. Schneider und Frau J. Lenz, für die freundliche und vertrauensvolle Zusammenarbeit an dem zweiten Band dieser Reihe. Dank sagen möchten wir insbesondere Margaret D., Hans Jürgen und Melanie L. Auch die Arbeit an diesem Band hat unseren Familien Geduld und Verständnis abverlangt.

Frankfurt/M, im November 2004

*Reiner M. Dreizler,
Cora S. Lüdde*

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen der Elektrostatik	1
1.1	Vorbemerkungen	1
1.2	Das Coulombgesetz	6
1.3	Das elektrische Feld	10
1.4	Das Integraltheorem von Gauß	24
1.4.1	Einfache Anwendungen des Gaußtheorems	27
2	Grundgleichungen der Elektrostatik	33
2.1	Die Grundgleichungen der Elektrostatik	33
2.1.1	Integralform	34
2.1.2	Differentielle Form	35
2.2	Weitere Verwertung der Integralform	38
2.2.1	Die Feldverteilung in Leitern	41
2.3	Distributionen und Ladungsdichten	46
2.4	Das elektrische Potential	49
2.5	Das elektrische Feld als Energiespeicher	60
3	Lösung der Poissongleichung: einfache Randbedingungen	63
3.1	Probleme mit Kugelsymmetrie	63
3.2	Probleme mit Azimutalsymmetrie	69
3.3	Allgemeine Probleme: Lösung mit Kugelkoordinaten	78
3.4	Multipolmomente	84
4	Lösung der Poissongleichung: allgemeine Randbedingungen	95
4.1	Zur Klassifikation von Randbedingungen	96
4.2	Dirichletprobleme	99
4.3	Greensche Funktionen	112
4.4	Kondensatoren	122
4.5	Polarisation von Dielektrika	127
4.6	Das komplexe Potential	144
5	Magnetostatik	155
5.1	Der elektrische Strom	156
5.2	Stationäre Magnetfelder	162
5.2.1	Experimentelle Basis	162

5.2.2	Das Gesetz von Ampère	165
5.2.3	Die Formel von Biot-Savart	169
5.3	Das (magnetische) Vektorpotential	174
5.4	Materie im Magnetfeld	187
5.4.1	Pauschale Magnetisierungsmodelle	187
5.4.2	Die drei Magnetfelder	193
5.4.3	Die magnetische Materialgleichung	195
5.4.4	Das Verhalten von \mathbf{B} und \mathbf{H} an Grenzschichten	196
5.4.5	Explizites zum Verhalten von Materie im Magnetfeld	197
5.5	Kräfte auf Ladungen im Magnetfeld	205
6	Elektrodynamik: Grundlagen	213
6.1	Induktionsgesetze	214
6.1.1	Varianten des Faradayschen Gesetzes	214
6.1.2	Selbst- und Wechselinduktion	217
6.2	Die Maxwellschen Gleichungen	220
6.3	Elektromagnetische Wellen	226
6.3.1	Wellengleichungen	226
6.3.2	Wellenlösungen der Maxwellgleichungen	234
6.3.3	Elektromagnetische Wellen	236
6.4	Energie und Impuls des elektromagnetischen Feldes	244
6.4.1	Energietransport durch elektromagnetische Wellen	244
6.4.2	Der Impulssatz	247
6.5	Elektromagnetische Potentiale	250
6.6	Lösung der inhomogenen Wellengleichungen	253
7	Elektrodynamik: Anwendungen	259
7.1	Technische Umsetzung der Induktion	259
7.1.1	Der Wechselstromgenerator	259
7.1.2	Der Transformator	260
7.2	Wellenausbreitung	262
7.2.1	Reflexion und Brechung in der Kristalloptik	262
7.2.2	Wellenausbreitung in Metallen	271
7.2.3	Hohl- und andere Wellenleiter	275
7.2.4	Beugung	282
7.3	Wellenerzeugung: Das Senderproblem	291
7.3.1	Spezifikation des Senders	291
7.3.2	Die Hertzsche Dipolstrahlung	295
7.3.3	Höhere Multipolbeiträge	298
7.3.4	Die vollständige Multipolentwicklung	302
7.3.5	Ein exakt lösbares Senderproblem	304
7.4	Wellenerzeugung: Die Strahlung bewegter Punktladungen	310
7.4.1	Die Liénard-Wiechert Potentiale	310
7.4.2	Zur klassischen Bremsstrahlung	314
7.4.3	Zur Čerenkovstrahlung	318

8	Relativitätstheorie und Elektromagnetismus	323
8.1	Die Lorentztransformation	325
8.1.1	Das Michelson-Morley Experiment	326
8.1.2	Eine einfache Form der Transformationsgleichungen	329
8.2	Folgerungen aus der Lorentztransformation	333
8.2.1	Das Additionstheorem für Geschwindigkeiten	333
8.2.2	Die Lorentzkontraktion	337
8.2.3	Die Zeitdilatation	339
8.3	Der Minkowskiraum	343
8.3.1	Definition	343
8.3.2	Darstellung der Lorentztransformation	346
8.3.3	Formale Fassung I: Ko- und kontravariante Koordinaten	349
8.3.4	Formale Fassung II: Imaginäre Zeitkoordinate	354
8.4	Zur relativistischen Mechanik	357
8.4.1	Die Vierergeschwindigkeit	357
8.4.2	Der Viererimpuls und die relativistische Energie	360
8.4.3	Die relativistischen Bewegungsgleichungen	364
8.5	Elektrodynamik aus der Sicht der Relativitätstheorie	367
8.5.1	Die Potentialgleichungen	368
8.5.2	Die Feldgleichungen: Kovarianz der Maxwellgleichungen	369
8.5.3	Die Kraftgleichungen	375
8.5.4	Die Lagrangegleichungen	377
8.6	Die kurze Geschichte des Aethers und weitere historische Anmerkungen	381
	Literaturverzeichnis	385
	Lebensdaten	389
	Einheitensysteme der Elektrodynamik	395
A.1	Die Maßsysteme	395
A.2	Tabellen	401
	Formelsammlung: Formeln der Vektoranalysis	407
B.1	Mehrfachprodukte von Vektoren	407
B.2	Produktregeln für die Anwendung des ∇ -Operators	407
B.3	Zweifache Anwendung von ∇	408
B.4	Differentialoperatoren in Kugel- und Zylinderkoordinaten	408
	Winkelfunktionen	411
C.1	Legendrepolynome	411
C.1.1	Eigenschaften der Polynome P_l	412
C.1.2	Die Funktionen $Q_l(x)$	413
C.2	Zugeordnete Legendrefunktionen	413
C.3	Kugelflächenfunktionen	415
	Index	417