

Kosiol, Finanzmathematik

Für einen Teil der Auflage sind folgende Berichtigungen notwendig:

- S. 21 (Übungsaufgabe 11)
 $\dots 1/4 + 1/8 + 1/16 \dots$
- S. 43 (2. Beispiel, b) logarithmisch)

$$K_0 = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$$
- S. 44 (Lösung Übungsaufgabe 26)
 1901,22
- S. 45 (Übungsaufgabe 32)

$$n = \frac{\log \lambda}{\log(1 + i)}$$
- S. 46 (Übungsaufgabe 33, Zeile 6)
 $B = 40\,000 \cdot q^{10}$

- S. 47 (Formel 12)

$$K_0 \dots = K_n \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$$
- S. 62 (Zeile 17)

$$100\,000 e^{\frac{q}{100}} = 100\,000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)$$
- S. 75 (Zeile 12 ff.)
 Aus der Gleichung $T_1 = 6 - (100 - T_1) 0,04486$ erhält man als erste vorschüssige Tilgungsrate $T_1 = 1,585$.
 b) Der Tilgungsplan der Abgabeschuld sieht (nach § 39) wie folgt aus:

Zeitpunkt	Datum	Schuld		Tilgung vorsch.	Zinsen vorsch.	Jahresbetrag vorsch.	Bezugszeitraum d. Jahresbeträge
		vor Tilgung	nach Tilgung				
0	1. 4. 1949	100,—	98,41	1,59	4,41	6,—	1
1	1. 4. 1950	98,41	96,75	1,66	4,34	6,—	2
2	1. 4. 1951	96,75	95,01	1,74	4,26	6,—	3
.
.
28	1. 4. 1977	11,73	6,—	5,73	0,27	6,—	29
29	1. 4. 1978	6,—	—	6,—	—	6,—	30

100,—

- S. 77 (Übungsaufgabe 56)
 $R_0 \dots = r \cdot IV_{12}^{4,5} \cdot II_9^{4,5}$
- S. 78 (Übungsaufgabe 56)
 b) $\dots + v^{21}$
 c) $\dots + v^{10}$
- S. 82 (1. Zeile nach dem Schaubild)
 $\dots r_{256} = 50\,000 \dots$
- S. 91 (Zeile 1)
 $R_0 = \dots$
 (Zeile 3)
 $R_0 = \dots + 1452,27 \cdot 0,61391 \dots$
- S. 103 (Zeile 2)

$$\begin{aligned} Z_0 &= 100\,000 - 4000 \cdot IV_{25}^5 \\ &= 100\,000 - 4000 \cdot 14,09394 \\ &= 43\,624,24. \end{aligned}$$
- S. 109 (Übungsaufgabe 79)
 c) $\dots T_{28} = A v^{23}$
- S. 111 (Übungsaufgabe 80)
 $A' = (K_0 - A a_8) q^9$

- S. 135 (Zeile 9)
 $\dots 5,2339 \text{ ‰} \dots$
 (Zeile 11)
 $\dots 3912,5 \cdot 4,40055 = 17\,217;$
- S. 145 (Zeile 20)
 \dots Leistungen des Schuldners \dots
- S. 149 (Zeile 3)
 \dots infolge (47) \dots
- S. 150 (Übungsaufgabe 112)
 $\dots IV_{40}^{3/4} \dots$
- S. 181 (Zeile 3)
 \dots ab 1. Oktober 1924 \dots
- S. 198 a) Verknüpfungsformeln:
 $s_n = s_n v \dots$
 $s'_n = s_n q \dots$
 b) Rekursionsformeln:
 $s_{n+1} = \dots s_n q + 1$
- S. 203 $I_{25}^6 = 4,291\,87$
- S. 206 (Tabellenüberschrift)
 $a'_n = 1 + IV_{n-1}^p$

Kosiol · Finanzmathematik

Professor Dr. Erich Kosiol

Direktor des Instituts für Industrieforschung der Freien Universität Berlin

Finanzmathematik

Zinseszins-, Renten-, Tilgungs-, Kurs- und Rentabilitätsrechnung

Lehrbuch für Praktiker und Studierende

mit 174 Beispielen, 9 Tafeln und einer Formelsammlung

9. umgearbeitete und erweiterte Auflage



Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler · Wiesbaden

ISBN 978-3-322-97932-2 ISBN 978-3-322-98480-7 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-322-98480-7

Verlags-Nr. 302

Copyright by Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler GmbH, Wiesbaden 1959
Softcover reprint of the hardcover 9th edition 1959

Vorwort

Die vorliegende Schrift soll in erster Linie ein Lehrbuch sein, das in leicht *verständlicher* und doch *gründlicher* Darstellung die rechnerischen Fragen der langfristigen Kapitalvorgänge behandelt.

Sie wendet sich zunächst an *Studierende* der Wirtschaftswissenschaften, die meist mit starken Hemmungen an finanzmathematische Aufgaben herangehen und denen es unter anderem die Vorbereitung auf die propädeutischen Prüfungsklausuren erleichtern soll. Meine langjährigen Erfahrungen im Hochschulunterricht habe ich daher im methodisch-pädagogischen Aufbau verwertet.

Darüber hinaus ist die Schrift auch für die *Wirtschaftspraxis* als Leitfaden und Nachschlagewerk gedacht. Dem jungen Bank- und Sparkassenangestellten, dem Kommunalbeamten, dem Finanz- und Bilanzbuchhalter vermittelt sie das Rüstzeug für eine gediegene Denkschulung und Berufsausbildung. Selbst der erfahrene Kaufmann und Finanzpraktiker braucht eine Anleitung, die er in Einzelfragen zu Rate ziehen kann und die ihn auch in schwierigen Fällen nicht im Stiche läßt. Insbesondere wird die Formelsammlung im Anhang nach Durcharbeitung der Schrift gute Dienste leisten können.

Das Lehrbuch versucht eine *Lücke im Schrifttum* auszufüllen. Die vorhandenen Schulbücher reichen für den Hochschulgebrauch und die Lösung konkreter Fragen in der Praxis — ihrer ganzen Zielsetzung nach — nicht aus. Auch die Hochschulliteratur behandelt die Finanzmathematik nur in den Grundzügen. Die Benutzung rein mathematischer Werke dürfte aber für den Wirtschaftspraktiker zu unbequem oder zu zeitraubend sein. Hier setzt die vorliegende Schrift ein, indem sie einen Mittelweg einschlägt.

Bei dem *begrenzten Umfang* war es nicht möglich, das gesamte Gebiet der Finanzmathematik restlos darzustellen. Trotzdem wurden alle praktisch wichtigen Einzelheiten, wie z. B. unterjährliche Verzinsung und Tilgung, vorschüssige Zinsen und Renten, arithmetisch und geometrisch fortschreitende Renten, Aufgeldzahlung, Gebührenverrechnung und doppelter Zinsfuß, mitbehandelt. Alle Formen der Anleihtilgung sind auch bei der Kurs- und Rentabilitätsrechnung berücksichtigt worden.

Nach langen Jahren unveränderter Auflagen war es notwendig, eine *gründliche Überarbeitung* vorzunehmen. Sie erstreckt sich z. B. auf die didaktische Auflockerung des Stoffes und der Darstellung, auf die Erhöhung der Lesbarkeit und auf die Erleichterung des Verständnisses auch schwieriger Ableitungen. Die Ermittlung der Abschreibungen und

des Ertragswertes von Anlagen, die auch in den früheren Auflagen nur am Rande stand, wurde herausgenommen, da hierüber eine Spezialuntersuchung des Verfassers erschienen ist: *Anlagenrechnung, Theorie und Praxis der Abschreibungen*, 2. Auflage, Wiesbaden 1956. Dagegen erwies es sich mit Rücksicht auf die moderne Wirtschaftstheorie als zweckmäßig, die kontinuierliche Betrachtungsweise der stetigen Zinsen, Renten und Annuitäten einzubeziehen. Ein besonderer Abschnitt ist der Rentabilität von Teilzahlungskrediten gewidmet.

Fachmathematische Ansprüche dürfen an das Buch nicht gestellt werden, da es an den Bedürfnissen der Anwendung auf betriebswirtschaftliche Probleme ausgerichtet ist. Selbst von Hause aus Mathematiker, habe ich mich gerade bemüht, hier den richtigen Weg des notwendigen Mindestmaßes zu finden. Ich bin bis an die Grenze dessen herangegangen, was einem Betriebswirtschaftler zugemutet werden darf und muß.

Gründliche Beherrschung finanzmathematischer Fragen und absolute Sicherheit in allen Einzelheiten der Praxis sind nur durch eine überlegene Handhabung des erforderlichen *Formelapparates* möglich. Wer glaubt, darauf verzichten zu können, bleibt an der Oberfläche haften. Die Formeln müssen vielmehr entwickelt und begründet werden, wenn sie verstanden und angewandt werden sollen. Eine gedankenlose Benutzung von Rezepten ist unwissenschaftlich und unpraktisch. Der Inhalt sollte daher schrittweise und eingehend durchgearbeitet werden. Insbesondere ist zu empfehlen, die Übungsaufgaben mitzurechnen, da sie den Text methodisch ergänzen und fortführen, neue Gesichtspunkte behandeln und wichtige Besonderheiten klären.

Die vom Internationalen Versicherungskongreß (Aktuarkongreß) in London (1898) festgelegten *Symbole* für Barwert- und Endwertfaktoren habe ich auch in dieser Auflage nicht übernommen. Der beim Index auftretende Winkel ist umständlich und überflüssig, die Unterscheidung vor- und nachschüssiger Renten durch die Schriftart ist schwer lesbar. Man sollte diese unnötig schwerfällige Symbolik überprüfen.

Mein Dank gilt Herrn Dipl.-Kfm. Dr. *Werner Vollrodt*, der sich der großen Mühe unterzogen hat, das ganze Werk stofflich und rechnerisch durchzuarbeiten sowie die Übungsbeispiele zu überprüfen und zu erweitern. Er hat dabei seine vielfältigen Erfahrungen im akademischen Unterricht nutzbar machen können. Die von ihm gegebenen Anregungen für die sachliche Umgestaltung und die didaktische Umformulierung der Ausführungen waren mir besonders wertvoll.

Berlin, im Mai 1959

Erich Kosiol

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

- § 1. Aufgabenkreis und Anwendungsgebiete der Finanzmathematik . . . 9
- § 2. Methoden und Aufbau der Darstellung 10

A. Rechnerische Grundlagen und Hilfsmittel

- § 3. Arithmetische Folgen und Reihen 13
- § 4. Geometrische Folgen und Reihen 17
- § 5. Rechnen mit Logarithmen 22
- § 6. Verwendung von Rechenstäben 25
- § 7. Rechnen mit Tabellen und Interpolation 28
- § 8. Anwendung von Nomogrammen 32

B. Zinseszinsrechnung (Verzinsung von Einzelkapitalien)

- § 9. Nachschüssige Zinseszinsen 36
- § 10. Vorschüssige Zinseszinsen (Ersatzzinsfuß) 46
- § 11. Relativer und konformer Zinsfuß (gemischte Verzinsung) 51
- § 12. Mittlerer Zinstermin (Verfallzeit) 57
- § 13. Stetige (kontinuierliche) Verzinsung 58

C. Rentenrechnung

- § 14. Nachschüssige Renten (End- und Barwert) 64
- § 15. Vorschüssige Renten (End- und Barwert) 68
- § 16. Anwendung der Rententabellen 70
- § 17. Aufgeschobene Renten (Barwert) 76
- § 18. Abgebrochene Renten (Endwert) 78
- § 19. Unterbrochene Renten 79
- § 20. Zeitwert einer Rentenreihe 80
- § 21. Renten und Einzelleistungen 81
- § 22. Arithmetisch und geometrisch fortschreitende Renten 82
- § 23. Ewige Renten 86
- § 24. Bestimmung der Rentendauer (gemischte Terminzahl) 87
- § 25. Unterjährliche Zins- und Rentenzahlungen; stetige Renten 91
- § 26. Bestimmung des Zinsfußes 98
- § 27. Renten mit vorschüssiger Verzinsung 99

D. Tilgungsrechnung

- § 28. Tilgung durch gleichbleibende Raten (Ratentilgung) 101
- § 29. Tilgung durch gleichbleibende Annuitäten (Annuitätentilgung) . . . 103
- § 30. Einmalige Rückzahlung durch Tilgungsrücklage (Rücklagentilgung) . 109
- § 31. Tilgung durch abgerundete Annuitäten (Prozentannuitäten) mit Rest 110

§ 32. Gebührenverrechnung und doppelter Zinsfuß bei Annuitätentilgung	113
§ 33. Bestimmung der zu tilgenden Stückzahl (Serienanleihen)	119
§ 34. Bestimmung der Tilgungsdauer	127
§ 35. Bestimmung des Zinsfußes	128
§ 36. Tilgung mit Aufgeld	129
§ 37. Unterjährliche Tilgung und Verzinsung; stetige Annuitäten	135
§ 38. Veränderliche Annuitäten; Prämienanleihen	139
§ 39. Vorschüssige Verzinsung und Tilgung (Annuitätentilgung)	140

E. Kursrechnung

§ 40. Grundsätzliches über Kurse und Effektivverzinsung (Begebungskurs) 144	
§ 41. Kurs einer auf einmal rückzahlbaren Schuld (Zinsschuld) und einer ewigen Rente	146
§ 42. Kurs einer Annuitätenschuld	149
§ 43. Kurs bei abgerundeten Annuitäten mit Rest	150
§ 44. Kurs einer Ratenschuld	151
§ 45. Kurs einer Tilgungsschuld mit Aufgeld	153
§ 46. Kurs bei aufgeschobener Tilgung	154
§ 47. Kurse zu beliebigem Zeitpunkt der Schulddauer	156
§ 48. Kurse und mittlere Laufzeit	159
§ 49. Kurse und Zinsdifferenzen	161
§ 50. Kurswert der Zinsen, der Tilgungen und der Gebühren	163
§ 51. Kurse bei unterjährlicher Verzinsung und Tilgung	166

F. Rentabilitätsrechnung

§ 52. Grundsätzliches über Effektivverzinsung und Rentabilität (Rendite) 172	
§ 53. Ermittlung der durchschnittlichen Gesamtrentabilität von Anleihen 174	
§ 54. Ewige und unverzinsliche Anleihen; aufgeschobene Verzinsung . . . 178	
§ 55. Rentabilitätsvergleich bei Anleihen (paritätische Kurse) 181	
§ 56. Ermittlung der speziellen Rentabilität einzelner Anleihestücke; Rentabilität einer Kapitalanlage	183
§ 57. Ermittlung der Rentabilität von Teilzahlungskrediten	187

Anhang

Verzeichnis der wichtigsten Abkürzungen	194
Formelsammlung	195
Tafel I Aufzinsungsfaktoren	203
Tafel II Abzinsungsfaktoren	204
Tafel III Vorschüssige Rentenendwertfaktoren	205
Tafel IV Nachschüssige Rentenbarwertfaktoren	206
Tafel V Annuitätenfaktoren	207
Tafel VI Kurse für Zinsanleihen (ohne Aufgeld)	208
Tafel VII Kurszuschläge für halbjährliche Verzinsung	208
Tafel VIII Kurse für Annuitätenanleihen (ohne Aufgeld)	209
Tafel IX Konforme unterjährliche Verzinsung	209