

Hubert Weber

Einführung in die
Wahrscheinlichkeitsrechnung
und Statistik für Ingenieure

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Ingenieure

Von Prof. Hubert Weber
Fachhochschule Regensburg

3., überarbeitete und erweiterte Auflage
Mit zahlreichen Bildern, Tabellen
sowie Beispielen und Übungen mit Lösungen



B. G. Teubner Stuttgart 1992

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Weber, Hubert:

Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Ingenieure : mit Tabellen sowie Beispielen und Übungen mit Lösungen / von Hubert Weber. – 3., überarb., und erw. Aufl. – Stuttgart : Teubner, 1992

ISBN 978-3-519-02983-0

ISBN 978-3-322-96693-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-96693-3

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt besonders für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© B. G. Teubner Stuttgart 1992

Vorwort

Das Buch bringt eine Einführung in die grundlegenden Begriffe, Sätze und Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, bei der nur die Mathematikkenntnisse eines Studienanfängers vorausgesetzt werden.

Es ist aus Vorlesungen entstanden, die vom Verfasser in den Studiengängen Mathematik und Informatik an der Fachhochschule Regensburg gehalten wurden.

Statistische Verfahren werden heute in nahezu allen Wissenschaftszweigen verwendet. Überall dort, wo empirische Datenmengen ausgewertet werden und zur Überprüfung von Hypothesen dienen.

Es sollen ein Einblick in die besondere Denk- und Schlußweise der Statistik gegeben und ein Grundwissen vermittelt werden, welches durch das Studium weiterführender Literatur vertieft werden kann.

Eine ausführliche Darstellung, viele durchgerechnete Beispiele und Übungsaufgaben erleichtern ein Selbststudium.

In der vorliegenden 3. Auflage wurden ein Abschnitt über stochastische Prozesse und ein Abschnitt über Informationstheorie neu aufgenommen.

Dem Verlag möchte ich für viele wertvolle Anregungen danken.

Regensburg, im Dezember 1991

Hubert Weber

Inhalt

1	Wahrscheinlichkeitsrechnung	
1.1	Wahrscheinlichkeitsbegriff	11
1.1.1	Zufällige Ereignisse	11
1.1.2	Relative Häufigkeit	15
1.1.3	Wahrscheinlichkeitsraum	15
1.1.4	Laplace'scher oder Klassischer Wahrscheinlichkeitsraum	19
1.1.5	Statistische Wahrscheinlichkeit	22
1.1.6	Geometrische Wahrscheinlichkeit	24
1.2	Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	26
1.2.1	Additionssatz	26
1.2.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	28
1.2.3	Multiplikationssatz	30
1.2.4	Stochastische Unabhängigkeit	32
1.2.5	Mehrstufige Zufallsexperimente	37
1.2.6	Totale Wahrscheinlichkeit, Formel von Bayes	40
1.3	Kombinatorik	45
1.3.1	Permutationen	45
1.3.2	Stichproben vom Umfang n aus einer Grundmenge von N Elementen	47
1.4	Zufallsgrößen	54
1.4.1	Allgemeines	54
1.4.2	Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsgröße	54
1.4.3	Dichtefunktion und Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsgröße	58
1.4.4	Stochastische Unabhängigkeit von Zufallsgrößen	62
1.4.5	Erwartungswert einer Zufallsgröße	64
1.4.6	Mittelwert und Varianz einer Zufallsgröße	68
1.4.7	Momente und charakteristische Funktion einer Verteilung	72
1.5	Einige wichtige Wahrscheinlichkeitsverteilungen	76
1.5.1	Binomialverteilung	76
1.5.2	Poisson-Verteilung	81
1.5.3	Hypergeometrische Verteilung	88

1.5.4	Mehrdimensionale diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen	92
1.5.5	Normalverteilung	94
1.5.6	Logarithmische Normalverteilung	100
1.5.7	Gammaverteilung	102
1.5.8	Betaverteilung	105
1.5.9	Grundbegriffe der Zuverlässigkeitstheorie, Weibullverteilung	106
1.5.10	Hjort - Verteilung	110
1.6	Grenzwertsätze	113
1.6.1	Wiederholung schon behandelter Grenzwertsätze	113
1.6.2	Zentraler Grenzwertsatz	114
1.6.3	Gesetze der großen Zahlen	120
2	Grundlagen stochastischer Prozesse	
2.1	Einführung	125
2.2	Markoffketten	126
2.2.1	Grundbegriffe	126
2.2.2	Homogene Markoffketten	128
2.2.3	Äquivalenzklassen einer Markoffkette	139
2.2.4	Asymptotisches Verhalten einer endlichen Markoffkette	144
2.3	Stochastische Prozesse mit stetigem Parameterraum	151
2.3.1	Poisson-Prozeß	151
2.3.2	Geburt- und Todprozesse	159
2.3.3	Warteschlangen	161
3	Einführung in die Informationstheorie	
3.1	Entropie	173
3.1.1	Unsicherheit eines Zufallsexperiments	173
3.1.2	Entropie zusammengesetzter Versuche	181
3.2	Information	185
3.2.1	Grundlagen	185
3.2.2	Stationäre diskrete Nachrichtenquellen	186
3.2.3	Diskrete Nachrichtenkanäle	196
3.3	Grundlagen der Codierungstheorie	203
3.3.1	Einführung	203

3.3.2	Quellencodierung	204
3.3.3	Kanalcodierung	211
3.3.4	Lineare Codes	217
4	Beschreibende Statistik	
4.1	Meßniveau von Daten	229
4.2	Empirische Verteilung eines Merkmals	231
4.2.1	Häufigkeitstabelle, Histogramm	231
4.2.2	Maßzahlen einer monovariablen Verteilung	233
4.3	Empirische Häufigkeitsverteilung von zwei Merkmalen	237
4.3.1	Darstellung bivariabler Verteilungen	238
4.3.2	Maßzahlen bivariabler Verteilungen	239
5	Beurteilende Statistik	
5.1	Stichprobenfunktionen	249
5.1.1	Grundlagen	249
5.1.2	Arithmetisches Mittel \bar{X}	251
5.1.3	Stichprobenvarianz S^2	253
5.1.4	χ^2 - Verteilung	253
5.1.5	t - Verteilung	258
5.1.6	F - Verteilung	260
5.2	Statistische Schätzverfahren	263
5.2.1	Schätzfunktionen, Punktschätzungen	263
5.2.2	Bestimmung von Schätzfunktionen	265
5.2.3	Intervallschätzungen, Konfidenzintervalle	270
5.2.4	Prognoseintervalle	280
5.3	Statistische Prüfverfahren	284
5.3.1	Grundbegriffe	284
5.3.2	Prüfen einer Hypothese über den Mittelwert einer Normalverteilung	289
5.3.3	Prüfen einer Hypothese über den Anteilswert p	297
5.3.4	Prüfen einer Hypothese über die Varianz einer σ^2 Normalverteilung	300
5.3.5	Prüfen einer Hypothese über die Gleichheit der Varianzen zweier unab- hängiger Normalverteilungen	302

5.3.6	Prüfen einer Hypothese über die Gleichheit von Mittelwerten zweier unabhängiger Normalverteilungen	305
5.3.7	Prüfen einer Hypothese über die Gleichheit von Anteilswerten zweier unabhängiger Grundgesamtheiten	313
5.3.8	Prüfen einer Hypothese über das Verteilungsgesetz	315
	I. χ^2 - Test	315
	II. Prüfen auf Normalverteilung	320
	III. Kolmogorow - Smirnow - Anpassungstest	324
	IV. Test auf Unabhängigkeit in Mehrfeldertafeln	327
5.3.9	Einführung in die einfache Varianzanalyse	332
5.3.10	Verteilungsfreie Tests	338
	I. Vorzeichentest	338
	II. Vorzeichen - Rangtest von Wilcoxon	344
	III. Mann - Withney - Test (U - Test)	349
	IV. Kruskal - Wallis - Test	353
5.4	Korrelation von Merkmalen	359
5.4.1	Grundlagen	359
5.4.2	Prüfen von Hypothesen über den Korrelationskoeffizienten	360
5.4.3	Konfidenzintervalle für den Korrelationskoeffizienten	364
5.5	Lineare Regression	367
5.5.1	Grundbegriffe	367
5.5.2	Schätzwerte und Konfidenzintervalle	368
5.5.3	Prüfen einer Hypothese über den Regressionskoeffizienten	376
6	Anhang	
6.1	Zahlentabellen	378
6.2	Lösungen zu den Übungsaufgaben	398
6.3	Liste der verwendeten Formelzeichen bzw. Symbole	411
6.4	Literaturverzeichnis	412
6.5	Sachverzeichnis	414