

Teubner Studienbücher

Mechanik

Becker: **Technische Strömungslehre**

Eine Einführung in die Grundlagen und technischen Anwendungen der Strömungsmechanik. 4. Aufl. 152 Seiten. DM 17,80

Becker/Bürger: **Kontinuumsmechanik**

Eine Einführung in die Grundlagen und einfache Anwendungen 228 Seiten. DM 32,- (LAMM)

Becker/Piltz: **Übungen zur Technischen Strömungslehre**

2. Aufl. 136 Seiten. DM 16,80

Böhme: **Strömungsmechanik nicht-newtonscher Fluide**

280 Seiten. DM 34,- (LAMM)

Hahn: **Bruchmechanik**

Einführung in die theoretischen Grundlagen. 221 Seiten. DM 34,- (LAMM)

Magnus: **Schwingungen**

Eine Einführung in die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen. 3. Aufl. 251 Seiten. DM 26,80 (LAMM)

Magnus/Müller: **Grundlagen der Technischen Mechanik**

2. Aufl. 300 Seiten. DM 28,80 (LAMM)

Müller/Magnus: **Übungen zur Technischen Mechanik**

292 Seiten. DM 28,80 (LAMM)

Wiegardt: **Theoretische Strömungslehre**

Eine Einführung. 2. Aufl. 237 Seiten. DM 26,80 (LAMM)

Mathematik

Ahlswede/Wegener: **Suchprobleme**

328 Seiten. DM 28,80

Ansorge: **Differenzenapproximationen partieller Anfangswertaufgaben**

298 Seiten. DM 29,80 (LAMM)

Böhmer: **Spline-Funktionen**

Theorie und Anwendungen. 340 Seiten. DM 30,80

Bröcker: **Analysis in mehreren Variablen**

einschließlich gewöhnlicher Differentialgleichungen und des Satzes von Stokes VI, 361 Seiten. DM 29,80

Clegg: **Variationsrechnung**

138 Seiten. DM 18,80

Collatz: **Differentialgleichungen**

Eine Einführung unter besonderer Berücksichtigung der Anwendungen 5. Aufl. 226 Seiten. DM 24,80 (LAMM)

Collatz/Krabs: **Approximationstheorie**

Tschebyscheffsche Approximation mit Anwendungen. 208 Seiten. DM 28,-

Constantinescu: **Distributionen und Ihre Anwendung in der Physik**

144 Seiten. DM 19,80

Teubner Studienbücher Mechanik

G. Böhme

Strömungsmechanik

nicht-newtonscher Fluide

Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik LAMM

Unter Mitwirkung von

Prof. Dr. E. Becker, Darmstadt

Prof. Dr. G. Hotz, Saarbrücken

Prof. Dr. P. Kall, Zürich

Prof. Dr. K. Magnus, München

Prof. Dr. E. Meister, Darmstadt

Prof. Dr. Dr. h. c. F. K. G. Odqvist, Stockholm

herausgegeben von

Prof. Dr. Dr. h. c. H. Görtler, Freiburg

Band 52

Die Lehrbücher dieser Reihe sind einerseits allen mathematischen Theorien und Methoden von grundsätzlicher Bedeutung für die Anwendung der Mathematik gewidmet; andererseits werden auch die Anwendungsgebiete selbst behandelt. Die Bände der Reihe sollen dem Ingenieur und Naturwissenschaftler die Kenntnis der mathematischen Methoden, dem Mathematiker die Kenntnisse der Anwendungsgebiete seiner Wissenschaft zugänglich machen. Die Werke sind für die angehenden Industrie- und Wirtschaftsmathematiker, Ingenieure und Naturwissenschaftler bestimmt, darüber hinaus aber sollen sie den im praktischen Beruf Tätigen zur Fortbildung im Zuge der fortschreitenden Wissenschaft dienen.

Strömungsmechanik nicht-newtonscher Fluide

Von Dr. rer. nat. Gert Böhme
Professor an der Hochschule
der Bundeswehr Hamburg

Mit 118 Figuren und 53 Aufgaben



B. G. Teubner Stuttgart 1981

Prof. Dr. rer. nat. Gert Böhme

1942 geboren in Freital bei Dresden. Von 1961 bis 1966 Studium der Mathematik an der Technischen Hochschule Darmstadt. Von 1966 bis 1972 wiss. Assistent am Institut für Mechanik der Technischen Hochschule Darmstadt und von 1972 bis 1975 Dozent im Fachbereich Mechanik. 1968 Promotion, 1974 Habilitation für das Fach Mechanik an der Technischen Hochschule Darmstadt. Seit 1975 Professor für Strömungslehre an der Hochschule der Bundeswehr Hamburg.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Böhme, Gert:

Strömungsmechanik nicht-newtonscher Fluide / von Gert Böhme. – Stuttgart : Teubner, 1981.

(Teubner-Studienbücher : Mechanik) (Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik ; Bd. 52)

ISBN 978-3-519-02354-8

ISBN 978-3-322-96673-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-96673-5

NE: 2. GT

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, besonders die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Bildentnahme, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege, der Speicherung und Auswertung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei Verwertung von Teilen des Werkes, dem Verlag vorbehalten.

Bei gewerblichen Zwecken dienender Vervielfältigung ist an den Verlag gemäß § 54 UrhG eine Vergütung zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© B. G. Teubner, Stuttgart 1981

Satz: Elsner & Behrens GmbH, Oftersheim

Binderei: C. Maier KG, Leinfelden-Echterdingen
Umschlaggestaltung: W. Koch, Sindelfingen

Vorwort

Das Buch ist aus Vorlesungen über Strömungsmechanik viskoelastischer Flüssigkeiten hervorgegangen, die ich mehrmals vor Ingenieurstudenten nach der Diplomvorprüfung und interessierten wissenschaftlichen Mitarbeitern an der Hochschule der Bundeswehr Hamburg gehalten habe. Es enthält die theoretischen Grundlagen, die zur Erklärung und zur formelmäßigen Beschreibung typischer Strömungsvorgänge in nicht-newtonschen Fluiden erforderlich sind. Damit deckt es einen Teil des weiten Feldes ab, das gemeinhin mit dem Begriff Rheologie umschrieben wird. Das Buch ist zum Gebrauch an Universitäten und Technischen Hochschulen, aber auch als Hilfe für in der Praxis stehende Ingenieure und Naturwissenschaftler bestimmt, die mit rheologischen Problemen zu tun haben. Soweit auf rheologische Phänomene in der deutschsprachigen Lehrbuchliteratur zur Strömungsmechanik bisher überhaupt eingegangen wurde, beschränkten sich die Ausführungen i. allg. auf Erscheinungen, die durch nichtlineare Fließeigenschaften hervorgerufen werden. In diesem Buch werden darüber hinaus auch Normalspannungseffekte und Gedächtniseinflüsse gebührend berücksichtigt.

Die Abhandlung stützt sich durchweg auf kontinuumsmechanische Modellvorstellungen und Methoden; eine molekulartheoretische Erklärung der makroskopisch beobachteten Phänomene wird nicht angestrebt. Da bei nicht-newtonschen Fluiden die wirksamen Stoffeigenschaften entscheidend von der Strömungsform abhängen, wird besondere Sorgfalt auf die Ableitung und Erläuterung der adäquaten Stoffgleichungen verwandt. Ein wesentliches Hindernis für die Einführung dieser Materialtheorien in die Ingenieurausbildung und Ingenieurpraxis besteht darin, daß sie eine gewisse Stufe der Abstraktion und bei der Anwendung auf Probleme von technischer Bedeutung gelegentlich auch den Einsatz etwas anspruchsvollerer mathematischer Hilfsmittel erfordern. Bei meinen Vorlesungen konnte ich aber feststellen, daß es durchaus möglich ist, die komplexe Materie in einer auch für den Ingenieur verständlichen Sprache darzustellen. Zu diesem Zweck vermeide ich möglichst formale Argumente, verwende lieber anschauliche Begründungen und kommentiere das jeweils benötigte rheologische Stoffgesetz ausführlich, bevor eine Strömung im Detail analysiert und das Studium ausgewählter rheologischer Prozesse bis zu konkreten Ergebnissen vorangetrieben wird.

Um zu erreichen, daß das Buch ohne Rückgriff auf andere Quellen gelesen werden kann, ist es erforderlich, zunächst auf einige allgemeine kontinuumsmechanische Grundlagen einzugehen. Diese von den spezifischen Stoffeigenschaften unabhängigen, also für das gesamte Gebiet der Strömungsmechanik und darüber hinaus maßgeblichen Erkenntnisse sind, soweit sie später benötigt werden, im ersten Abschnitt zusammengefaßt. Der ungeduldige Leser mag getrost mit Abschnitt 2 beginnen, wo das Studium der Strömungen nicht-newtonscher Fluide einsetzt. Sobald auf die zuvor bereitgestellten Hilfsmittel zurückgegriffen wird, findet sich meistens ein entsprechender Hinweis im Text, so daß Lücken gezielt geschlossen werden können. Im akademischen Unterricht lohnt es sich aber allemal, einige Stunden für Abschnitt 1 zu „opfern“; umso zügiger kommt man später voran. Nachdem die kontinuumsmechanischen Grundlagen abgehandelt sind, beginne ich mit dem Studium einfacher Bewegungen, nämlich mit stationären und instationären

Schichtenströmungen, und schreite allmählich zu kinematisch komplizierteren Bewegungen fort. Dabei argumentiere ich anfangs ausführlicher und fasse mich später etwas kürzer. Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad am Ende eines jeden Abschnitts fordern den Leser zur aktiven Mitarbeit auf.

In das Buch sind zahlreiche Anregungen aus der Literatur eingegangen. Ich habe mich jedoch nicht darauf beschränkt, die aufgegriffenen Probleme mehr oder weniger zusammenhanglos aneinanderzureihen, sondern war stets bemüht, unter didaktischen Gesichtspunkten das Wesentliche herauszuarbeiten, unnötiges Beiwerk wegzulassen und die einzelnen Teile zu einer Einheit zu verschmelzen. Manchmal waren dabei nur die Problemstellung und das Ergebnis eines Beitrags für meine Zwecke brauchbar, der Lösungsweg wurde stets auf die im Buch beschriebenen Methoden abgestimmt. Nicht zuletzt deshalb habe ich davon abgesehen, die vielen Zeitschriftenartikel aufzuführen, die einen Bezug zum dargestellten Stoff besitzen und die mir nützlich waren. Vollständigkeit wäre hier ohnehin nicht zu erreichen gewesen.

In einem Lehrbuch kann nicht „alles“ dargestellt werden, d. h. der Autor muß eine sinnvolle Stoffauswahl treffen. So werden hier durchweg nur laminare Strömungen behandelt und bei konkreten Anwendungen meist InkompRESSIBILITÄT des Fluids vorausgesetzt, obwohl die Theorie weitgehend auch für kompressible Fluide gilt. Für den Umgang mit hochzähen Substanzen, wie sie in der Kunststofftechnologie, im Chemieingenieurwesen und in der Verfahrenstechnik vorkommen, bedeutet dies keine wesentliche Einschränkung. Etwas anders verhält es sich mit der strikten Beschränkung auf Einphasenströmungen. Mehrphasenströmungen unter Beteiligung eines nicht-newtonschen Fluids konnten aus Platzmangel nicht berücksichtigt, thermische Effekte mußten relativ knapp abgehandelt werden. Wer das Buch durchgearbeitet hat, sollte sich aber ohne weiteres auch in diesen und anderen Teilgebieten der Rheologie zurechtfinden können.

Die Anregung, ein deutschsprachiges Lehrbuch zu schreiben, das in das aufstrebende, hierzulande aber noch nicht allzu populäre Gebiet der Strömungsmechanik nicht-newtonscher Fluide einführt, hat mein verehrter Lehrer Professor Dr. E. Becker an mich herangetragen. Er nahm auch am Fortgang der Arbeit regen Anteil, unterzog einige Abschnitte einer kritischen Durchsicht und gab mir etliche wertvolle Ratschläge. Hierfür danke ich ihm sehr. Bei der Durchführung des Buchplanes und beim Korrekturlesen tatkräftig unterstützt haben mich meine Mitarbeiter Dipl.-Ing. G. Nonn, der u. a. die in Figur 2.5 dargestellten rheologischen Daten ermittelt hat, und Dipl.-Math. R. Friedrich, der zahlreiche Beispiele durchgerechnet und mir die zugehörigen Diagramme geliefert hat. Auch ihnen gilt mein herzlicher Dank.

Hamburg, im Frühjahr 1981

G. Böhme

Inhalt

1	Kontinuumsmechanische Grundlagen	13
1.1	Einige Grundbegriffe	13
1.2	Materielle Zeitableitung	17
1.3	Deformationsgeschwindigkeiten	18
1.4	Rivlin-Ericksen-Tensoren	25
1.5	Verzerrungstensor	28
1.6	Kinematik stationärer Schichtenströmungen	33
1.6.1	Ebene Schichtenströmung	33
1.6.2	Poiseuille-Strömung	35
1.6.3	Couette-Strömung	35
1.6.4	Schraubenströmung	36
1.6.5	Torsionsströmung	38
1.6.6	Kegel-Platte-Strömung	38
1.7	Kontinuitätsgleichung	39
1.8	Spannung und Volumenkraft	41
1.9	Die Bewegungsgleichungen	43
1.10	Energiegleichung für Fluide	45
2	Bei stationären Schichtenströmungen hervortretende Stoffeigenschaften	49
2.1	Die Fließfunktion	53
2.2	Die Normalspannungsfunktionen	60
3	Vorgänge, die durch die Fließfunktion kontrolliert werden	66
3.1	Rotationsviskosimeter	66
3.1.1	Einfluß der Dissipation	69
3.2	Druck-Schleppströmung im geraden Kanal	75
3.2.1	Durchflußkennlinien, Pumpwirkungsgrad	79
3.2.2	Extruderströmung	86
3.2.3	Fluidynamische Theorie des Walzens	94
3.2.4	Gleitlagerströmung	99
3.3	Radial durchströmter Spalt	105

8	Inhalt	
3.4	Rohrströmung	110
3.5	Schraubenströmung	117
4	Auswirkung der Normalspannungsdifferenzen	121
4.1	Kegel-Platte-Strömung	121
4.2	Der Weissenberg-Effekt	125
4.3	Strangaufweitung	128
4.4	Axiale Schichtenströmung	133
5	Einfache instationäre Strömungen	136
5.1	Lineare Viskoelastizität	138
5.1.1	Sprunghafte Änderung der Schergeschwindigkeit	141
5.1.2	Kriechtest und Kriecherholung	145
5.1.3	Oszillierende Beanspruchung	146
5.1.4	Abstimmung eines Schwingungsdämpfers	150
5.1.5	Die Strömung in der Nähe einer schwingenden Wand	154
5.1.6	Das Rayleigh-Problem für ein Maxwell-Fluid	156
5.1.7	Instationäre Couette-Strömung	163
5.2	Nichtlineare Effekte bei instationärer Rohrströmung	166
5.2.1	Stoffgleichung für langsame und langsam veränderliche Prozesse	172
6	Fastviskosimetrische Strömungen	178
6.1	Schichtenströmungen mit schwachem instationären Anteil	178
6.2	Ebene stationäre Grenzschichtströmungen	183
6.2.1	Staupunktgrenzschicht	187
6.2.2	Modifizierte Schmierfilmtheorie	192
6.3	Stabilität ebener Schichtenströmungen	196
7	Dehnströmungen	202
7.1	Theoretische Grundlagen	202
7.2	Anwendungen	207
8	Spezielle rheologische Stoffgesetze	213
8.1	Fluide ohne Gedächtnis	214
8.1.1	Minimalprinzip für verallgemeinerte newtonsche Fluide	216

8.2	Integrale Modelle	218
8.2.1	Die Strömung zwischen exzentrischen rotierenden Scheiben	222
8.2.2	Die Grenzschicht an einer ebenen Wand bei homogener Absaugung	224
8.3	Differentielle Modelle	226
8.4	Approximation für langsame und langsam veränderliche Prozesse	230
9	Sekundärströmungen	233
9.1	Allgemeines Konzept	233
9.2	Rotationssymmetrische Strömungen	237
9.2.1	Konische Düsenströmung	239
9.2.2	Strömung um rotierende Körper	246
9.2.3	Strömung durch gekrümmte Rohre	250
9.3	Ebene Strömungen	252
9.3.1	Konvergente Kanalströmung	254
9.4	Stationäre Strömung durch zylindrische Rohre	258
9.4.1	Isotherme Bedingungen	260
9.4.2	Einfluß der Dissipation	262
9.4.3	Einfluß eines transversalen Temperaturgradienten	264
9.5	Periodische Rohrströmung	265
	Anhang: Formelsammlung für spezielle krummlinige Koordinaten	270
	Quellenangaben	274
	Ergänzende und weiterführende Literatur	275
	Sachverzeichnis	277

Zusammenstellung der wichtigsten Symbole

Symbol	Dimension ¹⁾	Bedeutung
a	LZ^{-2}	Beschleunigungsvektor
A	L^2	Fläche
A_n	Z^{-n}	n-ter Rivlin-Ericksen-Tensor (n ganzzahlig)
b	L	Breite, Ellipsenhalbachse
Br	–	Brinkman-Zahl
c	$L^2Z^{-2}T^{-1}$	spezifische Wärmekapazität
c	LZ^{-1}	Wellengeschwindigkeit
c	L	Ellipsenhalbachse
C_t	–	relativer Rechts-Cauchy-Green-Tensor
d	L	Durchmesser
D	Z^{-1}	Verzerrungsgeschwindigkeitstensor
e	L^2Z^{-2}	spezifische innere Energie
e	–	Einheitsvektor
E	–	Einheitstensor
f	–	normierte Fließfunktion
f	$ML^{-2}Z^{-2}$	Volumenkraftdichte
F	MLZ^{-2}	Kraft
F_t	–	relativer Deformationsgradient
g	LZ^{-2}	Erdbeschleunigung
G	$ML^{-1}Z^{-2}$	linear-viskoelastische Einflußfunktion
$G^* = G' + iG''$	$ML^{-1}Z^{-2}$	komplexer Gleitmodul
h	L	Höhe
I_1, I_2, I_3		Grundinvarianten eines symmetrischen Tensors
k	$ML^{-2}Z^{-2}$	Druckabfall pro Längeneinheit
K	–	dimensionsloser Druckparameter
ℓ	L	Länge
L	Z^{-1}	Geschwindigkeitsgradiententensor
M	ML^2Z^{-2}	Drehmoment
\bar{M}	–	mittleres Molekulargewicht
N_1, N_2	$ML^{-1}Z^{-2}$	Normalspannungsfunktionen
p	$ML^{-1}Z^{-2}$	Druck
p	Z^{-1}	Variable bei der Laplace-Transformation
P	ML^2Z^{-3}	Leistung
q	MZ^{-3}	Vektor der Wärmestromdichte
Q	–	dimensionsloser Durchsatz
r	L	Zylinderkoordinate, Radius

¹⁾ Im Internationalen Einheitensystem mit Masse [M], Länge [L], Zeit [Z] und Temperatur [T] als Basisgrößen.

R	L	Kugelkoordinate
Re	—	Reynolds-Zahl
s	Z	retardierte Zeit
S	—	dimensionsloser Geschwindigkeitsparameter
S	$ML^{-1}Z^{-2}$	Spannungstensor
So	—	Sommerfeld-Zahl
St	—	Stokes-Zahl
t	Z	Zeit
T	$ML^{-1}Z^{-2}$	Tensor der Reibungsspannungen
u, v, w	LZ^{-1}	kartesische Geschwindigkeitskomponenten
\bar{u}	LZ^{-1}	mittlere Strömungsgeschwindigkeit
U	LZ^{-1}	konstante Bezugsgeschwindigkeit
v	LZ^{-1}	Geschwindigkeitsvektor
V	L^3	Volumen
\dot{V}	L^3Z^{-1}	Volumenstrom
W	Z^{-1}	Drehgeschwindigkeitstensor
We	—	Weissenberg-Zahl
x, y, z	L	kartesische Koordinaten
α_1, α_2	ML^{-1}	Stoffkoeffizienten zweiter Ordnung
β	—	Winkel
β	ML^{-1}	zweite Fließfunktion
$\beta_1, \beta_2, \beta_3$	$ML^{-1}Z$	Stoffkoeffizienten dritter Ordnung
γ	—	Scherungswinkel
$\dot{\gamma}$	Z^{-1}	Schergeschwindigkeit
δ^*	L	Verdrängungsdicke einer Grenzschicht
Δ	—	dimensionslose Verdrängungsdicke
Δ	L^{-2}	Laplacescher Operator
$\dot{\epsilon}$	Z^{-1}	Dehngeschwindigkeit
η	$ML^{-1}Z^{-1}$	Scherviskosität
η_0	$ML^{-1}Z^{-1}$	untere newtonsche Grenzviskosität, Nullviskosität
η_∞	$ML^{-1}Z^{-1}$	obere newtonsche Grenzviskosität
η_*	$ML^{-1}Z^{-1}$	Bezugswert für die Viskosität, i. a. = η_0
$\eta^* = \eta' - i\eta''$	$ML^{-1}Z^{-1}$	komplexe Viskosität
$\bar{\eta}$	—	Pumpwirkungsgrad
$\eta_D, \eta_{DZ}, \eta_{DE}$	$ML^{-1}Z^{-1}$	Dehnviskositäten
ϑ	—	dimensionslose Temperaturdifferenz
ϑ	—	Kugelkoordinate, Winkel
Θ	T	absolute Temperatur
λ	$MLZ^{-3}T^{-1}$	Wärmeleitfähigkeit
λ	Z	Relaxationszeit, stoffspezifische Eigenzeit
ν_1, ν_2	ML^{-1}	Normalspannungskoeffizienten
Π	—	dimensionsloser Leistungsparameter
ρ	ML^{-3}	Dichte
σ	—	normierte Schubspannung, = τ/τ_*

12 Zusammenstellung der wichtigsten Symbole

σ_{ij}	$ML^{-1}Z^{-2}$	Gesamtspannungen, Elemente von S
τ	$ML^{-1}Z^{-2}$	Schubspannung
τ_*	$ML^{-1}Z^{-2}$	Bezugswert für Spannungen
τ_{ij}	$ML^{-1}Z^{-2}$	Reibungsspannungen, Elemente von T
φ	–	Zylinderkoordinate, Winkel
Φ	$ML^{-1}Z^{-3}$	Dissipationsfunktion
$\tilde{\Phi}$	–	reduzierter Durchsatz einer Rohrströmung
Ψ	L^2Z^{-1}	Stromfunktion bei ebenen Strömungen
Ψ	L^3Z^{-1}	Stromfunktion bei rotationssymmetrischen Strömungen
ω	Z^{-1}	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit
Ω	$ML^{-1}Z^{-3}$	Potential der Reibungsspannungen verallgemeinerter newtonscher Fluide