

Günther Bourier

Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik

Günther Bourier

Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik

Praxisorientierte Einführung

Mit Aufgaben und Lösungen

2., überarbeitete Auflage



Professor Dr. Günther Bourier lehrt Statistik und Logistik an der Fachhochschule Regensburg.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme
Ein Titeldatensatz für diese Publikation ist bei
Der Deutschen Bibliothek erhältlich.

1. Auflage Mai 1999
2. Auflage Mai 2001

Alle Rechte vorbehalten

© Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler GmbH, Wiesbaden 2001

Lektorat: Jutta Hauser-Fahr / Karin Janssen

Der Gabler Verlag ist ein Unternehmen der Fachverlagsgruppe BertelsmannSpringer.

www.gabler.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Umschlaggestaltung: Ulrike Weigel, www.CorporateDesignGroup.de

ISBN 978-3-409-21463-6 ISBN 978-3-322-96538-7 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-322-96538-7

Vorwort zur zweiten Auflage

Die erfreulich gute Resonanz, die das Buch erfahren hat, ermöglicht nach relativ kurzer Zeit das Erscheinen der zweiten Auflage.

Das Buch wurde für die zweite Auflage kritisch durchgesehen und überarbeitet. Unter der Zielsetzung, die Verständlichkeit und Lesefreundlichkeit weiter zu verbessern, wurden zahlreiche Textstellen neu formuliert, einige Beispiele ausgetauscht und einige Abbildungen neu gestaltet. In diesem Zusammenhang wurden besonders umfangreiche Textüberarbeitungen in den Kapiteln 1, 8 und 10 vorgenommen. Zugleich konnte dabei eine Reihe von Ungenauigkeiten beseitigt werden.

Vorwort

Das vorliegende Lehrbuch ist als Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließende Statistik konzipiert. Es umfaßt die Stoffbereiche, die sich Studenten der Betriebswirtschaftslehre an Fachhochschulen vornehmlich im Grundstudium, aber auch im Hauptstudium zu erarbeiten haben. Als praxisorientierte Ergänzung zu theoriegeleiteten Vorlesungen richtet es sich zugleich an Universitätsstudenten. Nicht zuletzt erschließt sich das Lehrbuch auch dem Praktiker, da es so abgefaßt ist, daß der Stoff auch im Selbststudium erarbeitet werden kann. Zusammen mit dem von mir verfaßten Lehrbuch "Beschreibende Statistik", das ebenfalls im Gabler Verlag erschienen ist, ist eine komplette Einführung in das Gebiet der betrieblichen Statistik entstanden.

Die Anwendung und praktische Umsetzung statistischer Methoden stehen im Mittelpunkt dieses Lehrbuches. Es wird daher bewußt auf ausführliche mathematische Darlegungen, die dem Bereich einer wissenschaftlichen Ausbildung vorbehalten sind, verzichtet. Nicht verzichtet wird dagegen auf eine ausführliche Darlegung der gedanklichen Konzeptionen, die den Methoden zugrunde liegen.

Bei der Beschreibung der statistischen Methoden wird besonderer Wert auf hohe Anschaulichkeit, gute Verständlichkeit und leichte Nachvollziehbarkeit gelegt. Um dies zu erreichen, werden die Methoden programmartig, Schritt für Schritt detailliert erklärt und stets anhand von Beispielen veranschaulicht. Ausgewählte Einführungsbeispiele sorgen zudem für einen leichteren Zugang und Einstieg in die jeweilige Materie.

Das Studium der Statistik erfordert viel eigenes Tun und Üben. So sind jedem Kapitel zahlreiche Übungsaufgaben und Kontrollfragen angefügt. Sie sollen beim Erarbeiten des Stoffes weiterhelfen, eine Selbstkontrolle des eigenen Wissensstandes ermöglichen und auch der Klausurvorbereitung dienen. Für jede rechnerisch zu lösende Aufgabe ist in Kapitel 11 eine ausführliche Lösung angegeben. Aufgrund der vielen ausführlich gehaltenen Beispiele und der zahlreichen Übungsaufgaben besitzt das Lehrbuch auch weitgehend die Funktion eines Übungsbuches.

Jeder Verfasser ist auf ein Umfeld angewiesen, das ihm die Arbeit ermöglicht und erleichtert. So gilt mein Dank meiner Frau und meinen Kindern, die mir den für die Entstehung des Buches nötigen Freiraum gelassen haben. Meiner Kollegin Frau Professor Klaiber danke ich herzlich für die mühevollen kritischen Durchsicht des Manuskripts und viele wertvolle Anregungen. Dem Gabler Verlag und Frau Jutta Hauser-Fahr als verantwortlicher Lektorin danke ich für die reibungslose Zusammenarbeit.

Günther Bourier

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Inhaltsverzeichnis	VII
1. Einführung	1
2. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	5
2.1. Zufallsvorgang	5
2.2. Elementarereignis und Ereignisraum	6
2.3. Ereignis	7
2.4. Übungsaufgaben und Kontrollfragen	9
3. Direkte Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten	11
3.1. Die klassische Wahrscheinlichkeitsermittlung	11
3.2. Die statistische Wahrscheinlichkeitsermittlung	14
3.3. Die subjektive Wahrscheinlichkeitsermittlung	18
3.4. Übungsaufgaben und Kontrollfragen	19
4. Indirekte Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten	21
4.1. Relationen von Ereignissen	22
4.1.1. Vereinigung von Ereignissen	22
4.1.2. Durchschnitt von Ereignissen	24
4.1.3. Komplementärereignis	27
4.1.4. Weitere Relationen	29
4.2. Eigenschaften von Wahrscheinlichkeiten	34
4.3. Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	36
4.3.1. Additionssätze	36
4.3.2. Bedingte Wahrscheinlichkeit	40
4.3.3. Unabhängigkeit von Ereignissen	44
4.3.4. Multiplikationssätze	47
4.3.5. Wahrscheinlichkeit des Komplementärereignisses	53
4.3.6. Die totale Wahrscheinlichkeit	55
4.3.7. Der Satz von Bayes	60
4.3.8. Weitere Rechenregeln	66
4.4. Übungsaufgaben und Kontrollfragen	66

5. Kombinatorik	71
5.1. Permutationen	71
5.1.1. Permutationen ohne Wiederholung	72
5.1.2. Permutationen mit Wiederholung	73
5.2. Kombinationen	75
5.2.1. Kombinationen ohne Wiederholung	75
5.2.1.1. mit Beachtung der Anordnung	75
5.2.1.2. ohne Beachtung der Anordnung	76
5.2.2. Kombinationen mit Wiederholung	77
5.2.2.1. mit Beachtung der Anordnung	78
5.2.2.2. ohne Beachtung der Anordnung	79
5.3. Permutation, Variation oder Kombination	80
5.4. Übungsaufgaben und Kontrollfragen	80
6. Zufallsvariable	83
6.1. Zum Begriff Zufallsvariable	83
6.2. Diskrete Zufallsvariable	89
6.2.1. Wahrscheinlichkeitsfunktion	90
6.2.2. Verteilungsfunktion	94
6.2.3. Parameter	98
6.2.3.1. Erwartungswert	98
6.2.3.2. Varianz und Standardabweichung	101
6.2.4. Die Ungleichung von Tschebyscheff	104
6.3. Stetige Zufallsvariable	106
6.3.1. Wahrscheinlichkeitsdichte	107
6.3.2. Verteilungsfunktion	111
6.3.3. Parameter	115
6.3.3.1. Erwartungswert	115
6.3.3.2. Varianz und Standardabweichung	116
6.4. Mehrdimensionale Zufallsvariable	118
6.4.1. Wahrscheinlichkeitsfunktion	119
6.4.2. Verteilungsfunktion	122
6.4.3. Parameter	124
6.4.4. Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	127
6.5. Übungsaufgaben und Kontrollfragen	128

7. Theoretische Verteilungen von Zufallsvariablen	129
7.1. Diskrete Verteilungen	130
7.1.1. Binomialverteilung	130
7.1.2. Hypergeometrische Verteilung	135
7.1.3. Poissonverteilung	141
7.1.4. Weitere Verteilungen	146
7.1.4.1. Negative Binomialverteilung	146
7.1.4.2. Geometrische Verteilung	147
7.1.4.3. Multinomialverteilung	149
7.1.5. Approximationen	150
7.2. Stetige Verteilungen	158
7.2.1. Gleichverteilung	158
7.2.2. Exponentialverteilung	160
7.2.3. Normalverteilung und Standardnormalverteilung	163
7.2.4. Approximationen	175
7.3. Übersicht zu den Approximationsmöglichkeiten	183
7.4. Übungsaufgaben und Kontrollfragen	184
8. Grundlagen der schließenden Statistik	187
8.1. Chancen und Risiken von Teilerhebungen	189
8.2. Zur Konzeption des Rückschlusses	190
8.2.1. Inklusionsschluß	192
8.2.2. Repräsentationsschluß	198
8.3. Auswahlverfahren	200
8.3.1. Zufallsauswahlverfahren	200
8.3.1.1. Uneingeschränkte Zufallsauswahl	201
8.3.1.2. Systematische Zufallsauswahl	203
8.3.1.3. Mehrstufige Zufallsauswahl	207
8.3.2. Nicht-Zufallsauswahlverfahren	210
8.4. Stichprobenverteilungen	212
8.4.1. Chi-Quadrat-Verteilung	213
8.4.2. t-Verteilung	215
8.4.3. F-Verteilung	217

8.5. Stichprobenfunktionen und ihre Verteilungen	220
8.5.1. Bedeutung der Stichprobenfunktion	220
8.5.2. Verteilung des Stichprobenmittelwertes	221
8.5.3. Verteilung des Stichprobenanteilswertes	225
8.5.4. Verteilung der Stichprobenvarianz	228
8.6. Übungsaufgaben und Kontrollfragen	229
9. Schätzverfahren	231
9.1. Schätzfunktionen	231
9.1.1. Gütekriterien für Schätzfunktionen	231
9.1.2. Konstruktion von Schätzfunktionen	234
9.2. Punktschätzung	236
9.3. Intervallschätzung	237
9.3.1. Zur Erstellung eines Konfidenzintervalls	237
9.3.1.1. Grundkonzeption	238
9.3.1.2. Aufbau eines Konfidenzintervalls	240
9.3.1.3. Arten von Konfidenzintervallen	241
9.3.1.4. Genauigkeit und Konfidenz	242
9.3.2. Konfidenzintervall für das arithmetische Mittel	242
9.3.2.1. Zur Schätzfunktion	243
9.3.2.2. Schrittfolge zur Erstellung eines Konfidenzintervalls	244
9.3.2.3. Normalverteilte Grundgesamtheit	245
9.3.2.4. Beliebig verteilte Grundgesamtheit	255
9.3.2.5. Notwendiger Stichprobenumfang	260
9.3.3. Konfidenzintervall für den Anteilswert	266
9.3.3.1. Zur Schätzfunktion	267
9.3.3.2. Schrittfolge zur Erstellung eines Konfidenzintervalls	268
9.3.3.3. Erstellung von Konfidenzintervallen	269
9.3.3.4. Notwendiger Stichprobenumfang	274
9.3.4. Konfidenzintervall für die Varianz	277
9.4. Übungsaufgaben und Kontrollfragen	279

10. Testverfahren	283
10.1. Einführungsbeispiel	283
10.2. Elemente der Testverfahren	285
10.2.1. Hypothese und Alternativhypothese	285
10.2.2. Testfunktion	286
10.2.3. Beibehaltungs- und Ablehnungsbereich	286
10.2.4. Signifikanzniveau und Sicherheitswahrscheinlichkeit	288
10.2.5. Entscheidung und Interpretation	289
10.3. Trennschärfe	290
10.4. Testverfahren für das arithmetische Mittel	291
10.4.1. Schrittfolge des Testverfahrens	291
10.4.2. Durchführung des Tests	292
10.5. Testverfahren für den Anteilswert	296
10.5.1. Schrittfolge des Testverfahrens	296
10.5.2. Durchführung des Tests	297
10.6. Chi-Quadrat-Verteilungstest	300
10.7. Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest	303
10.8. Übungsaufgaben und Kontrollfragen	306
11. Lösung ausgewählter Übungsaufgaben	309
Tabellenanhang	359
Binomialverteilung	359
Poissonverteilung	362
Standardnormalverteilung	368
Zufallszahlen	371
Chi-Quadrat-Verteilung	372
t-Verteilung	373
F-Verteilung	375
Stichwortverzeichnis	377