

Teubner Studienbücher

Mathematik

Ansorge: **Differenzenapproximationen partieller Anfangswertaufgaben**
298 Seiten. DM 29,80 (LAMM)

Böhmer: **Spline-Funktionen**
Theorie und Anwendungen. 340 Seiten. DM 28,80

Collatz: **Differentialgleichungen**
5. Aufl. 226 Seiten. DM 24,80 (LAMM)

Collatz/Krabs: **Approximationstheorie**
Tschebyscheffsche Approximation mit Anwendungen. 208 Seiten. DM 28,—

Constantinescu: **Distributionen und ihre Anwendung in der Physik**
144 Seiten. DM 18,80

Fischer/Sacher: **Einführung in die Algebra**
2. Aufl. 240 Seiten. DM 18,80

Grigorieff: **Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen**
Band 1: Einschrittverfahren. 202 Seiten. DM 16,80
Band 2: Mehrschrittverfahren. 411 Seiten. DM 29,80

Hainzl: **Mathematik für Naturwissenschaftler**
2. Aufl. 311 Seiten. DM 29,— (LAMM)

Hässig: **Graphentheoretische Methoden des Operations Research**
160 Seiten. DM 26,80 (LAMM)

Hilbert: **Grundlagen der Geometrie**
12. Aufl. VII, 271 Seiten. DM 24,80

Jeggle: **Nichtlineare Funktionalanalysis**
255 Seiten. DM 24,80

Kall: **Mathematische Methoden des Operations Research**
Eine Einführung. 176 Seiten. DM 22,80 (LAMM)

Kochendörffer: **Determinanten und Matrizen**
IV, 148 Seiten. DM 17,80

Kohlas: **Stochastische Methoden des Operations Research**
192 Seiten. DM 24,80 (LAMM)

Krabs: **Optimierung und Approximation**
208 Seiten. DM 25,80

Stiefel: **Einführung in die numerische Mathematik**
5. Aufl. 292 Seiten. DM 26,80 (LAMM)

Stummel/Hainer: **Praktische Mathematik**
299 Seiten. DM 28,80

Topsøe: **Informationstheorie**
Eine Einführung. 88 Seiten. DM 12,80

Velte: **Direkte Methoden der Variationsrechnung**
198 Seiten. DM 25,80 (LAMM)

Walter: **Blomathematik für Mediziner**
148 Seiten. DM 15,80

Witting: **Mathematische Statistik**
Eine Einführung in Theorie und Methoden. 3. Aufl. 223 Seiten. DM 26,80 (LAMM)

Fortsetzung auf der 3. Umschlagseite

Nichtlineare Funktionalanalysis

Existenz von Lösungen
nichtlinearer Gleichungen

Von Dr. rer. nat. Hansgeorg Jeggler
o. Professor an der Technischen Universität Berlin

Mit 52 Übungsaufgaben
und zahlreichen Beispielen



B. G. Teubner Stuttgart 1979

Prof. Dr.rer.nat. Hansgeorg Jeggle

Geboren 1939 in Stuttgart. Von 1958 bis 1964 Studium der Mathematik an der Universität Tübingen und der Technischen Hochschule Darmstadt, Abschluß als Diplom-Mathematiker. Ab 1964 wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl II für Praktische Mathematik der TH Darmstadt, 1966 Promotion, 1971 Habilitation. 1971/72 Professor an der TH Darmstadt. Seit 1972 Professor an der Technischen Universität Berlin, 1975/76 Visiting Professor am Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Jeggle, Hansgeorg:

Nichtlineare Funktionalanalysis : Existenz von Lösungen nichtlinearer Gleichungen ; mit 52 Übungsaufgaben u. zahlr. Beispielen / von Hansgeorg Jeggle. - Stuttgart : Teubner, 1979.

(Teubner Studienbücher : Mathematik)

ISBN 978-3-519-02057-8

ISBN 978-3-322-94888-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-94888-5

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, besonders die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Bildentnahme, der Funksendung, der Wiedergabe auf photo-mechanischem oder ähnlichem Wege, der Speicherung und Auswertung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei Verwertung von Teilen des Werkes, dem Verlag vorbehalten.

Bei gewerblichen Zwecken dienender Vervielfältigung ist an den Verlag gemäß § 54 UrhG eine Vergütung zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© B. G. Teubner, Stuttgart 1979

Umschlaggestaltung: W. Koch, Sindelfingen

Vorwort

Das Konzept dieses Buches ist aus Vorlesungen und Seminaren entstanden, die ich im Rahmen eines Zyklus über Funktionalanalysis und Numerische Mathematik im Mathematik-Hauptstudium an der Technischen Universität Berlin gehalten habe. Es ist nicht für Spezialisten geschrieben, sondern wendet sich an Leser, die damit beginnen wollen, sich mit der mathematischen Theorie der nichtlinearen Probleme zu beschäftigen. Vorkenntnisse werden über normierte Räume und lineare Operatoren vorausgesetzt und zwar in einem Umfang, der etwa dem Inhalt einer der üblichen Einführungen in die Funktionalanalysis entspricht. Das bedeutet zum Beispiel, daß auf die Behandlung von Dingen verzichtet wird, die mit Hilfe der Homologietheorie erhalten werden oder die auf der Verwendung von Ordnungsstrukturen beruhen.

Das Ziel dieses Buches besteht darin, in dem geschilderten Rahmen und bei möglichst geringem Umfang eine Einführung in die mittlerweile mehr oder weniger klassischen Methoden zum Nachweis der Existenz von Lösungen nichtlinearer Gleichungen zu geben. Behandelt werden im einzelnen einige Verallgemeinerungen des Banachschen Fixpunktsatzes sowie die Existenz und iterative Konstruktion von Fixpunkten bei nichtexpansiven Operatoren, die Abbildungsgrade für stetige Abbildungen im \mathbb{R}^n bzw. vollstetige Störungen der Identität in Banach-Räumen und damit zusammenhängend die Existenz von Fixpunkten bei vollstetigen Operatoren, die Variationsmethode und ihre Weiterführung in der Theorie der monotonen Operatoren sowie die Existenz von Fixpunkten bei mengenwertigen Operatoren. Das Bestreben ist dabei, den Leser mit den Begriffen und Techniken dieses Teilgebietes der nichtlinearen Funktionalanalysis soweit vertraut zu machen, daß er zum Studium von weiterführenden und spezielleren Monographien sowie der neueren Originalliteratur befähigt und angeregt wird.

Ein Hauptanliegen ist auch, nicht einfach eine gewisse Vielfalt abstrakter Existenzsätze bereitzustellen, sondern darüber hinaus dazu anzuleiten, diese zum Lösen konkreterer Probleme einzusetzen. Deshalb schließen sich den Abschnitten, die abstrakte Resultate als Inhalt haben, fast immer solche an, in denen diese anhand von

Differential- oder Integralgleichungen bzw. Variationsungleichungen konkretisiert werden. Wiederholt wird dabei auf Hammersteinsche Gleichungen und periodische Lösungen von Differentialgleichungen zurückgegriffen, die ja auch bei den Anwendungen besonders häufig vorkommen.

Die einzelnen Kapitel des Buches sind in sich abgeschlossen. Jedem sind Literaturhinweise beigelegt, wobei es sich im wesentlichen um die Quellenangaben der zugrunde liegenden Originalliteratur handelt. Gelegentlich sind daneben einige historische oder auch einige direkt weiterführende Arbeiten genannt. Insgesamt gesehen ist das Literaturverzeichnis nur eine unvollständige, notwendigerweise sehr subjektive Auswahl. Außerdem findet man am Ende der Kapitel einige, meist sehr einfach zu lösende Übungsaufgaben.

Die Bedingungen, Formeln und Sätze in den einzelnen Abschnitten der Kapitel sind durchnummeriert. Ein Verweis wie z.B. (11) bezieht sich jeweils auf den laufenden Abschnitt, 1.(11) auf die Nummer (11) in einem anderen, nämlich z.B. dem ersten Abschnitt des laufenden Kapitels und 1.1.(11) auf (11) im ersten Abschnitt eines anderen, nämlich z.B. des ersten Kapitels. Die gelegentlich benützten logischen Symbole sind allgemein bekannt und werden nur als Kürzel mit dem Ziel einer knappen Schreibweise gebraucht.

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Prof. Dr. Manfred Schneider, der das Manuskript kritisch durchgesehen hat, und besonders Frau Brigitte Trajanović für die große Mühe, die sie für die Herstellung des reproduktionsreifen Manuskriptes aufgewandt hat. Beim Teubner Verlag möchte ich mich für die angenehme Zusammenarbeit und die große Geduld beim Entstehen dieses Textes bedanken.

Berlin, im Dezember 1978

Hansgeorg Jeggler

Inhalt

1. Vorbereitendes	7
1.1 Hilfsmittel aus Topologie und Funktionalanalysis.....	7
1.2 Differential- und Integralrechnung in Banach-Räumen....	22
1.2.1 Ableitungen und Differentiale.....	23
1.2.2 Eine notwendige Bedingung bei Extremal-	
problemen.....	30
1.2.3 Riemannsche Integrale.....	32
1.2.4 Höhere und partielle Ableitungen.....	36
1.2.5 Das Newton-Verfahren.....	41
1.2.6 Bemerkungen und Hinweise.....	43
1.2.7 Übungsaufgaben.....	43
2. Kontraktive und nichtexpansive Operatoren.....	45
2.1 Kontraktive Operatoren.....	46
2.2 Existenz von Lösungen bei Abel-Liouvilleschen	
Integralgleichungen.....	54
2.3 Nichtexpansive Operatoren.....	58
2.4 Existenz von periodischen Lösungen bei nicht-	
linearen Evolutionsgleichungen.....	67
2.5 Iterationsverfahren bei nichtexpansiven Opera-	
toren.....	69
2.6 Bemerkungen und Hinweise.....	78
2.7 Übungsaufgaben.....	80
3. Abbildungsgrade und kompakte Operatoren.....	82
3.1 Die lokale Existenz des inversen Operators.....	82
3.2 Die Globalisierung lokaler Homöomorphismen.....	87
3.3 Der Brouwersche Abbildungsgrad.....	92
3.4 Der Satz von Borsuk.....	108
3.5 Existenz von Lösungen bei einigen Eigenwertauf-	
gaben.....	113
3.6 Der Leray-Schaudersche Abbildungsgrad.....	116
3.7 Existenz von periodischen Lösungen bei quasilinearen	
gewöhnlichen Differentialgleichungen.....	124
3.8 Fixpunkte bei kompakten Operatoren.....	126
3.9 Existenz von Lösungen bei nichtlinearen	
Differential- und Integralgleichungen.....	128

3.10 Verdichtende Operatoren.....	131
3.11 Bemerkungen und Hinweise.....	135
3.12 Übungsaufgaben.....	137
4. Variationsmethoden.....	140
4.1 Gradientenoperatoren.....	140
4.2 Kritische Punkte von Funktionalen.....	148
4.3 Monotone Gradientenoperatoren.....	153
4.4 Existenz von Lösungen bei Hammersteinschen Gleichungen.....	157
4.5 Minimalfolgen.....	163
4.6 Variationsungleichungen mit Gradienten- operatoren.....	167
4.7 Bemerkungen und Hinweise.....	169
4.8 Übungsaufgaben.....	170
5. Monotone Operatoren.....	172
5.1 Variationsungleichungen mit monotonen Operatoren.....	172
5.2 Monotonie bei Differential- und Hammerstein- Operatoren.....	183
5.3 Pseudomonotone Operatoren, Semikoerzivität.....	191
5.4 Variationsoperatoren, eine unilaterale Randwertaufgabe.....	200
5.5 Maximal monotone Operatoren.....	207
5.6 Periodische Lösungen bei Evolutionsgleichungen.....	221
5.7 Subdifferenziale konvexer Funktionale.....	225
5.8 Bemerkungen und Hinweise.....	231
5.9 Übungsaufgaben.....	233
6. Fixpunktsätze für mengenwertige Operatoren.....	235
6.1 Existenz von Fixpunkten bei Multioperatoren.....	235
6.2 Das von Neumannsche Minimaxtheorem.....	239
6.3 Bemerkungen und Hinweise.....	242
6.4 Übungsaufgaben.....	243
Literaturverzeichnis.....	244
Symbolverzeichnis.....	252
Sachverzeichnis.....	254