

**Franz Josef Gruber, Rainer Joeckel**

**Formelsammlung  
für das  
Vermessungswesen**

**Franz Josef Gruber, Rainer Joeckel**

# **Formelsammlung für das Vermessungswesen**

11., überarbeitete und aktualisierte Auflage 2004



B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

**Dipl.-Ing. (FH) Franz Josef Gruber** ist in Baden-Württemberg in der Vermessungsverwaltung beschäftigt.

Email: [franz-josef.gruber@t-online.de](mailto:franz-josef.gruber@t-online.de)

**Prof. Dr.-Ing. Rainer Joeckel** lehrt an der Hochschule für Technik Stuttgart im Studiengang Vermessung und Geoinformatik.

Email: [rainer.joeckel@hft-stuttgart.de](mailto:rainer.joeckel@hft-stuttgart.de)

Internet: [www.fht-stuttgart.de](http://www.fht-stuttgart.de)

1. Auflage 1986

10. Auflage 2001 (Das Werk erschien zuletzt in 10. Auflage beim Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart)

11. Auflage August 2004

Alle Rechte vorbehalten

© B. G. Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2004

Der B. G. Teubner Verlag ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media.

[www.teubner.de](http://www.teubner.de)



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Waren- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: Ulrike Weigel, [www.CorporateDesignGroup.de](http://www.CorporateDesignGroup.de)

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

ISBN 978-3-519-00486-8

ISBN 978-3-322-94882-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-94882-3

## Vorwort

Diese Formelsammlung ist in 1. Auflage 1986 im Selbstverlag des Verfassers, bis zur 9. Auflage beim Dümmler-Verlag und in der 10. Auflage beim Wittwer-Verlag erschienen. Sie wird nun in der 11. Auflage vom Teubner-Verlag herausgegeben.

Die Formelsammlung wendet sich in erster Linie an Techniker und Ingenieure in der Ausbildung, aber auch an Vermessungstechniker, Vermessungsingenieure, Bauingenieure und Architekten in der Praxis. Die kompakten und übersichtlich gestalteten Themen sollen dem Benutzer in der Ausbildung und in der Berufspraxis eine Hilfe sein.

Von den Benutzern kamen wertvolle Verbesserungs- und Ergänzungsvorschläge, die wir für die 11. Auflage fast vollständig umgesetzt haben. Für diese Anregungen sind wir sehr dankbar und hoffen, dass wir auch weiterhin durch Vorschläge unserer Leser unterstützt werden. Die Anregungen nehmen die Verfasser per Email oder schriftlich über den Verlag entgegen.

August 2004

Franz Josef Gruber  
Rainer Joeckel

franz-josef.gruber @ t-online.de  
rainer.joeckel @ hft-stuttgart.de

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Allgemeine Grundlagen</b>	<b>1</b>
1.1	Griechisches Alphabet	1
1.2	Mathematische Zeichen - Zahlen	1
1.3	DIN Papierformate	1
1.3.1	DIN Blattgrößen	1
1.3.2	DIN Faltungen auf Ablageformat (nach DIN 476 )	2
1.4	Maßeinheiten und Maßverhältnisse	4
1.4.1	Definition der Maßeinheiten und ihre Ableitungen	4
1.4.2	Maßverhältnisse	6
<b>2</b>	<b>Mathematische Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Mathematische Grundbegriffe	7
2.1.1	Grundgesetze	7
2.1.2	Gesetze der Anordnung	7
2.1.3	Absoluter Betrag - Signum	7
2.1.4	Bruchrechnen	7
2.1.5	Lineare Gleichungssysteme	8
2.1.6	Quadratische Gleichungen	8
2.1.7	Potenzen - Wurzeln	8
2.1.8	Logarithmen	9
2.1.9	Folgen - Reihen	9
2.1.10	Binomischer Satz	10
2.1.11	n - Fakultät	10
2.1.12	Verschiedene Mittelwerte	10
2.2	Differentialrechnung	11
2.2.1	Ableitung	11
2.2.2	Potenzreihenentwicklung	12
2.3	Matrizenrechnung	13
2.3.1	Definitionen	13
2.3.2	Rechnen mit Matrizen	13

<b>2.4 Ebene Geometrie</b>	<b>15</b>
2.4.1 Arten von Winkel	15
2.4.2 Kongruenzsätze	15
2.4.3 Ähnlichkeitssätze	15
2.4.4 Strahlensätze	16
2.4.5 Teilung einer Strecke	16
2.4.6 Dreieck	17
2.4.7 Viereck	19
2.4.8 Vielecke	20
2.4.9 Kreis	21
2.4.10 Ellipse	23
<b>2.5 Trigonometrie</b>	<b>24</b>
2.5.1 Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck	24
2.5.2 Winkelfunktionen im allgemeinen Dreieck	26
2.5.3 Additionstheoreme	28
2.5.4 Sphärische Trigonometrie	29
<b>3 Geodätische Grundlagen</b>	<b>30</b>
<b>3.1 Geodätische Bezugssysteme und Bezugsflächen</b>	<b>30</b>
3.1.1 Räumliches Bezugssystem	30
3.1.2 Lagebezugssystem	30
3.1.3 Höhenbezugssystem	30
3.1.4 Bezugsfläche	31
<b>3.2 Geodätische Koordinatensysteme</b>	<b>32</b>
3.2.1 Sphärisches geographisches Koordinatensystem	32
3.2.2 Ellipsoidisches geographisches Koordinatensystem	32
3.2.3 Ellipsoidisches kartesisches Globalsystem	32
3.2.4 Rechtwinklig-sphärisches Koordinatensystem	33
3.2.5 Rechtwinklig-ebenes Koordinatensystem	33
3.2.6 Polarkoordinaten	33
3.2.7 Gauß-Krüger-Meridianstreifensystem (GK-System)	34
3.2.8 Universales Transversales Mercator- Koordinatensystem (UTM-System)	35
3.2.9 Horizontale Bezugsrichtungen	36

<b>4</b>	<b>Vermessungstechnische Grundaufgaben</b>	<b>37</b>
4.1	Einfache Koordinatenberechnungen	37
4.1.1	Richtungswinkel und Entfernung	37
4.1.2	Polarpunktberechnung	39
4.1.3	Kleinpunktberechnung	40
4.1.4	Höhe und Höhenfußpunkt	41
4.1.5	Schnitt mit Gitterlinie	41
4.1.6	Geradenschnitt	42
4.1.7	Schnitt Gerade - Kreis	43
4.2	Flächenberechnung	44
4.2.1	Flächenberechnung aus Maßzahlen	44
4.2.2	Flächenberechnung aus Koordinaten	45
4.2.3	Flächenreduktion im Gauß-Krüger-System	45
4.2.4	Zulässige Abweichungen für Flächenberechnungen	45
4.3	Flächenteilungen	46
4.3.1	Dreieck	46
4.3.2	Viereck	47
<b>5</b>	<b>Winkelmessung</b>	<b>48</b>
5.1	Instrumentenfehler am Theodolit	48
5.2	Horizontalwinkelmessung	51
5.2.1	Begriffsbestimmung	51
5.2.2	Satzweise Richtungsmessung	51
5.2.3	Winkelmessung mit Horizontschluss	52
5.2.4	Winkelmessung in allen Kombinationen	53
5.2.5	Satzvereinigung von zwei unvollständigen Teilsätzen	54
5.3	Vertikalwinkelmessung	55
5.4	Winkelmessung mit der Bussole	56
5.5	Winkelmessung mit dem Vermessungskreis	56
<b>6</b>	<b>Strecken- und Distanzmessung</b>	<b>57</b>
6.1	Streckenmessung mit Messbändern	57
6.1.1	Korrekturen und Reduktionen	57

<b>6.2</b>	<b>Optische Streckenmessung</b>	<b>58</b>
6.2.1	Basislattenmessung	58
6.2.2	Parallaktische Streckenmessung	59
6.2.3	Strichentfernungsmessung (Reichenbach)	60
<b>6.3</b>	<b>Elektronische Distanzmessung</b>	<b>61</b>
6.3.1	Elektromagnetische Wellen	61
6.3.2	Messprinzipien der elektronischen Distanzmessung	61
6.3.3	Einflüsse der Atmosphäre	62
<b>6.4</b>	<b>Streckenkorrekturen und -reduktionen</b>	<b>64</b>
6.4.1	Frequenzkorrektur	64
6.4.2	Zyklische Korrektur	64
6.4.3	Nullpunktkorrektur	65
6.4.4	Meteorologische Korrekturen für $D > 10$ km	68
6.4.5	Geometrische Reduktionen	68
<b>6.5</b>	<b>Vertikale Exzentrizität</b>	<b>72</b>
6.5.1	Distanzmessung mit eigener Kippachse	72
6.5.2	Distanzmessung ohne eigene Kippachse	72
<b>6.6</b>	<b>Zulässige Abweichungen für Strecken</b>	<b>73</b>
<b>7</b>	<b>Verfahren zur Punktbestimmung</b>	<b>74</b>
<b>7.1</b>	<b>Indirekte Messungen</b>	<b>74</b>
7.1.1	Abriss	74
7.1.2	Exzentrische Richtungsmessung	75
7.1.3	Exzentrische Streckenmessung	78
7.1.4	Gebrochener Strahl	79
<b>7.2</b>	<b>Einzelpunktbestimmung</b>	<b>80</b>
7.2.1	Polare Punktbestimmung	80
7.2.2	Dreidimensionale polare Punktbestimmung	81
7.2.3	Polare Punktbestimmung mit Kanalstab	82
7.2.4	Gebäudeaufnahme mit reflektorloser Entfernungsmessung	83
7.2.5	Bogenschnitt	85
7.2.6	Vorwärtseinschnitt	86
7.2.7	Rückwärtseinschnitt nach Cassini	88
<b>7.3</b>	<b>Freie Standpunktwahl mittels Helmert-Transformation</b>	<b>89</b>



7.4	<b>Polygonierung</b>	<b>91</b>
7.4.1	Anlage und Form von Polygonzügen	91
7.4.2	Polygonzugberechnung - Normalfall	92
7.4.3	Polygonzug ohne Richtungsanschluss und ohne Richtungsabschluss	93
7.4.4	Ringpolygon	94
7.4.5	Zulässige Abweichungen für Polygonzüge	95
7.4.6	Fehlertheorie	96
7.5	<b>Punktbestimmung mittels Netzausgleichung</b>	<b>97</b>
7.5.1	Statistische Überprüfung	97
7.6	<b>Zulässige Abweichungen für Lagepunkte</b>	<b>98</b>
<b>8</b>	<b>Ebene Transformationen</b>	<b>99</b>
8.1	Drehung um den Koordinatenursprung	99
8.2	Koordinatentransformation mit zwei identischen Punkten	99
8.3	Helmert-Transformation (4 Parameter)	101
8.4	Affin-Transformation (6 Parameter)	103
8.5	Ausgleichende Gerade	105
<b>9</b>	<b>Höhenmessung</b>	<b>107</b>
9.1	Höhen	107
9.2	Höhenbezugsflächen	108
9.3	<b>Geometrisches Nivellement</b>	<b>108</b>
9.3.1	Definitionen	108
9.3.2	Allgemeine Beobachtungshinweise	108
9.3.3	Grundformel eines Nivellements	109
9.3.4	Feinnivellement	109
9.3.5	Ausgleichung einer Nivellementstrecke- /linie oder - /schleife	110
9.3.6	Höhenknotenpunkt	111
9.3.7	Ziellinienüberprüfung	112
9.3.8	Genauigkeit des Nivellement	113
9.3.9	Zulässige Abweichungen für geometrisches Nivellement	114

9.4	Trigonometrische Höhenbestimmung	115
9.4.1	Höhenbestimmung über kurze Distanzen (< 250m)	115
9.4.2	Höhenbestimmung über große Distanzen	116
9.4.3	Trigonometrisches Nivellement	118
9.4.4	Turmhöhenbestimmung	119
<b>10</b>	<b>Ingenieurvermessung</b>	<b>121</b>
10.1	Absteckung von Geraden	121
10.1.1	Zwischenpunkt in einer Geraden	121
10.2	Kreisbogenabsteckung	122
10.2.1	Allgemeine Formeln	122
10.2.2	Bestimmung des Tangentenschnittwinkels $\gamma$	123
10.2.3	Kreisbogen durch einen Zwangspunkt P	124
10.2.4	Absteckung von Kreisbogenkleinpunkten	125
10.2.5	Näherungsverfahren	127
10.2.6	Kontrollen der Kreisbogenabsteckung	128
10.2.7	Korbbogen	129
10.3	Klotoide	130
10.3.1	Definition	130
10.3.2	Verbundkurve Klotoide - Kreisbogen - Klotoide	132
10.4	Gradienten	133
10.4.1	Längsneigung	133
10.4.2	Schnittpunktberechnung zweier Gradienten	133
10.4.3	Kuppen- und Wannenausrundung	134
10.5	Erdmassenberechnung	135
10.5.1	Massenberechnung aus Querprofilen	135
10.5.2	Massenberechnung aus Höhenlinien	136
10.5.3	Massenberechnung aus Prismen	137
10.5.4	Massenberechnung einer Rampe	138
10.5.5	Massenberechnung sonstiger Figuren	138
<b>11</b>	<b>Ausgleichsrechnung</b>	<b>140</b>
11.1	Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen - Allgemein	140
11.1.1	Aufstellen von Verbesserungsgleichungen	140

11.1.2	Berechnung der Normalgleichungen, der Gewichtsrezipro- ken und der Unbekannten	141
11.1.3	Genauigkeit	141
11.1.4	Statistische Überprüfung	142
11.2	Punktbestimmung mit Richtungen und Strecken nach vermittelnden Beobachtungen	143
11.3	Höhennetzausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen	146
<b>12</b>	<b>Grundlagen der Statistik</b>	<b>147</b>
12.1	Grundbegriffe der Statistik	147
12.2	Wahrscheinlichkeitsfunktionen	149
12.3	Vertrauensbereiche (Konfidenzbereiche)	150
12.4	Testverfahren	151
12.5	Messunsicherheit u	152
12.6	Toleranzen	153
12.7	Varianz	154
12.7.1	Varianz aus Funktionen unabhängiger Beobachtungen	154
12.7.2	Varianz aus Funktionen gegenseitig abhängiger (korrelierter) Beobachtungen - Kovarianzfortpflanzungsgesetz	155
12.8	Standardabweichung	156
12.8.1	Standardabweichung aus direkten Beobachtungen	156
12.8.2	Standardabweichung aus Beobachtungsdifferenzen (Doppelmessung)	157
12.9	Gewichte - Gewichtsreziproke	157
12.10	Tabellen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen	158
	<b>Literaturhinweise</b>	<b>162</b>
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>163</b>