

Karl Bosch

**Elementare Einführung
in die
angewandte Statistik**

vieweg studium

Basiswissen

Diese Reihe wendet sich an Studierende der mathematischen, naturwissenschaftlichen und technischen Fächer. Ihnen – und auch den Schülern und Schülerinnen der Sekundarstufe II – soll die Vorbereitung auf Vorlesungen und Prüfungen erleichtert und gleichzeitig ein Einblick in die Nachbarfächer geboten werden. Die Reihe wendet sich aber auch an den Mathematiker, Naturwissenschaftler und an die Lehrer dieser Fächer.

Zu der Reihe vieweg studium gehören folgende Abteilungen:

Basiswissen, Grundkurs und Aufbaukurs,
Mathematik, Physik, Chemie, Biologie.

Karl Bosch

Elementare Einführung in die angewandte Statistik

6., überarbeitete Auflage

Mit 41 Abbildungen



Dr. rer. nat. Karl Bosch ist o. Professor am Institut für Angewandte Mathematik und Statistik der Universität Stuttgart-Hohenheim

(Eine Kurzbiographie des Autors steht auf Seite 192)

Die 1. Auflage erschien unter dem Titel
Angewandte Mathematische Statistik

- 1.– 5. Tausend September 1976
- 6.– 7. Tausend Januar 1982
- 8.– 9. Tausend April 1984
- 10.–11. Tausend Oktober 1985
- 12.–13. Tausend April 1987
- 14.–15. Tausend Dezember 1988
- 16.–17. Tausend Oktober 1990
- 18.–19. Tausend Mai 1992
- 20.–21. Tausend Februar 1995
- 22.–23. Tausend April 1997

Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1997

Der Verlag Vieweg ist ein Unternehmen der Bertelsmann Fachinformation GmbH.



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Satz: Vieweg, Braunschweig

Gedruckt auf säurefreiem Papier

ISBN 978-3-528-57227-3 ISBN 978-3-322-94381-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-322-94381-1

Inhalt

A.	Eindimensionale Darstellungen	1
1.	Elementare Stichprobentheorie (Beschreibende Statistik)	1
1.1.	Häufigkeitsverteilungen einer Stichprobe	1
1.2.	Mittelwerte (Lageparameter) einer Stichprobe	12
1.2.1.	Der (empirische) Mittelwert	12
1.2.2.	Der (empirische) Median	17
1.2.3.	Die Modalwerte	20
1.3.	Streuungsmaße einer Stichprobe	20
1.3.1.	Die Spannweite	20
1.3.2.	Die mittlere absolute Abweichung	21
1.3.3.	Die (empirische) Varianz und Standardabweichung	25
2.	Zufallsstichproben	34
3.	Parameterschätzung	36
3.1.	Beispiele von Näherungswerten für unbekannte Parameter	36
3.1.1.	Näherungswerte für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit $p = P(A)$	36
3.1.2.	Näherungswerte für den relativen Ausschuß in einer endlichen Grundgesamtheit (Qualitätskontrolle)	38
3.1.3.	Näherungswerte für den Erwartungswert μ und die Varianz σ^2 einer Zufallsvariablen	40
3.2.	Die allgemeine Theorie der Parameterschätzung	43
3.2.1.	Erwartungstreue Schätzfunktionen	43
3.2.2.	Konsistente Schätzfunktionen	44
3.2.3.	Wirksamste (effiziente) Schätzfunktionen	45
3.3.	Maximum-Likelihood-Schätzungen	45
3.4.	Konfidenzintervalle (Vertrauensintervalle)	51
3.4.1.	Der Begriff des Konfidenzintervalls	51
3.4.2.	Konfidenzintervalle für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit p	53
3.4.3.	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert μ einer normalverteilten Zufallsvariablen	57
3.4.4.	Konfidenzintervalle für die Varianz σ^2 einer normalverteilten Zufallsvariablen	62
3.4.5.	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert μ einer beliebigen Zufallsvariablen bei großem Stichprobenumfang n	64
4.	Parametertests	65
4.1.	Ein Beispiel zur Begriffsbildung (Hypothese $p = p_0$)	65
4.2.	Ein einfacher Alternativtest ($H_0: p = p_0$ gegen $H_1: p = p_1$ mit $p_1 \neq p_0$)	69
4.3.	Der Aufbau eines Parametertests bei Nullhypothesen	73
4.3.1.	Nullhypothesen und Alternativen	73
4.3.2.	Testfunktionen	74
4.3.3.	Ablehnungsbereiche und Testentscheidungen	74
4.3.4.	Wahl der Nullhypothese	83
4.4.	Spezielle Tests	83
4.4.1.	Test des Erwartungswertes μ einer Normalverteilung	83
4.4.2.	Test der Varianz σ^2 einer Normalverteilung	85
4.4.3.	Test einer beliebigen Wahrscheinlichkeit $p = P(A)$	87

4.5.	Vergleich der Parameter zweier (stochastisch) unabhängiger Normalverteilungen	87
4.5.1.	Vergleich zweier Erwartungswerte bei bekannten Varianzen	88
4.5.2.	Vergleich zweier Erwartungswerte bei unbekanntem Varianzen	88
4.5.3.	Vergleich zweier Varianzen	89
5.	Varianzanalyse	90
5.1.	Einfache Varianzanalyse	91
5.2.	Doppelte Varianzanalyse	98
6.	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest	102
6.1.	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für die Wahrscheinlichkeiten p_1, p_2, \dots, p_r einer Polynomverteilung	103
6.2.	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für vollständig vorgegebene Wahrscheinlichkeiten einer diskreten Zufallsvariablen	106
6.3.	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für eine Verteilungsfunktion F_0 einer beliebigen Zufallsvariablen	107
6.4.	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für eine von unbekanntem Parametern abhängige Verteilungsfunktion F_0	108
7.	Verteilungsfunktion und empirische Verteilungsfunktion. Der Kolmogoroff-Smirnov-Test	112
7.1.	Verteilungsfunktion und empirische Verteilungsfunktion	112
7.2.	Das Wahrscheinlichkeitsnetz	114
7.3.	Der Kolmogoroff-Smirnov-Test	117
B.	Zweidimensionale Darstellungen	121
8.	Zweidimensionale Stichproben	121
9.	Kontingenztafeln (Der Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest)	124
10.	Kovarianz und Korrelation	128
10.1.	Kovarianz und Korrelationskoeffizient zweier Zufallsvariablen	128
10.2.	(Empirische) Kovarianz und der (empirische) Korrelationskoeffizient einer zweidimensionalen Stichprobe	133
10.3.	Schätzfunktionen für die Kovarianz und den Korrelationskoeffizienten zweier Zufallsvariablen	138
10.4.	Konfidenzintervalle und Tests des Korrelationskoeffizienten bei normalverteilten Zufallsvariablen	140
10.4.1.	Konfidenzintervalle für den Korrelationskoeffizienten	141
10.4.2.	Test eines Korrelationskoeffizienten	142
10.4.3.	Test auf Gleichheit zweier Korrelationskoeffizienten	144
11.	Regressionsanalyse	145
11.1.	Die Regression erster Art	146
11.1.1.	Die (empirischen) Regressionskurven 1. Art einer zweidimensionalen Stichprobe	146
11.1.2.	Die Regressionskurven 1. Art zweier Zufallsvariablen	152

11.2.1	Die (empirische) Regressionsgerade	161
11.2.1.	Die (empirischen) Regressionsgeraden	161
11.2.2.	Die Regressionsgeraden zweier Zufallsvariabler	165
11.2.3.	Allgemeine (empirische) Regressionskurven 2. Art	168
11.3.	Test von Regressionskurven	171
11.3.1.	Test auf lineare Regression	171
11.3.2.	Test auf Regressionskurven, die von l Parametern abhängen	174
11.4.	Konfidenzintervalle und Tests für die Parameter β_0 und α_0 der Regressionsgeraden beim linearen Regressionsmodell	175
11.4.1.	Konfidenzintervalle und Test für den Regressionskoeffizienten β_0	175
11.4.2.	Konfidenzintervalle und Test des Achsenabschnitts α_0	178
11.5.	Konfidenzintervalle für die Erwartungswerte beim linearen Regressionsmodell	179
11.6.	Test auf Gleichheit zweier Regressionsgeraden bei linearen Regressionsmodellen	181
11.6.1.	Vergleich zweier Achsenabschnitte	182
11.6.2.	Vergleich zweier Regressionskoeffizienten	182
11.7.	(Empirische) Regressionsebenen	182
12.	Verteilungsfreie Verfahren	184
12.1.	Der Vorzeichentest	184
12.2.	Test und Konfidenzintervall für den Median	186
12.3.	Wilcoxon'scher Rangsummentest für unverbundene Stichproben	188
13.	Ausblick	190
	Weiterführende Literatur	191
	Kurzbiographie des Autors	192
	Anhang	193
	Namens- und Sachregister	209

Vorwort zur ersten Auflage

In dem vorliegenden Band sollen die wichtigsten Grundbegriffe und Methoden der *beschreibenden* und *beurteilenden* Statistik anschaulich beschrieben werden. Das Buch ist aus einer Vorlesung entstanden, die der Autor wiederholt für Studenten der Fachrichtungen Biologie, Pädagogik, Psychologie sowie Betriebs- und Wirtschaftswissenschaften an der Technischen Universität Braunschweig abgehalten hat.

Aufbau und Darstellung sind so gewählt, daß mit diesem elementaren Einführungsband ein möglichst breiter Leserkreis angesprochen werden kann. Zahlreiche Beispiele sollen zum besseren Verständnis beitragen. Ziel des Autors ist es, die einzelnen Verfahren nicht nur mitzuteilen, sondern sie auch – soweit möglich – zu begründen. Dazu werden einige Ergebnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung benutzt. Demjenigen Leser, der sich mit Wahrscheinlichkeitsrechnung näher beschäftigen möchte, wird der ebenfalls in dieser Reihe erschienene Band 25 *Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung* zur Lektüre empfohlen.

Das Ende eines Beweises wird mit dem Zeichen ■, das Ende eines Beispiels mit ♦ gekennzeichnet.

Den Herren Ass. Prof. Dr. W. Brakemeier, Prof. Dr. E. Henze und Akad. Direktor Dr. H. Wolff danke ich sehr für die zahlreichen Ratschläge, die sie mir beim Durchlesen des Manuskriptes gaben. Hervorzuheben ist die gute Zusammenarbeit mit dem Verlag während der Entstehungszeit des Buches. Schließlich bin ich jedem Leser für Verbesserungsvorschläge dankbar.

Da sich der Einsatz des Buches in mehreren Lehrveranstaltungen bewährt hat, wurde bei den Neuauflagen die Grundkonzeption nicht geändert. Die mir bekannt gewordenen Druckfehler wurden berichtigt. Für die hierzu eingegangenen Hinweise möchte ich mich recht herzlich bedanken.

Stuttgart-Hohenheim, im September 1986

Karl Bosch

Vorwort zur fünften Auflage

Wegen des erfolgreichen Einsatzes des Buches in verschiedenen Lehrveranstaltungen wurde bei den Neuauflagen die Grundkonzeption des Buches nicht verändert. Neben der Beseitigung von Fehlern im Text wurde das Literaturverzeichnis aktualisiert und stark erweitert. Bei denjenigen Personen, die mich auf Fehler aufmerksam gemacht haben, möchte ich mich recht herzlich bedanken.

Stuttgart-Hohenheim, im Januar 1997

Karl Bosch