

Tilman Butz

Fouriertransformation für Fußgänger

Tilman Butz

Fouriertransformation für Fußgänger

3., durchgesehene und erweiterte Auflage



Teubner

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

Prof. Dr. rer. nat. habil. Tilman Butz

Geboren 1945 in Göggingen/Augsburg. Ab 1966 Studium der Physik an der Technischen Universität München, Diplom 1972, Promotion 1975, Habilitation 1985; von 1985 bis 1992 wissenschaftlicher Assistent. Seit 1993 Professor für Experimentalphysik an der Universität Leipzig, Fakultät für Physik und Geowissenschaften.

e-mail: butz@physik.uni-leipzig.de

<http://www.uni-leipzig.de/~nfp/butz/butz.html>

Abbildungen: H. Gödel, T. Soldner (1.2, 1.5), H. Dietze (1.3, 1.10), Dr. T. Reinert (3.11), St. Jankuhn (4.24)

1. Auflage 1998

2. Auflage 2000

3., überarbeitete und erweiterte Auflage Oktober 2003

Alle Rechte vorbehalten

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2003

Ursprünglich erschienen bei B.G. Teubner Verlag/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2003



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: Ulrike Weigel, www.CorporateDesignGroup.de

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

ISBN 978-3-519-20202-8 ISBN 978-3-322-92662-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-92662-3

*Für Renate
Raphaela
Florentin*

Vorwort

Fouriertransformation¹ für Fußgänger. Für *Fußgänger*? Zu diesem Titel inspirierte mich das berühmte Buch von Harry J. Lipkin „Beta-decay for Pedestrians“², in dem so schwierige physikalische Probleme der schwachen Wechselwirkung wie Helizität und Paritätsverletzung für „Fußgänger“ anschaulich erläutert werden. Im Gegensatz dazu kommt man bei der diskreten Fouriertransformation mit den vier Grundrechenarten aus, die jeder Schüler beherrschen sollte. Da es sich auch noch um einen linearen Algorithmus³ handelt, dürfte es eigentlich ebensowenig Überraschungen geben wie bei der vielzitierten „Milchmädchenrechnung“. Dennoch hält sich im Zusammenhang mit Fouriertransformationen hartnäckig das Vorurteil, dabei könne Information verlorengehen oder man könnte Artefakten aufsitzen; jedenfalls sei diesem mystischen Zauberspek nicht zu trauen. Solche Vorurteile haben ihre Wurzeln häufig in schlechten Erfahrungen, die man bei der – unsachgemäßen – Verwendung fertiger Fouriertransformationsprogramme oder -hardware gemacht hat.

Dieses Buch wendet sich an alle, die als Laien – als Fußgänger – einen behutsamen und auch amüsanten Einstieg in die Anwendung der Fouriertransformation suchen, ohne dabei mit zuviel Theorie, mit Existenzbeweisen und dergleichen konfrontiert werden zu wollen. Es ist geeignet für Studenten der naturwissenschaftlichen Fächer an Fachhochschulen und Universitäten, aber auch für „nur“ interessierte Computerfreaks. Ebenso eignet es sich für Studenten der Ingenieurwissenschaften und für alle Praktiker, die mit der Fouriertransformation arbeiten. Elementare Kenntnisse in der Integralrechnung sind allerdings wünschenswert.

Wenn sich durch dieses Buch Vorurteile vermeiden oder gar abbauen lassen, dann hat sich das Schreiben schon gelohnt. Hier wird gezeigt, wie es „funktioniert“. Die Fouriertransformation wird generell nur in einer Dimension be-

¹Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), französischer Mathematiker und Physiker.

²H. J. Lipkin, Beta-decay for Pedestrians. Amsterdam: North-Holland Publ. 1962.

³Integration und Differentiation sind lineare Operatoren. Dies ist in der diskreten Version (Kapitel 4) sofort einsichtig und gilt natürlich auch beim Übergang zur kontinuierlichen Form.

handelt. In Kapitel 1 werden als Einstieg Fourierreihen vorgestellt und dabei wichtige Sätze bzw. Theoreme eingeführt, die sich wie ein roter Faden durch das ganze Buch ziehen. Wie es sich für Fußgänger gehört, werden natürlich auch „Fußangeln“ erläutert. Kapitel 2 behandelt kontinuierliche Fouriertransformationen in großer Ausführlichkeit. Sehr umfangreich werden in Kapitel 3 die Fensterfunktionen diskutiert, deren Verständnis essentiell für die Vermeidung enttäuschter Erwartungen ist. In Kapitel 4 werden diskrete Fouriertransformationen unter besonderer Berücksichtigung des Cooley-Tukey-Algorithmus (Fast Fourier Transform, FFT) besprochen. Kapitel 5 bringt schließlich ein paar nützliche Beispiele für die Filterwirkung einfacher Algorithmen. Hier wurden aus der riesigen Stofffülle nur solche Themen aufgegriffen, die bei der Datenaufnahme bzw. -vorverarbeitung relevant sind und oftmals unbewußt ausgeführt werden. Die Spielwiese im Anhang bietet die Möglichkeit, das Gelernte an einigen nützlichen Beispielen auszuprobieren, und zugleich soll sie die Lust für die Entwicklung eigener Ideen wecken.

Dieses Buch entstand aus einem Manuskript für Vorlesungen an der Technischen Universität München und an der Universität Leipzig. Es hat daher einen starken Lehrbuchcharakter und enthält viele Beispiele – oft „per Hand“ nachzurechnen – und zahlreiche Abbildungen. Zu zeigen, daß ein deutschsprachiges Lehrbuch auch amüsant und unterhaltsam sein kann, war mir ein echtes Anliegen, denn Strebsamkeit und Fleiß alleine können Kreativität und Phantasie töten. Es muß auch Spaß machen und sollte den Spieltrieb fördern. Die beiden Bücher „Applications of Discrete and Continuous Fourier Analysis“⁴ und „Theory of Discrete and Continuous Fourier Analysis“⁵ haben die Gliederung und den Inhalt dieses Buches stark beeinflusst und sind als Zusatzlektüre – speziell für „Theoriedurstige“ – zu empfehlen. Für die vielen neudeutschen Ausdrücke wie z.B. „sampeln“ oder „wrappen“ entschuldige ich mich im voraus und bitte um Milde.

Dank gebührt Frau U. Seibt und Frau K. Schandert sowie den Herren Dipl.-Phys. T. Reinert, T. Soldner und St. Jankuhn, insbesondere aber Herrn Dipl.-Phys. H. Gödel für die mühevollen Arbeit, aus einem Manuskript ein Buch entstehen zu lassen. Anregungen, Anfragen und Änderungsvorschläge sind erwünscht.

Viel Spaß beim Lesen, Spielen und Lernen.

Leipzig, Mai 1998

T. Butz

⁴H. J. Weaver, Applications of Discrete and Continuous Fourier Analysis. New York: A Wiley-Interscience Publication, JOHN WILEY & SONS 1983.

⁵H. J. Weaver, Theory of Discrete and Continuous Fourier Analysis. New York: JOHN WILEY & SONS 1989.

Vorwort zur zweiten Auflage

Bei der Durchsicht der ersten Auflage sind einige Fehler gefunden worden, die in der zweiten Auflage korrigiert wurden. Ich danke insbesondere für Hinweise von aufmerksamen Lesern, auch für Hinweise per e-mail. Anregungen, Anfragen und Hinweise sind weiterhin erwünscht.

Leipzig, Dezember 1999

T. Butz

Vorwort zur dritten Auflage

Zu der ersten und zweiten Auflage des Buches sind zahlreiche Hinweise, Anfragen und Anregungen von aufmerksamen Lesern eingegangen, auch per e-mail, für die ich mich sehr bedanke. Besonderer Dank gebührt Herrn Dipl.-Phys. St. Jankuhn für sein akribisches Korrekturlesen; die Hinweise wurden in der dritten Auflage berücksichtigt. Außerdem wurden einige Änderungen und Erweiterungen vorgenommen, insbesondere in den Kapiteln 2.3, 2.4, 3, 4.7 und 5.2, die zum Teil aus intensiven e-mail Diskussionen über bestimmte Formulierungen resultierten. Anregungen, Anfragen und Hinweise sind weiterhin erwünscht.

Leipzig, Juli 2003

T. Butz

Inhalt

Einleitung	15
1 Fourierreihen	17
1.1 Fourierreihen	17
1.1.1 Gerade und ungerade Funktionen	18
1.1.2 Definition der Fourierreihe	19
1.1.3 Berechnung der Fourierkoeffizienten	20
1.1.4 Fourierreihe in komplexer Schreibweise	26
1.2 Theoreme und Sätze	29
1.2.1 Linearitätstheorem	29
1.2.2 Der 1. Verschiebungssatz	30
1.2.3 Der 2. Verschiebungssatz	33
1.2.4 Skalierungssatz	37
1.3 Partialsummen, Besselsche Ungleichung, Parsevals Gleichung . . .	38
1.4 Gibbssches Phänomen	41
1.4.1 Der Dirichletsche Integralkern	42
1.4.2 Integraldarstellung der Partialsummen	43
1.4.3 Gibbsscher Überschwinger	44
2 Kontinuierliche Fouriertransformation	49
2.1 Kontinuierliche Fouriertransformation	49
2.1.1 Gerade und ungerade Funktionen	50
2.1.2 Die δ -Funktion	50
2.1.3 Hin- und Rücktransformation	51
2.1.4 Polardarstellung der Fouriertransformierten	57
2.2 Theoreme und Sätze	59
2.2.1 Linearitätstheorem	59
2.2.2 Der 1. Verschiebungssatz	59
2.2.3 Der 2. Verschiebungssatz	61
2.2.4 Skalierungssatz	63

2.3	Faltung, Kreuzkorrelation, Autokorrelation, Parsevals Theorem	63
2.3.1	Faltung	63
2.3.2	Kreuzkorrelation	72
2.3.3	Autokorrelation	74
2.3.4	Parsevals Theorem	75
2.4	Fouriertransformation von Ableitungen	76
2.5	Fußangeln	79
2.5.1	„Aus 1 mach 3“	79
2.5.2	Abschneidefehler	81
3	Fensterfunktionen	85
3.1	Das Rechteckfenster	86
3.1.1	Nullstellen	86
3.1.2	Intensität im zentralen Peak	86
3.1.3	„Sidelobe“-Unterdrückung	87
3.1.4	3 dB-Bandbreite	88
3.1.5	Asymptotisches Verhalten der „Sidelobes“	89
3.2	Das Dreieckfenster (Fejer-Fenster)	90
3.3	Das Kosinus-Fenster	91
3.4	Das \cos^2 -Fenster (Hanning)	92
3.5	Das Hamming-Fenster	94
3.6	Das Triplett-Fenster	96
3.7	Das Gauß-Fenster	96
3.8	Das Kaiser-Bessel-Fenster	97
3.9	Das Blackman-Harris-Fenster	100
3.10	Überblick über die Fensterfunktionen	102
3.11	Wichten oder Falten?	105
4	Diskrete Fouriertransformation	107
4.1	Diskrete Fouriertransformation	107
4.1.1	Gerade und ungerade Zahlenfolgen und „wrap-around“	108
4.1.2	Das Kronecker-Symbol oder die „diskrete δ -Funktion“	109
4.1.3	Definition der diskreten Fouriertransformation	110
4.2	Theoreme und Sätze	115
4.2.1	Linearitätstheorem	115
4.2.2	Der 1. Verschiebungssatz	115
4.2.3	Der 2. Verschiebungssatz	116
4.2.4	Skalierungssatz/Nyquist-Frequenz	117
4.3	Faltung, Kreuzkorrelation, Autokorrelation, Parsevals Theorem	118
4.3.1	Faltung	120

4.3.2 Kreuzkorrelation 122

4.3.3 Autokorrelation 123

4.3.4 Parsevals Theorem 124

4.4 Das Sampling-Theorem 125

4.5 Daten spiegeln 129

4.6 „Zero-padding“ 133

4.7 Fast Fourier Transform (FFT) 141

5 Filterwirkung bei digitaler Datenverarbeitung 151

5.1 Transferfunktion 151

5.2 Tiefpaß, Hochpaß, Bandpaß, Notchfilter 153

5.3 Daten verschieben 160

5.4 Daten komprimieren 162

5.5 Differenzieren diskreter Daten 162

5.6 Integrieren diskreter Daten 165

Anhang: Spielwiese 169

Schieberei 170

Rauschen pur 172

Total verrauscht 174

Schiefe Ebene 176

Mustererkennung 178

Index 181