

# Einführung in die Statistik

Von Prof. Dr. rer. nat. Jürgen Lehn  
und Prof. Dr. rer. nat. Helmut Wegmann  
Technische Universität Darmstadt

3., überarbeitete Auflage  
Mit zahlreichen Figuren und Beispielen



B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig 2000

Prof. Dr. rer. nat. Jürgen Lehn

Geboren 1941 in Karlsruhe. Studium der Mathematik an den Universitäten Freiburg und Karlsruhe. Wiss. Assistent an den Universitäten Karlsruhe und Regensburg. 1968 Diplom in Karlsruhe, 1972 Promotion in Regensburg, 1978 Habilitation in Karlsruhe. 1978 Professor für Mathematik an der Universität Marburg, 1979 Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt.

Professor Dr. rer. nat. Helmut Wegmann

Geboren 1938 in Worms. Studium der Mathematik und Physik an den Universitäten Mainz und Tübingen. Wiss. Assistent an den Universitäten Mainz und Stuttgart. 1962 Staatsexamen in Mainz, 1964 Promotion in Mainz, 1969 Habilitation in Stuttgart. 1970 Professor für Mathematik an der Technischen Hochschule Darmstadt.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Ein Titeldatensatz für diese Publikation ist bei  
Der Deutschen Bibliothek erhältlich

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt besonders für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

ISBN 978-3-519-22071-8 ISBN 978-3-322-92659-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-92659-3

© 2000 B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig

## Vorwort zur ersten Auflage

Das vorliegende Buch entstand aus einem Vorlesungsskriptum zu einer Vorlesung "Einführung in die Statistik", die wir in den vergangenen Jahren mehrfach an der Technischen Hochschule Darmstadt für Studierende der Fachrichtungen Mathematik, Informatik und Wirtschaftsinformatik gehalten haben. Auch Studenten aus den natur- und ingenieurwissenschaftlichen Fachbereichen gehörten zum Hörerkreis dieser Vorlesung, die einen zeitlichen Umfang von drei Semesterwochenstunden hatte und von einer einstündigen Übung begleitet wurde. Für einen Teil der Mathematik-Studenten steht diese Vorlesung am Beginn eines auf mehrere Semester angelegten Stochastik-Studiums. Dagegen ist sie für die Mehrzahl der Studenten die einzige Lehrveranstaltung über dieses Gebiet. Dies und die unterschiedliche mathematische Vorbildung erfordern sowohl in der Stoffauswahl als auch in der Darstellung Rücksicht auf die speziellen Interessen beider Gruppen. Das Konzept, das dieser einführenden Statistik-Vorlesung zugrunde lag und im Folgenden beschrieben werden soll, hat sich bei diesem gemischten Hörerkreis bewährt.

Durch die Stoffauswahl und durch die Veranschaulichung der Theorie mit Hilfe von zahlreichen Beispielen haben wir versucht, in die stochastischen Denkweisen einzuführen und die Anwendungsmöglichkeiten der Statistik anzudeuten. Die Hörer sollten lernen, was für eine sachgemäße Anwendung statistischer Verfahren zu beachten ist und wie die Ergebnisse einer statistischen Untersuchung zu beurteilen sind. Darüber hinaus sollte der Mathematik-Student für die weiterführenden Lehrveranstaltungen über Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik ausreichend motiviert werden. Bei der Formulierung wesentlicher Bestandteile der Theorie wurde die in der Mathematik übliche Strenge angestrebt, aber auf die mathematische Herleitung tiefer liegender Sätze verzichtet. Hilfsmittel der Maßtheorie konnten nicht herangezogen werden. Dies hätte den zeitlichen Rahmen der Veranstaltung gesprengt und die meisten Hörer überfordert. Einerseits sollten die Hörer aus den nichtmathematischen Fachbereichen an mathematische Formulierungen stochastischer Sachverhalte gewöhnt werden, andererseits sollten sie nicht durch komplizierte mathematische Beweisführungen entmutigt werden. Wir haben versucht, diese Einführung in die Statistik so zu gestalten, dass sie für einen Mathematik-Studenten ansprechend, aber auch dem Anwender mit geringeren mathematischen Kenntnissen noch zugänglich ist.

Ein an der Mathematischen Statistik interessierter Student kann diese Einführung lesen, um sich auf das Studium weiterführender Texte, wie z.B. des Lehrbuchs "Grundkurs Stochastik" von K. Behnen und G. Neuhaus, oder der Bände "Mathematische Statistik" von H. Witting und "Angewandte Mathematische Statistik" von H. Witting und G. Nölle vorzubereiten. Es war nicht unsere Absicht, ein Handbuch der elementaren Statistik oder ein Nachschlagewerk für statistische Methoden zu schreiben, sondern dem Leser das Umfeld der mathematischen Modellbildung verständlich zu machen, in das die in der Praxis angewendeten statistischen Verfahren einzuordnen sind.

Kollegen und Mitarbeitern unserer Arbeitsgruppe Stochastik und Operations Research wie auch Hörern der Vorlesungen danken wir für viele Verbesserungsvorschläge. Den Herren Dipl.-Math. U. Krzensk, Dipl.-Math. S. Rettig und Dr. F. Rummel gilt unser besonderer Dank für ihre Hilfe bei der Vorbereitung und Fertigstellung des Textes. Ebenso danken wir Frau U. Sauter für ihre Mühe beim Schreiben des Manuskriptes.

Darmstadt, im Februar 1985

J. Lehn, H. Wegmann

## **Vorwort zur zweiten Auflage**

Die zweite Auflage dieses Buches unterscheidet sich von der ersten lediglich durch einige Ergänzungen, die wir auch am Stoff unserer Vorlesung vorgenommen haben. An einigen Stellen sind wir Verbesserungsvorschlägen gefolgt, die uns von Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen unserer Arbeitsgruppe Stochastik und Operations Research wie auch von Hörern und Hörerinnen der Vorlesungen gemacht wurden. Ihnen allen, insbesondere den Herren Dipl.-Math. P. Plappert und Dr. S. Rettig danken wir dafür. Herrn Plappert gilt unser besonderer Dank für seine Bereitschaft, eine erste Fassung des Manuskriptes durchzusehen. Ebenso danken wir Frau G. Schumm, die mit großer Sorgfalt und viel Geschick den Text in eine ansprechende Form gebracht hat, so dass die zweite Auflage unserer Einführung in dieser Hinsicht nicht hinter der dazugehörigen Aufgabensammlung zurückstehen muss.

## **Vorwort zur dritten Auflage**

Auch in der dritten Auflage wurden gegenüber der vorangegangenen nur einige Präzisierungen vorgenommen und Fehler verbessert. Studierende, Mitarbeiter und andere Leser des Buches haben uns auf korrekturbedürftige Stellen aufmerksam gemacht. Für solche Hinweise waren wir immer sehr dankbar und werden dies auch in Zukunft sein. Dank sagen wir auch allen, die uns mit zustimmenden Kommentaren ermutigt haben, die Konzeption des Buches beizubehalten.

Darmstadt, im November 1999

J. Lehn, H. Wegmann

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>1 Beschreibende Statistik</b>	<b>7</b>
1.1 Merkmale . . . . .	7
1.2 Darstellung von Messreihen . . . . .	8
1.3 Maßzahlen für eindimensionale Messreihen . . . . .	13
1.4 Maßzahlen für zweidimensionale Messreihen . . . . .	17
1.5 Bemerkungen zur Robustheit von Maßzahlen . . . . .	21
<b>2 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie</b>	<b>25</b>
2.1 Wahrscheinlichkeitsräume . . . . .	25
2.2 Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit . . . . .	33
2.3 Zufallsvariablen und Verteilungsfunktionen . . . . .	38
2.4 Erwartungswert und Varianz . . . . .	51
2.5 Mehrdimensionale Zufallsvariablen, Unabhängigkeit . . . . .	64
2.6 Normalverteilung, $\chi^2$ -, $t$ - und $F$ -Verteilung . . . . .	80
2.7 Gesetze der großen Zahlen und Grenzwertsätze . . . . .	87
2.8 Empirische Verteilungsfunktionen, Zentralsatz der Statistik . . . . .	96
<b>3 Schließende Statistik</b>	<b>107</b>
3.1 Einführendes Beispiel . . . . .	107
3.2 Schätzverfahren und ihre Eigenschaften . . . . .	109
3.3 Die Maximum-Likelihood-Methode . . . . .	116
3.4 Konfidenzintervalle . . . . .	122
3.5 Tests bei Normalverteilungsannahmen . . . . .	132
3.6 Der $\chi^2$ -Anpassungstest und Kontingenztafeln . . . . .	148
3.7 Einige verteilungsunabhängige Tests . . . . .	162

3.8 Einfache Varianzanalyse . . . . .	181
3.9 Einfache lineare Regression . . . . .	186
Anhang . . . . .	196
Tabellen . . . . .	196
Symbole . . . . .	200
Literaturhinweise . . . . .	202